

J.-P. BENZÉCRI

## **Compression des images polychromes et sensibilité au contraste chromatique**

*Les cahiers de l'analyse des données*, tome 17, n° 2 (1992),  
p. 241-254

[http://www.numdam.org/item?id=CAD\\_1992\\_\\_17\\_2\\_241\\_0](http://www.numdam.org/item?id=CAD_1992__17_2_241_0)

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1992, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## COMPRESSION DES IMAGES POLYCHROMES ET SENSIBILITÉ AU CONTRASTE CHROMATIQUE

### [POLYCHROME]

J.-P. BENZÉCRI

#### 1 Description des images polychromes et compression des données numériques

Un récent travail de A. TRÉMEAU, M. CALONNIER et B. LAGET a attiré notre attention sur l'important problème de la compression des images polychromes.

En bref, on peut, d'abord, assimiler une image à un domaine rectangulaire, rapporté à deux coordonnées continues  $(u, v)$ , et sur lequel la couleur est définie par la donnée de trois fonctions continues positives, notées  $\{X(u, v), Y(u, v), Z(u, v)\}$ , par référence aux trois coordonnées  $\{x, y, z\}$  à l'aide desquelles la Commission Internationale de l'Éclairage (CIE) décrit l'état chromatique d'une surface uniforme. De même, si l'on prend pour base un ensemble de trois couleurs qu'on appelle {Rouge, Vert, Bleu}, on notera  $\{R(u, v), V(u, v), B(u, v)\}$ . On peut encore dire qu'on a une fonction vectorielle  $V(u, v)$ .

Notre but n'est pas ici de faire, de la vision des couleurs, une description même sommaire, alors qu'un exposé détaillé a paru dans cette revue en 1981 (cf. [COULEURS, I, II, III, IV], in *CAD*, Vol. VI). Nous nous bornerons à rappeler en quel sens ce que nous avons appelé *état chromatique d'une surface uniforme*, et qu'on peut, plus brièvement, appeler une *couleur*, comprend trois dimensions. Il y a, d'abord, une dimension générale d'intensité lumineuse, ou *luminance*, suivant laquelle le Noir s'oppose au Blanc; ensuite, transversalement à l'axe de luminance, les couleurs ayant une luminance donnée se distribuent autour du blanc, pris comme centre, suivant des demi-droites dont chacune caractérise une *tonalité*; la *saturation* étant d'autant plus forte qu'on est plus loin du centre. En termes mathématiques, on peut parler de coordonnées polaires  $(\rho, \vartheta)$ ; la saturation correspond au rayon,  $\rho$ , et la tonalité à l'angle polaire,  $\vartheta$ ; deux couleurs complémentaires étant situées sur des demi-droites opposées, avec pour angles polaires respectifs  $\vartheta$  et  $\vartheta + \pi$ .

Un système de trois fonctions  $\{X(u, v), Y(u, v), Z(u, v)\}$  représente une information infinie: mais, pratiquement, on peut, e.g., se borner à donner les valeurs des fonctions comme des entiers de 0 à 255; et, de même, faire varier les

coordonnées  $u$  et  $v$  en progression arithmétique de 0 à 1023. Avec un tel codage, on a encore 3 méga-octets par image; on souhaite donc réduire ce nombre, tout en décrivant assez fidèlement l'image pour que l'œil n'y voie guère de différence: c'est ce qu'on appelle comprimer l'information.

La compression peut porter, d'une part, sur une fonction unique,  $X(u, v)$ ,  $Y(u, v)$  ou  $Z(u, v)$ , (comme on le ferait pour une image en noir et blanc); et, d'autre part, sur les vecteurs, tridimensionnels, correspondant aux couleurs effectivement attestées sur une image particulière. Il apparaît que ces deux compressions sont liées entre elles: le but du présent article est de souligner leur dépendance en suggérant des expériences qui permettraient de la cerner.

Partons, comme dans le travail de TRÉMEAU et coll., de l'ensemble des couleurs: cet ensemble est un continuum, qu'on a schématisé en  $256 \times 256 \times 256$  triplets de valeurs discrètes. Ces triplets eux-mêmes ne sont pas tous attestés sur une seule image: si, e.g., celle-ci ne comprend que 256 couleurs, l'information numérique qui la décrit pourra être divisée par 3. En fait, seules comptent les différences de couleurs qui sont perçues par l'œil. En bref, on peut parler de distance entre couleurs; deux couleurs n'étant distinguées que si leur distance est supérieure à un seuil. Le carré de la distance entre deux couleurs voisines,  $(x, y, z)$  et  $(x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z)$  est généralement exprimé par une fonction quadratique de  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ , avec des coefficients dépendants de  $(x, y, z)$ . Sans entrer dans le détail du calcul, (cf. [COULEURS]), il suffit de noter que, selon ce schéma, chaque couleur  $c=(x, y, z)$  est au centre d'une petite sphère, ayant pour rayon le seuil, une couleur  $c'=(x', y', z')$  étant confondue avec  $c$  si, et seulement si, elle tombe dans cette sphère.

Ayant adopté ce point de vue, les auteurs cités s'appliquent à recouvrir l'ensemble  $C$  des couleurs attestées dans une image donnée, par un ensemble fini de telles sphères; les centres des sphères retenues étant les seules couleurs servant au codage de l'image. Sans pouvoir rendre compte du mérite statistique de leur travail, nous signalerons qu'ils écartent, éventuellement, certaines couleurs,  $c$ , isolées. Ceci pose, selon nous, le problème de la distribution spatiale des couleurs sur l'image: en effet, pour qu'une tache ou un trait soit distingué par l'œil, il faut, à la fois, qu'il ait une couleur qui lui soit propre, et que cette couleur se détache sur le voisinage; ce qui requiert non seulement une différence de couleur supérieure à ce qu'on appelle le seuil, mais encore une dimension des détails et un gradient chromatique tels que, de par le jeu conjugué de l'acuité visuelle et de la pure vision des couleurs, cette différence soit perçue: or les conditions de cette perception restent à préciser.

Quant à la compression de l'information apportée par une fonction  $X(u, v)$  unique, on l'a, depuis les mémorables travaux de DUFFIEUX, MARÉCHAL, FRANÇON... , rattachée au problème de la compression du signal sonore, considéré comme une fonction réelle  $X(t)$ , d'une seule variable, le temps. (Le cas des images mobiles,  $X(u, v, t)$ , certes essentiel, ne sera pas abordé dans le

présent article.) Ici, c'est par la transformée de FOURIER que l'on délimite ce qui est pertinent dans le signal.

La manipulation des réglages de tonalité des appareils sonores donne aujourd'hui, au profane même, une certaine pratique de la transformation de Fourier. On admet que tout signal est la superposition d'une infinité de signaux élémentaires sinusoïdaux, s'étageant des plus graves - basse fréquence - aux plus aigus - haute fréquence. Un appareil déterminé ne transmet pas de la même manière toutes ces composantes dont il traite chacune, indépendamment des autres, en la multipliant par un coefficient qui lui est propre. De façon précise, ce coefficient est nul en dessous d'une certaine fréquence de coupure grave; ainsi qu'au-dessus de la fréquence de coupure aiguë. Entre ces deux fréquences, s'étend la bande passante, où le coefficient est non nul, et peut être modifié au goût de l'utilisateur. D'ailleurs, l'oreille, elle-même, par laquelle passe le signal sonore pour accéder à notre conscience, a, comme les appareils, une bande passante à l'intérieur de laquelle sa sensibilité a son maximum. Tout ce qui est en dehors de la bande passante de l'oreille peut, sans inconvénient pour l'auditeur, être retranché du signal; les parties extrêmes, grave et aiguë, de la bande passante ayant elles-mêmes une importance moindre que la partie centrale.

Afin d'expliquer succinctement comment on retrouve dans les images et la vision l'analogie de notions usuelles pour les sons et l'audition, nous croyons préférable de proposer les formules les plus simples; qui seront comprises de tout lecteur, et qu'un mathématicien généralisera aisément. Un son périodique, de période  $T$  (et de fréquence  $1/T$ ) peut être décrit par une fonction  $f(t)$  qui s'exprime comme une somme de sinusoïdes simples:

$$\begin{aligned} f(t) = & a_0 + a_1 \cos(2\pi t / T) + b_1 \sin(2\pi t / T) \\ & + a_2 \cos(4\pi t / T) + b_2 \sin(4\pi t / T) + \dots \\ & + a_n \cos(2n\pi t / T) + b_n \sin(2n\pi t / T) + \dots ; \end{aligned}$$

la condition de périodicité s'exprimant par:  $f(t) = f(t + T)$ .

Pour décrire une image en noir et blanc, il faut une fonction  $f(u, v)$  de deux variables; si l'on suppose que l'image est créée en juxtaposant des blocs rectangulaires ( $U \times V$ ), identiques entre eux, on a les conditions de double périodicité:

$$f(u, v) = f(u+U, v) = f(u, v+V) = f(u+U, v+V) ;$$

la décomposition comprend des termes sinusoïdaux en l'une ou l'autre des variables  $u$  et  $v$ ; et aussi des termes qui sont le produit de deux tels termes. Le début du développement est:

$$\begin{aligned} f(u, v) = & a_{00} + a_{10} \cos(2\pi u / U) + b_{10} \sin(2\pi u / U) \\ & + a_{01} \cos(2\pi v / V) + c_{01} \sin(2\pi v / V) \\ & + a_{11} \cos(2\pi u / U) \cos(2\pi v / V) + \dots ; \end{aligned}$$

On peut imaginer qu'une telle image bidimensionnelle est traitée en multipliant par des coefficients différents les termes successifs. Mais, en fait, les expériences précises réalisées jusqu'ici, et celles aussi que nous souhaitons voir entreprendre, portent sur des images encore plus simples qui ne dépendent effectivement que d'une seule variable. Une telle image,  $f(u)$ , est formée d'une suite continue de lignes parallèles dont la luminance varie graduellement. Dire que la fonction  $f(u)$  admet une période  $U$  équivaut à dire que l'image est formée d'une suite de bandes parallèles identiques de largeur  $U$ : cette hypothèse ne restreint pas la généralité du type d'images considéré, car on peut supposer que  $U$  est de l'ordre de grandeur de la largeur du champ observé; auquel cas l'image ne comprend qu'une seule bande.

Si, au lieu d'une image en noir et blanc, on considère, plus généralement, une image en couleurs, c'est-à-dire, sous l'hypothèse d'unidimensionnalité, une suite continue de lignes parallèles dont la couleur varie graduellement, on aura un système de trois fonctions  $\{X(u), Y(u), Z(u)\}$  de même période  $U$ ; ou encore une fonction vectorielle,  $V(u)$ , de période  $U$ ; dont on peut, à titre d'exercice, proposer au lecteur le développement ci-dessous:

$$\begin{aligned} V(u) = & A_0 + A_1 \cos(2\pi u / U) + B_1 \sin(2\pi u / U) \\ & + A_2 \cos(4\pi u / U) + B_2 \sin(4\pi u / U) + \dots \\ & + A_n \cos(2n\pi u / U) + B_n \sin(2n\pi u / U) + \dots ; \end{aligned}$$

où les lettres grasses indicées,  $A$  ou  $B$ , désignent des vecteurs.

Dans sa remarquable thèse, le Dr. J.-P. MENU a étudié minutieusement la perception de stimuli dont l'équation est:

$$V(u) = A_0 + A_1 \cos(2\pi u / U) ;$$

où  $A_0$  et  $A_1$  désignent des vecteurs parallèles. Ce qui, en termes physiques, signifie qu'il s'agit de mires formées d'une succession de bandes parallèles dont la luminance varie sinusoïdalement, tandis que la tonalité et la saturation en sont constantes: en ce sens, chacune des mires est donc monochrome. L'originalité de l'étude est de considérer, pour plusieurs sujets, un ensemble de mires qui diffèrent entre elles quant à la période  $U$  (ou largeur des bandes), la profondeur du contraste de luminance (définie par le rapport de  $A_1$  à  $A_0$ ), ainsi que la tonalité de base (direction commune des deux vecteurs).

On suggérera, au §3, d'étudier le cas où les deux vecteurs  $A_0$  et  $A_1$  ne sont pas parallèles; c'est-à-dire, à proprement parler, le cas de mires polychromes; plus particulièrement celui de mires dont la luminance est constante sur tout le champ. Mais avant d'exposer plus en détail le schéma de l'expérimentation de J.-P. MENU et l'extension qui en est proposée, nous croyons utile de montrer, au §2, certains obstacles qu'on rencontre dans l'application des méthodes de FOURIER; et, plus généralement, dans la compression des images considérées comme stimuli visuels.

## 2 Obstacles à la description des images considérées comme stimuli visuels

Au §1, on a assimilé une image à un objet mathématique usuel: une fonction  $f(u, v)$ , à valeur réelle, de deux variables réelles; ou, plus généralement, si l'on tient compte de la couleur, à une fonction à valeur vectorielle. Décrire une image  $I$  donnée, considérée comme stimulus visuel, ce serait trouver une fonction, aussi simple que possible, définissant une image  $I'$  équivalente à  $I$  pour un sujet déterminé qui la regarde. Nous ne pensons pas qu'il soit présentement possible de réaliser un tel programme; même si l'on se contente de proposer un système d'équations difficiles à résoudre et dans lequel rentrent, comme paramètres, les résultats de mesures psychophysiques qui restent à faire.

Une première difficulté, qu'il vaut la peine de considérer en détail afin d'acquérir quelque familiarité avec ces combinaisons linéaires de fonctions sinus et cosinus que sont les séries de FOURIER, provient de ce que la fonction  $f$  est essentiellement positive; ce qui gêne l'application des méthodes de filtrage. Une deuxième difficulté, plus générale et plus profonde, vient du caractère non linéaire de l'analyse sensorielle; et de la traduction qu'effectue la rétine d'une image continue en un ensemble de points et de traits.

### 2.1 Fonctions positives et transformation de FOURIER

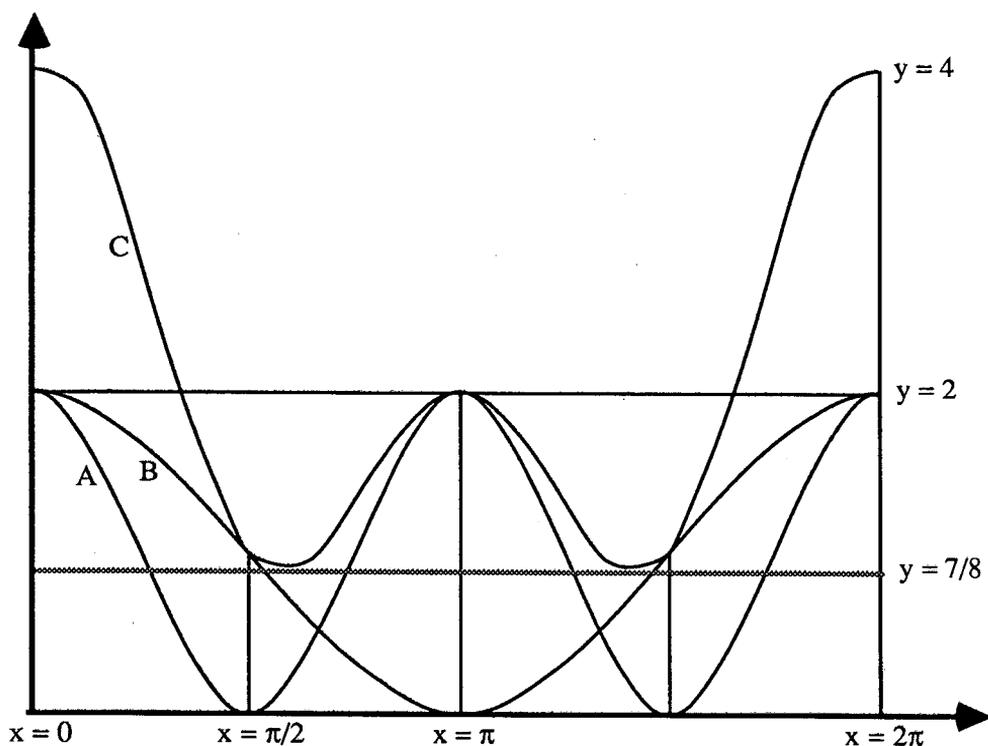
À une image en noir et blanc correspond une fonction  $f(u, v)$  positive: la luminance. Pour une image en couleurs, non seulement les trois fonctions  $\{X(u, v), Y(u, v), Z(u, v)\}$  sont positives, ce qui, en bref, correspond à la condition que la couleur tombe à l'intérieur du diagramme triangulaire de la CIÉ, mais encore le point  $\{x, y, z\}$  doit tomber à l'intérieur du domaine convexe, plus restreint, délimité par la courbe spectrale (des stimuli physiques monochromatiques, de longueur d'onde déterminée) et la droite des pourpres (ensemble des couleurs créées par mélange des deux extrémités, violette et rouge, du spectre).

Prenons simplement le cas d'un stimulus unidimensionnel en noir et blanc,  $f(u)$ : cette fonction ne peut être la combinaison linéaire la plus générale de sinus et de cosinus; et les auteurs qui traitent de mires sinusoïdales prennent volontiers la précaution d'écrire, e.g:

$$f(u) = a_0 + a_1 (1 + \cos(2\pi u / U)) + a_2 (1 + \cos(4\pi u / U)) + \dots ;$$

en prenant pour fonction de base non le cosinus, qui varie entre -1 et +1, mais  $1+\cos$ , qui varie entre 0 et 2.

L'exemple ci-après montre toutefois que l'on n'a pas ainsi l'expression de la fonction positive la plus générale. Un autre exemple, plus complexe, montre qu'en appliquant à une fonction positive un filtrage usuel on peut aboutir à une fonction qui n'est pas strictement positive; ce qui limite l'application du filtrage de fréquences spatiales.



Sont représentées sur la figure trois fonctions, dont les courbes sont marquées, respectivement, par les lettres A, B, C:

$$A(x) = 1 + \cos(2x) \ ; \ B(x) = 1 + \cos(x) \ ; \ C(x) = A(x) + B(x) \ ;$$

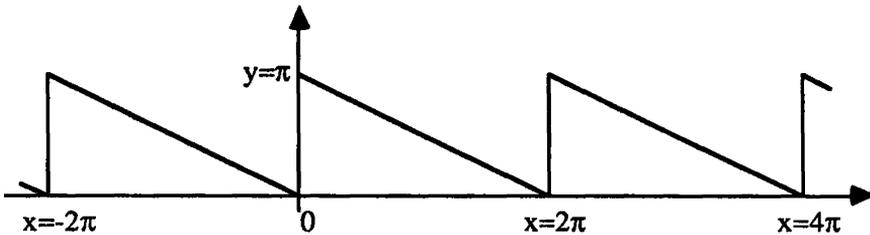
pour  $x \in (0, 2\pi)$ , la courbe a la forme d'un 'W'; le maximum absolu, 4, est atteint pour  $x=0$  et  $x=2\pi$ ; pour  $x=\pi$ , on a un maximum relatif, 2; enfin, le minimum absolu,  $7/8$ , est atteint deux fois, pour des valeurs de  $x$  telles que  $\cos(x)=1/4$ .

Donc la fonction:

$$f(x) = C(x) - (7/8) = (9/8) + \cos(x) + \cos(2x) \ ;$$

est partout  $\geq 0$ , bien qu'elle ne soit pas combinaison de termes trigonométriques simples  $\geq 0$ , comme  $(1+\cos(x))$  ou  $(1+\cos(2x))$ .

Le deuxième exemple annoncé a été étudié par Du BOIS REYMOND, puis GIBBS, dès la fin du XIX-ème siècle (cf., e.g., G. VALIRON, *Cours d'Analyse Mathématique*, *TI*, §88).



La série trigonométrique suivante:

$$f(x) = (\pi/2) + \sin(x) + (1/2) \sin(2x) + (1/3) \sin(3x) + \dots ;$$

représente une fonction en créneau, de période  $2\pi$ :

$$f(x) = (2\pi - x) / 2, \text{ si } (0 < x < 2\pi) ; f(x) = -x / 2, \text{ si } (-2\pi < x < 0) ;$$

fonction qui a une discontinuité pour  $x=0$ . Si l'on se limite à un nombre fini,  $m$ , de termes, on obtient une somme partielle qui, quand  $x$  est faiblement négatif, descend nettement au-dessous de zéro; la dénivellation étant de l'ordre de 0,28. Or prendre une somme partielle jusqu'au rang  $m$  équivaut à éliminer, par filtrage passe-bas, les termes dont la fréquence spatiale est supérieure à  $(m/2\pi)$ . Le phénomène ne disparaît que si la limite de la bande passante n'est pas abrupte, mais graduelle.

## 2.2 Analyse sensorielle des stimuli visuels

En 1959, parut, sous la signature de quatre auteurs désormais assurés de prendre place dans l'histoire, un article dont le titre même est resté célèbre: "Ce que l'œil de la grenouille dit au cerveau de la grenouille". Sans prétendre exposer les résultats de ce travail, et encore moins les critiques et compléments qui lui ont fait écho, nous traduirons quelques phrases du résumé et quatre sous-titres; avant de considérer quel schéma de structure mathématique est compatible avec les conceptions introduites, de façon définitive, par les auteurs.

"La méthode est de déceler quelle sorte de stimulus provoque l'activité maxima d'une fibre nerveuse donnée; puis de trouver un caractère précis de ce stimulus tel que la variation de tout autre ne modifie pas sensiblement la réponse. On sait, depuis quelque vingt ans, que chaque fibre du nerf optique est reliée, non à un petit nombre de cônes ou de bâtonnets de la rétine, mais à de très nombreux récepteurs distribués sur une aire assez étendue. Ce que nous montrons, c'est essentiellement, qu'au sein de cet aire, ce n'est pas l'intensité lumineuse elle-même qui produit l'excitation, mais la distribution des variations spatiotemporelles de cette intensité. Nous avons discerné quatre types de fibre, chacun répond à un type de variation différent..."

Ces types sont énumérés dans les sous-titres de quatre paragraphes, dont nous tenterons d'évoquer le contenu:

(1) Détecteur de contraste permanent: ... si le bord franc d'un objet, plus foncé ou plus clair que le fond, pénètre dans le champ du détecteur et s'y arrête, celui-ci se décharge promptement et la décharge se poursuit ...

(2) Détecteur de forte convexité: ... ne répond indéfiniment qu'à un objet introduit dans son champ et qui y est contenu entièrement, ou presque entièrement. La réponse est maxima avec un objet noir convexe ... dont le diamètre est la moitié de celui du champ récepteur ...

(3) Détecteur de front en mouvement: ... répond à tout front, clair ou sombre, qui se déplace dans son champ ...

(4) Détecteur d'obscurcissement: ... répond par une décharge régulière et prolongée à une soudaine réduction de la luminance dans son champ ...

Un tiers de siècle n'a pas suffi pour décrire la structure et la fonction des divers détecteurs que comporte la rétine; ne fût-ce que chez une seule espèce de vertébrés. Mais on n'a pas cessé de parler de détecteurs de front, de détecteurs de barres; ou, éventuellement, de détecteurs de stimuli périodiques (tels que les mires en noir et blanc dont on a déjà parlé). On a pu opposer l'analyse des fréquences spatiales à la détection de lignes ou de barres: pour J.-P. MENU, "ces deux modèles, distincts en théorie, peuvent s'associer à différents étages de la voie visuelle..."; et nous pensons que les détecteurs peuvent être compris dans un seul schéma, que nous proposons en faisant abstraction de la dimension temporelle.

Un détecteur est relié à un ensemble fini de récepteurs dont les uns, ( $s \in S$ ), ont sur lui un effet stimulateur et les autres, ( $i \in I$ ), un effet inhibiteur; le détecteur répond (par une décharge...) si l'excès de la stimulation sur l'inhibition dépasse un seuil fixé. En se bornant, pour la simplicité des formules, au cas d'une seule dimension spatiale, on écrira:

$$r(f) = \sum\{f(x_s) \mid s \in S\} - \sum\{f(x_i) \mid i \in I\} \quad ;$$

où les  $x_s$  et les  $x_i$  sont, respectivement, les abscisses des points de stimulation et d'inhibition; si  $r(f)$  dépasse le seuil, il y aura réponse au stimulus  $f$ .

Si  $S$  et  $I$  sont concentrés autour d'un point  $x_0$ ,  $I$  à gauche et  $S$  à droite,  $r(f)$  est une approximation moyenne de la dérivée de  $f$  sur un voisinage de  $x_0$ ; sera détecté un brusque accroissement de la luminance, un front; de la dispersion des récepteurs dépend la sensibilité du détecteur. Mais ici se pose le problème des fronts alternés, des lignes, des bandes de diverses largeurs... Par exemple, pour localiser avec précision un objet noir, il faut qu'une zone d'inhibition soit encadrée, à droite et à gauche par des zones de stimulation; la largeur optima de l'objet étant celle de la zone centrale d'inhibition.

Du point de vue mathématique, le type d'un détecteur sera décrit par une densité  $N(x)$  de distribution de récepteurs autour de l'origine; distribution

positive ou négative selon qu'il s'agit de stimulation ou d'inhibition. Pour un récepteur placé en  $x_0$ , la densité sera  $N(x - x_0)$ ; d'où la formule générale, donnant, avant comparaison au seuil, la réponse, au stimulus  $f$ , d'un récepteur de type  $N$ , placé en  $x_0$ :

$$r(f, x_0) = \int f(x) N(x - x_0) dx \quad ;$$

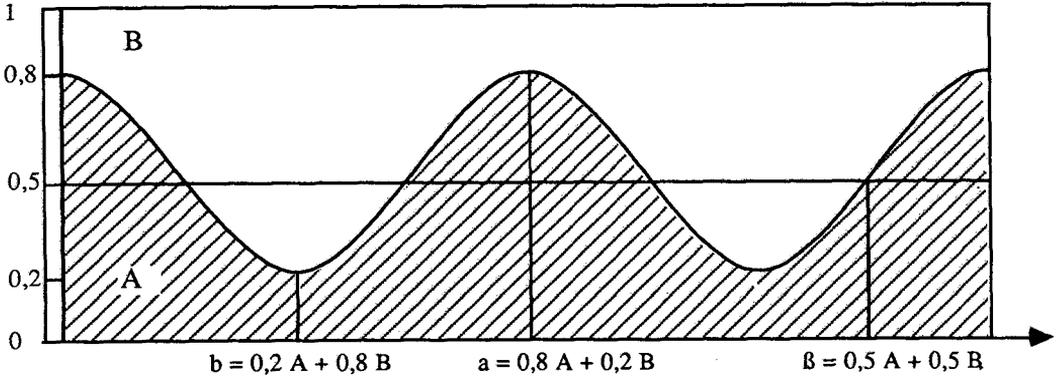
considérée comme fonction de  $x_0$ ,  $r(f, x_0)$  n'est autre que le produit de convolution du *noyau*  $N$  et de l'image  $f$  (qui peuvent être des fonctions; ou, plus généralement, des distributions de Schwartz; cadre dans lequel sont comprises les combinaisons linéaires finies considérées d'abord). Selon le théorème de PARSEVAL, la transformée de FOURIER de  $r(f, x)$  est le produit (usuel) des transformées de  $f$  et de  $N$ .

Or, filtrer un signal, c'est, en bref, multiplier chacune des composantes de son développement de FOURIER par un coefficient approprié. Ainsi, avant comparaison au seuil, la réponse apparaît comme le résultat d'un filtrage: rentrent dans ce format aussi bien le calcul de la moyenne de la dérivée sur une zone étroite, que la détection, au sein d'un signal, d'une ou de plusieurs bandes, de fréquence spatiale donnée, dont l'une est centrée sur le détecteur.

Revenons maintenant au problème proposé d'abord: résumer une image,  $f$ , par une deuxième image,  $f'$ , plus simple que  $f$ , qui contiendrait tout ce qu'on perçoit de la première. On peut, certes, proposer un modèle très simple de l'acuité visuelle, avec, uniquement, des détecteurs sans inhibition et dont le noyau  $N$  est une distribution en cloche positive: en bref de tels détecteurs éliminent les hautes fréquences spatiales correspondant à des longueurs d'onde inférieures à la largeur de la cloche; le seuil intervenant pour supprimer les zones de faible luminance.

Mais ajoutons seulement à ce modèle les détecteurs de gradient les plus simples: ceux-ci calculeront, avec une sorte de flou lié à l'acuité, les dérivées partielles  $\{\partial f/\partial x, \partial f/\partial y\}$  sur toute l'étendue du champ. Cependant, le seul fait d'introduire la non-linéarité, par un seuil de sensibilité au contraste, produit une dérivée perçue dont l'intégration conduit à des résultats absurdes: e.g., d'une fonction en dents de scie, les parties ascendantes, abruptes, seront perçues, mais non les parties descendantes, de faible pente; d'où, après intégration, une luminance croissant par paliers successifs de la droite vers la gauche.

Une difficulté plus grande encore vient de ce que l'on doit concilier dans une seule image reconstruite,  $f'$ , les informations, de nature différente (valeurs ponctuelles approchées; gradients; présence sur l'ensemble de certaines fréquences spatiales...) apportées par les détecteurs de divers types. En réalité, les réponses sensorielles périphériques constituent bien *ce que l'œil dit au cerveau*; non une image, mais un ensemble d'informations destiné à être interprété; une sensation qui sert de matière à une perception.



### 3 Étude expérimentale, sur des objets périodiques, de la perception du contraste chromatique

Plutôt que de poser, en termes généraux, le problème indéfini de la perception chromatique, nous décrivons, au §3.1, un type de stimuli dont l'étude nous paraît abordable, avant de suggérer, au §3.2, les voies de cette étude.

#### 3.1 Structure des stimuli proposés

Désignons par A et B deux couleurs, dont nous supposons qu'elles ont exactement la même luminance; et que, de plus, elles sont, au moins approximativement, complémentaires, en ce sens que la demi somme,  $\beta = (A + B) / 2$ , peut être assimilée à un blanc, ayant même luminance que A et B. Un stimulus sinusoïdal  $f(u)$  sera caractérisé par une période spatiale, U, et une profondeur de modulation chromatique,  $k$ , suivant la formule:

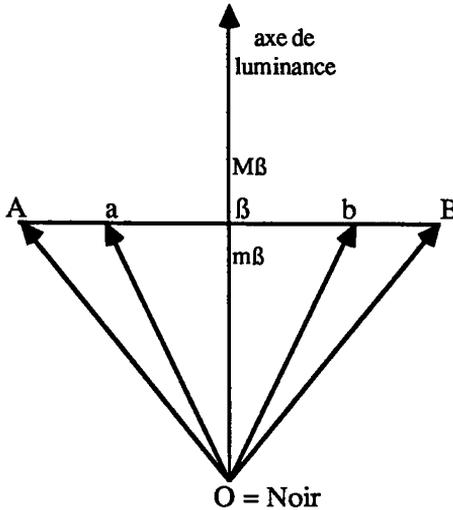
$$f(u) = ((1/2) + (k/2) \cos(2\pi u / U)) A + ((1/2) - (k/2) \cos(2\pi u / U)) B ;$$

ici,  $u$  est un angle exprimé, e.g., en degré qui exprime la direction du rayon visuel; U est l'angle sous lequel est vue chacune des bandes successives identiques entre elles, dont se compose l'image; et  $k$  est un nombre pur, qu'on peut supposer positif, et qui doit être inférieur ou égal à 1.

Sur une période spatiale U, ainsi que le montre la figure (où  $k=0,6$ ), la couleur du stimulus oscille entre deux points extrêmes,  $a$  et  $b$ , définis par:

$$a = (1/2) ((1+k) A + (1-k) B) \quad ; \quad b = (1/2) ((1-k) A + (1+k) B) ;$$

en passant par la valeur intermédiaire  $\beta$ ; les extrêmes,  $a$  et  $b$ , ont des tonalités opposées; la saturation s'annule pour le blanc,  $\beta$ . Mais la luminance est constante car les parts venant de A et de B (parts figurées, respectivement, par une zone hachurée et une zone blanche que sépare une frontière sinusoïdale) sont complémentaires.



Dans l'espace des couleurs, on peut regarder comme vertical l'axe de luminance, issu du point origine, O, qui est le noir. Le segment AB coupe transversalement cet axe en  $\beta$ ; les points extrêmes,  $a$  et  $b$ , de l'oscillation chromatique d'un stimulus sinusoïdal donné, sont symétriques par rapport au blanc,  $\beta$ .

Le schéma ainsi mis en place permet de décrire des stimuli modulés en luminance, tels que ceux étudiés par J.-P. MENU. On écrira:

$$f(u) = \beta (1 + k' \cos(2\pi u / U)) \quad ;$$

comme dans le cas de la modulation chromatique,  $U$  est l'angle sous lequel est vue chacune des bandes successives identiques entre elles, dont se compose l'image; et la profondeur de modulation,  $k'$  est un nombre pur, qu'on peut supposer positif, et qui doit être inférieur ou égal à 1. Sur une période spatiale  $U$ , la luminance du stimulus oscille entre deux points extrêmes, marqués, sur la figure,  $m\beta$  et  $M\beta$ .

Les 12 périodes spatiales étudiées par J.-P. MENU croissent en progression géométrique de raison  $\approx 5/3$ , depuis  $4'$  d'angle jusqu'à  $16^\circ$ . Pour chacune de ces périodes, il explore la perception du contraste en faisant varier, avec un pas de  $1/400$ , le rapport  $(1+k')/(1-k')$  des valeurs extrêmes entre lesquelles oscille la luminance. En fait, J.-P. M. parle de fréquence spatiale; mais, pour nous, la notion de période a l'avantage de se comparer directement au pouvoir séparateur de l'œil. Quant à l'expression du contraste, il vaut la peine de considérer, plutôt que notre coefficient  $k$  ou le rapport  $(1+k)/(1-k)$ , une mesure psychophysique: le nombre de seuils séparant les deux couleurs extrêmes.

### 3.2 Schéma de l'expérimentation

J.-P. M. a soutenu sa thèse en 1986: à cette époque, les stimuli étaient créés par un processeur graphique spécialisé pour être présentés sur un moniteur de télévision. Il est vraisemblable que le matériel informatique de série permet, aujourd'hui, de créer et de présenter des stimuli de bonne qualité: mais, laissant au spécialiste le choix du matériel approprié, nous nous bornerons à suggérer une suite d'étapes.

Afin de créer les stimuli considérés au §3.1, il faut d'abord fixer deux couleurs, A et B, d'égale luminance. Cette égalité doit être rigoureuse, car il est essentiel que des différences, même faibles, de luminance ne contaminent pas l'étude de la discrimination chromatique. Une voie nous paraît être de prendre directement le moniteur pour photomètre à papillotement: les couleurs A et B étant présentées alternativement; en demandant au sujet d'ajuster l'intensité de l'une des deux, par exemple B, jusqu'à ce que le papillotement soit minimum.

Les deux couleurs A et B étant ainsi fixées, il convient de graduer en seuils le segment AB. Ici encore, plutôt que d'effectuer des calculs sur les tables de la CIÉ, nous proposons d'utiliser le moniteur pour une expérimentation psychophysique simple. En bref, on pourrait présenter au sujet deux couleurs a' et b' occupant, respectivement, deux demi-champs séparés par une ligne soit verticale soit horizontale: la discrimination étant effective si l'orientation de la ligne de partage est correctement reconnue.

En l'état actuel des moyens informatiques, il nous paraît que les stratégies psychophysiques classiques de mesure des seuils peuvent être programmées et réalisées automatiquement, sans qu'un expérimentateur assiste de près le sujet. Le programme déterminerait la suite aléatoire des présentations avec une frontière soit horizontale (H), soit verticale (V); il ferait varier l'écart entre les deux couleurs a' et b' d'après le taux d'erreur commis par le sujet en répondant 'H' ou 'V'; le seuil pouvant être défini comme l'écart (a', b') pour lequel le taux d'erreur est 1/2.

Par une procédure toute semblable, on devra graduer en seuils l'axe de luminance, considéré comme l'ensemble des stimuli proportionnels à  $\beta = (A+B) / 2$ .

Le segment Ab et l'axe O $\beta$  étant ainsi gradués, on entreprendra des mesures de seuils d'une autre nature, pour des stimuli sinusoïdaux et non pour des champs plats juxtaposés. Afin d'éviter toute confusion nous utiliserons les locutions de *seuil plat* et *seuil sinusoïdal*; en distinguant, d'autre part, entre *seuil chromatique*, sur le segment AB, et *seuil de luminance*, sur l'axe O $\beta$ .

Pour une période spatiale U donnée, on mesurera expérimentalement le seuil sinusoïdal chromatique et le seuil sinusoïdal de luminance; chacun de ceux-ci étant exprimé en prenant pour unité le seuil plat de même nom. (Comme

J.-P. M., on pourra effectuer séparément des mesures dans un champ d'observation central; et dans des champs d'observation latéraux plus ou moins écartés; faire varier la luminance du fond relativement à celle des stimuli; et surtout, cela va sans dire, considérer plusieurs couples (A, B) de couleurs...

Sans prétendre exposer les résultats de la Thèse de J.P MENU, nous dirons qu'en fonction de U, le seuil sinusoïdal de luminance,  $ssl(U)$  passe par un minimum pour une valeur de U de l'ordre du demi-degré. Le seuil s'élève du côté des fortes périodes; il s'élève encore davantage du côté des très faibles périodes (hautes fréquences spatiales); car, alors, la perception du contraste de luminance se trouve limitée par l'acuité visuelle elle-même et, finalement, disparaît.

La question fondamentale est de comparer à  $ssl(U)$  la fonction  $ssc(U)$  qui décrit la variation du seuil sinusoïdal chromatique. Avec les unités différentes que nous avons choisies (seuil plat de luminance pour  $ssl(U)$ ; et seuil plat chromatique pour  $ssc(U)$ ), il ne serait pas absurde de supposer que  $ssl(U)$  et  $ssc(U)$  sont du même ordre de grandeur. Nous conjecturons, plus précisément, qu'il en est bien ainsi pour les fortes périodes U (basses fréquences spatiales): car il y a une analogie entre la comparaison de champs plats et la reconnaissance d'une structure en larges bandes, de profil sinusoïdal. Mais ce qu'on sait de l'acuité visuelle nous suggère, au contraire, que, pour les faibles périodes (hautes fréquences spatiales),  $ssc(U)$  croît beaucoup plus vite que  $ssl(U)$ ; entre hautes et moyennes périodes, la décroissance de  $ssc(U)$  pourrait même être peu marquée.

Nous laisserons cet exposé sans conclusion, en espérant que la diligence des expérimentateurs nous en fournisse une bientôt.

### Références bibliographiques

#### a) Travaux récents sur le traitement de l'information chromatique

J.-P. MENU: *Les fonctions de sensibilité aux contrastes de luminance polychrome chez l'homme: études psychophysiques*; Thèse, Université René DESCARTES; Paris; 1986.

A. TRÉMEAUN, M. CALONNIER, B. LAGET: *Classification hiérarchique et segmentation colorimétrique automatique*; Université de Saint-Étienne; Laboratoire de traitement du signal et instrumentation; 1991.

A. TRÉMEAUN, M. CALONNIER, B. LAGET: "Automatic color segmentation with a descending hierarchical clustering of successive dynamic clusters"; in *Proceedings of the 8th International Congress for Stereology*; Irvine; 1990.

## b) Travaux classiques et ouvrages de références utilisés

J.Y. LETTVIN, H.R. MATURANA, W.S. McCULLOCH, W.H. PITTS: "What the frog's eye tells the frog's brain"; in *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*; Vol. 47, pp.1940-1951; 1959. Reproduit dans:

C.R. EVANS, A.D.J. ROBERTSON (editors): *Key papers: Brain Physiology & Psychology*; Butterworths, Londres; 1966.

A. MARÉCHAL, M. FRANÇON: *Diffraction, structure des images, influence de la cohérence de la lumière*; Masson, Paris; 1970.

G. VALIRON: *Cours d'analyse mathématique; théorie des fonctions*; 2-ème édition; Masson, Paris; 1947.

## c) Articles sur la psychophysique parus dans CAD

[SEUIL]: "La psychophysique: histoire et critique de la notion de seuil"; in *CAD*, Vol. IV, n°4, pp.391-404; 1979.

[DÉTECTION]: "La psychophysique: expériences et modèles de détection"; in *CAD*, Vol. IV, n°4, pp.405-412; 1979.

[COULEURS]: "La vision des couleurs: I - Structure physique des stimuli et axiomes de l'équivalence chromatique; II - Qualités physiologiques des stimuli colorés; la photométrie; III - L'équivalence chromatique; IV - Le système des couleurs"; in *CAD*, Vol.VI; n°1, pp.59-85; n°2, pp.387-414; n°3, pp.319-344; n°4, pp.387-414; 1981.