LES CAHIERS DE L'ANALYSE DES DONNÉES

J.-P. BENZÉCRI

Croissance de l'entropie et réversibilité des lois de la mécanique

Les cahiers de l'analyse des données, tome 14, nº 2 (1989), p. 163-168

<http://www.numdam.org/item?id=CAD_1989__14_2_163_0>

Les Cahiers de l'Analyse des Données
Vol XIV 1989 n°2 - pp. 163 168.

CROISSANCE DE L'ENTROPIE ET RÉVERSIBILITÉ DES LOIS DE LA MÉCANIQUE

[ENTROPIE]

J.-P. BENZÉCRI

Après avoir rappelé, en suivant Landau et Lifschitz, l'opposition souvent remarquée entre le principe de la croissance de l'entropie et la réversibilité des lois de la mécanique, nous suggérons, d'après des exemples simples de modèles mécaniques statistiques, que la loi de l'accroissement de l'entropie, confirmée par l'expérience, résulte de changements macroscopiques éventuellement symétriques quant à l'orientation du temps, et est même indépendante de cette orientation.

1 Réflexions sur le principe de croissance de l'entropie

Rappelons plusieurs thèses assez généralement admises, en résumant l'exposé qu'en donnent Landau et Lifschitz au §8 du Tome V, consacré à la *Physique Statistique*, de leur célèbre Traité de *Physique Théorique* (2-ème éd., Moscou, 1964).

Selon une loi, attachée aux noms de Carnot, Clausius et Boltzmann, si un système se touve, à un instant donné, dans un état macroscopique de non équilibre, l'évolution la plus probable se fera dans le sens d'un accroissement de l'entropie. Quant on parle d'*évolution la plus probable*, il faut entendre qu'une décroissance tant soit peu notable de l'entropie ne peut jamais être observée dans la nature. Bien que l'expérience confirme pleinement cette assertion, on rencontre, en y réfléchissant, des difficultés essentielles qui, dans une notable mesure, ne sont pas jusqu'à présent résolues.

D'abord, si l'on tente d'appliquer la statistique à l'Univers, considéré comme un système unique, on s'étonne que ce système, même si on le considère à l'échelle des observations astronomiques, n'ait aucunement atteint son état d'équilibre. Après avoir écarté la possibilité que la vie de l'humanité ne soit qu'une fluctuation, L & L préfèrent invoquer la relativité générale pour postuler que l'Univers n'est pas fermé mais est soumis à un champs gravifique dont l'évolution spatiotemporelle macroscopique interdit que s'établisse un équilibre.

L'objection cosmologique étant ainsi résolue, une autre difficulté se présente: l'invariance de la mécanique par changement du temps t en $-t$, doit s'étendre à la mécanique statistique classique.

Si est possible un processus s'accompagnant d'un accroissement de l'entropie, doit être possible le processus inverse, dans lequel l'entropie décroît. Cette dernière possibilité ne contredit pas, à strictement parler, le principe de la croissance de l'entropie, lequel affirme seulement que, parmi toutes les configurations microscopiques compatibles avec un état macroscopique donné, une écrasante majorité évoluent dans le sens d'un accroissement de l'entropie. Mais la symétrie par rapport à l'orientation de l'axe des temps conduit alors à affirmer que, pour un système considéré à l'instant t_0, le plus probable est que non seulement les états postérieurs à t_0, mais aussi les états antérieurs soient des états d'entropie supérieure. Or cette dernière assertion est manifestement contredite par l'expérience.

Landau et Lifschitz énoncent, avec prudence, qu'il n'est pas prouvé qu'on puisse, sur les fondements de la mécanique classique, démontrer la loi de l'accroissement de l'entropie; ils notent même que, compte tenu de l'invariance par inversion du sens du temps, l'on ne peut espérer démontrer plus qu'une loi de variation *monotone* de l'entropie; le sens de la croissance restant alors à identifier avec celui du passé vers le futur. (Identification sur la portée philosophique de laquelle, Olivier Costa de Beauregard a profondément médité.)

Nos auteurs concluent qu'il est plus vraisemblable de voir dans les lois de la mécanique quantique l'origine de la croissance de l'entropie. En effet, tandis que l'équation fondamentale de Schrödinger, à l'instar de la mécanique classique, respecte l'invariance par rapport à l'orientation du temps, les principes probabilistes de l'interprétation de cette équation sont, quant à eux, nettement dissymétriques. Mais L & L soulignent que si la croissance de l'entropie est d'origine quantique, il reste à relier cette croissance à la valeur de la constante de Planck...

2 Croissance expérimentale de l'entropie et modèles statistiques

Nous ne dissimulerons pas que la croissance de l'entropie doit, comme l'ont fait L & L, être mise en parallèle avec les questions les plus profondes de la physique. Cependant, dans ses manifestations expérimentales les plus ordinaires, la croissance de l'entropie apparaît liée, plus encore qu'à la cosmologie ou aux fluctuations statistiques, à des faits banals telle que la production d'eau tiède par mélange d'eau froide et d'eau chaude. Un tel processus se réalise assurément par des interactions moléculaires complexes, mais il a pour cause déterminante un phénomène macroscopique se produisant à un niveau hiérarchique supérieur: la mise en contact de deux sous-systèmes, l'eau chaude et l'eau froide, initialement isolés. L'intervention profonde et nécessaire des principes de la mécanique quantique, ne se conçoit elle-même, selon nous que dans une perspective hiérarchique qui est celle des processus de mesure et de toute évolution de la matrice de densité (cf. *CAD*, vol XI, n°2, 1986, pp. 235-245).

Essentiellement, la création d'entropie résulte de la création d'un couplage: si le couplage existait depuis un temps indéfini, on peut affirmer, (sans mettre en cause la cosmologie à l'échelle de l'univers), que l'équilibre serait établi; les variations d'entropie se réduisant à des fluctuations négligeables, ainsi que l'ont souligné L & L. Afin de respecter la symétrie quant au sens du temps, on peut supposer le couplage réalisé pendant un temps suffisant pour que s'établisse, par exemple, un équilibre thermique, puis supprimé. C'est pourquoi nous avons cherché à concevoir un modèle mécanique où, sans reproduire le détail des interactions physiques réelles, un changement macroscopique entraîne l'étalement d'une distribution statistique. Le changement macroscopique le plus simple semble être de supprimer une ou plusieurs cloisons. Nous avons d'abord songé à mettre en jeu la pesanteur pour égaliser une distribution: mais une chute non suivie de rebondissement est un phénomène irréversible... Les modèles que nous proposons ici mettent simplement en jeu des réflexions sur des cloisons, éventuellement modifiées au cours du temps.

3 Équipartition de la distribution d'un nuage de points entre deux ou plusieurs cellules

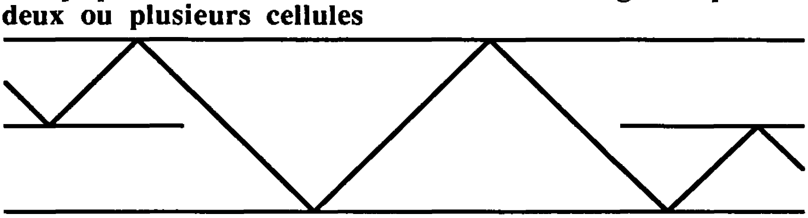
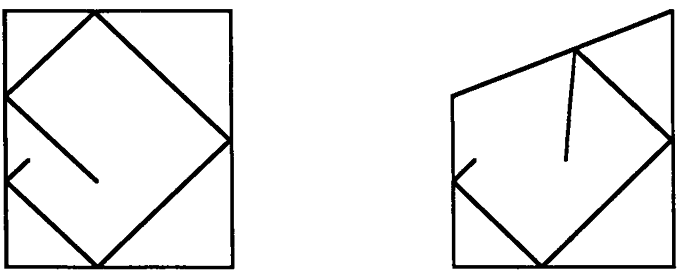


Schéma du mouvement d'un point dans un espace unidimensionnel divisé en deux cellules

Sur la présente figure, l'axe horizontal est l'axe des temps; et l'axe vertical représente l'espace, unidimensionnel, divisé en deux cellules superposées; un point emprisonné dans sa cellule va et vient d'une extrémité à l'autre; d'où un diagramme en dents de scie; si l'on supprime temporairement la cloison, le va et vient est plus ample; et le point peut se trouver avoir changé de cellule. Supposons qu'initialement seule soit occupée la cellule supérieure, emplie d'un nuage de points sans interaction les uns avec les autres; et que ces point soient distribués à peu près uniformément avec une vitesse peu dispersée autour des valeurs $\pm v$. Pendant qu'on supprime la cloison les points tendent à se distribuer uniformément sur l'ensemble unifié des deux cellules; ce qui sera réalisé pourvu que le temps de suppression soit d'un ordre plus grand que le temps requis pour parcourir l'ensemble de l'espace à une vitesse égale à la dispersion de v. L'égal partage entre les deux cellules se maintiendra, évidemment, après rétablissement de la cloison. Il est aisé de généraliser le modèle, au cas d'un système de n cellules superposées dont la 1-ère est initialement seule occupée; la suppression temporaire des n-1 cloisons entrainant un égal partage entre les cellules.

4 Équipartition en direction sur un billard trapézoïdal



Billard rectangulaire et billard trapézoïdal

Un point enfermé dans un domaine plan rectangulaire, ou "billard rectangulaire", se réfléchit sur les parois sans que la direction de son mouvement puisse être modifiée autrement que par une symétrie par rapport aux axes du rectangle.

Si l'on incline l'un des côtés du billard, le mouvement prendra au cours du temps toutes les directions possibles; (ou plus exactement s'en approchera arbitrairement si seulement l'angle d'inclinaison n'est pas une fraction rationnelle d'un angle droit).

Soit un gaz de points enfermé initialement dans un billard rectangulaire, et dont nous supposons que les points ont une distribution très concentrée à la fois en vitesse absolue et en direction. Afin d'établir une liaison entre les deux degrés de liberté que sont les deux composantes du mouvement suivant l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées, il suffit d'incliner temporairement l'un des côtés du billard.

Si, pendant le temps que cette modification est maintenue, tout point effectue sur la paroi inclinée un nombre de réflexions suffisant pour que sa direction prenne toute valeur, et que la dispersion des vitesses joue pour que la variation de direction des points soit étalée, on aura, lors du rétablissement de la forme rectangulaire initiale, une distribution des vitesses à peu près uniforme en direction, distribution qui se maintiendra ensuite indéfiniment.

5 Interprétation des propriétés des modèles

En bref, on a initialement dans les deux cas une distribution de points concentrée dans l'espace des phases; et cette distribution se trouve étalée après une modification macroscopique temporaire: on peut donc bien parler d'augmentation de l'entropie.

Cependant, l'orientation de l'axe du temps, du passé vers l'avenir n'intervient pas directement; nous croyons qu'il y a réversibilité parfaite, non seulement dans les lois du choc élastique (ou de la réflexion) et dans les conditions macroscopiques créées en établissant un couplage temporaire , mais au niveau des conclusions mêmes que l'on formulera.

Il suffit de parler des "deux extrémités de l'axe des temps" et de dire que si à l'une de ces extrémités est réalisé un certain confinement, la probabilité est négligeable que le même confinement soit également réalisé à l'autre extrémité.

En effet, en toute rigueur au niveau microscopique, c'est-à-dire, dans nos modèles, au niveau des nuages de points, il se peut que les positions et les vitesses individuelles aient entre elles des relations telles que le processus de dispersion, dont nous avons esquissé le déroulement, ne se réalise aucunement.

Bien plus, l'application du principe de symétrie permet d'affirmer qu'une distribution dispersée peut être transformée en distribution confinée. Mais nous croyons avoir montré qu'en établissant temporairement un certain couplage (ce que, répétons-le, nous avons fait au §3 en supprimant une cloison et au §4 en inclinant un côté du billard) on favorise un certain type d'étalement (équipartition entre cellules, ou équipartition en direction) au point que, même si cet étalement n'est pas réalisé à l'une des extrémités de l'axe des temps, il y a toute probabilité qu'il le soit à l'autre.

A fortiori, si l'étalement existe à une extrémité, existera-t-il à l'autre! Ce qui physiquement correspond, par exemple, au fait qu'en établissant un couplage thermique temporaire entre deux objets dont la température est la même, on n'a aucune chance de les retrouver à des températures différentes après avoir supprimé le couplage.

Si, comme nous le pensons, on applique généralement la loi de la croissance de l'entropie à des situations où un couplage est établi, duquel résulte l'établissement d'un équilibre, c'est dans l'application, que passé et avenir jouent des rôles dissymétriques, non dans le principe même qui met seulement en rapport couplage et étalement.

Références bibliographiques

O. Costa de Beauregard: *Le second principe de la science du temps, entropie, information, irréversibilité*; éditions du seuil; Paris, 1963.

Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшить: *Статитичесая Физика*; Издательство Наука; Москва, 1964.