

J. P. BENZÉCRI

Intégration de l'information dans la mémoire et approximation stochastique

Les cahiers de l'analyse des données, tome 10, n° 4 (1985),
p. 495-498

http://www.numdam.org/item?id=CAD_1985__10_4_495_0

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1985, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

INTÉGRATION DE L'INFORMATION DANS LA MÉMOIRE ET APPROXIMATION STOCHASTIQUE

[MEM. STOCH.]

par J. P. Benzécri *

1 Ame et Machine : Depuis les origines de la philosophie, l'homme s'interroge sur l'âme et ses facultés ; sur les sens et la pensée ; sur la mémoire (**) et la volonté. Alors que les arts mécaniques étaient dans l'enfance, on comparait déjà l'animal et l'homme même, à une machine ; et certains niaient que les êtres vivants fussent autre chose que des machines. Aujourd'hui la comparaison est devenue plus minutieuse et plus profonde. Plus minutieuse, parce que l'histologie, la biochimie, l'électrophysiologie cellulaire ou macroscopique, l'imagerie dynamique (R.M.N.) ont fortement accru la connaissance du cerveau. Plus profonde, parce que le terme de comparaison n'est plus le treuil ou l'horloge ; mais l'ordinateur qui dans de nombreuses tâches apparaît comme un outil mental dont les performances dépassent de loin celles du cerveau.

De telles comparaisons sont d'autant moins condamnables, qu'elles sont inévitables car les ordinateurs et leurs programmes sont d'abord issus d'une conception - juste ou fausse - qu'on se fait de la pensée ; et, en retour, les contraintes techniques donnent aux réalisations de l'informatique une structure au travers de laquelle on interprète tout ce qu'on observe du cerveau. Il y a cependant entre le cerveau de toujours et l'ordinateur d'aujourd'hui des différences qui interdisent de produire dans les termes de celui-ci autre chose qu'une *dissection fonctionnelle hypothétique de celui-là*. Très supérieur au cerveau par la fréquence de synchronisation globale (**) qui va de 10^6 Hz pour le moindre microordinateur, à 10^8 Hz pour les grandes machines, tandis que les rythmes globaux du cortex sont bien en deçà de 100 Hz l'ordinateur brutalement centralisé autour d'un processeur, fût-il vectoriel, n'a rien qui évoque l'incubation de la pensée ni les localisations larges ou floues des fonctions supérieures dans le cerveau. Légitimes s'ils ne servent qu'à orienter l'interprétation des expériences et leur enchaînement, des termes comme "Mémoire rapide", "Mémoire de travail", "Mémoire lente", "Calcul de fréquence", ne sauraient être pris pour des termes concrets de l'organigramme du cerveau et de son fonctionnement.

(*) Professeur de statistique. Université Pierre et Marie Curie.

L'auteur remercie le Dr Banquet pour lui avoir communiqué un de ses mémoires dont la lecture a été l'occasion de la présente note.

(**) Le plus ancien ouvrage consacré exclusivement à la mémoire, est selon ce que nous savons, le *Περὶ μνήμης καὶ ἀναμνήσεως* - De la mémoire et de la réminiscence, d'Aristote ; ce traité que les éditeurs rangent dans les *Parva naturalia*.

Cependant parmi les principes algorithmiques dont on use pour concevoir les modèles mentaux, il en est un qui, par la robustesse de sa structure qui absorbe le bruit en l'amortissant, sans effacer le signal ; par sa sobriété dans l'occupation de l'espace, où il se distribue sans revendiquer davantage que ce qui lui a été attribué d'abord ; nous paraît conforme à ce que suggère à la fois la neurophysiologie et l'introspection : c'est l'approximation stochastique.

2 L'approximation stochastique : Quiconque tente de programmer comprend vite le sens que les gens du métier donnent au verbe "écraser". Dans l'ordinateur qui sans cesse reçoit des nombres et en crée, il est difficile d'éviter que le nouveau ne se superpose à l'ancien, ou ne se substitue anarchiquement à lui, donnant ainsi à la mémoire un contenu inexploitable. L'approximation stochastique peut se définir en bref comme l'art d'écraser judicieusement ; de telle sorte que le contenu de la mémoire, sous les chocs répétés (*) des informations reçues, prenne insensiblement la forme du résultat. En termes mathématiques, on dira que les informations reçues sont le produit d'une source aléatoire ; et que le contenu de la mémoire, (plus précisément : d'un segment de la mémoire), constamment réélabore avec ces informations, évolue suivant un processus stochastique qui converge vers la solution d'un problème ; ou du moins, si la source extérieure est instable, poursuit asymptotiquement un terme mobile.

Un exemple très simple montrera en quoi la solution par l'approximation stochastique diffère de la solution arithmétique usuelle. Supposons que se présente dans le temps une suite $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ de réalisations d'une grandeur aléatoire x , dont on cherche à estimer la moyenne. Une première solution est de garder ces nombres, jusqu'à avoir un échantillon d'effectif suffisant ; pour lequel on fera la somme ; divisée enfin par le nombre des termes. Une deuxième solution, qui ne requiert qu'une mémoire bornée à deux cases (sous réserve que les nombres calculés ne débordent pas : c'est-à-dire ne dépassent pas la borne supérieure des nombres que dans le système on peut ranger sous le format "réel" ou "entier") : au fur et à mesure que les x_n se présentent, on met à jour leur total Σ et le nombre n lui-même (incrémenté de 1) ; le résultat ou moyenne estimée sera obtenu par division, quand on le voudra ; par exemple quand n sera égal à 10.000 ; ou quand surviendra un signal d'interrogation. Une troisième solution est de tenir constamment à jour la moyenne elle-même \bar{x} , pour la modifier à chaque entrée d'un nouvel x_n . Cette troisième solution semble d'abord ne différer de la deuxième que par une disponibilité plus grande du résultat acquise au prix de calculs inutilement répétés : en bref on doit garder en mémoire une moyenne $\bar{x}(n)$ et un rang n et on pose :

$$\bar{x}(n) = \bar{x}(n-1)(1 - (1/n)) + (x_n/n).$$

Mais cette solution 3 a le mérite de suggérer une solution 4, beaucoup plus souple, encore que mal définie :

$$\bar{x}(n) = \bar{x}(n-1) \cdot (1 - \epsilon_n) + (x_n \cdot \epsilon_n).$$

Si $\epsilon_n = 1/n$, rien n'est changé sinon les notations ; mais on peut seulement supposer que ϵ_n tend vers zéro suivant une certaine loi, de laquelle dépendra la qualité de l'estimation obtenue pour la moyenne \bar{x} .

(*) Nous empruntons cette analogie à Bergson qui dans son "Essai sur les données immédiates de la conscience" écrit : "... il se poursuit dans les profondeurs de l'âme ... [un] processus tout dynamique assez analogue à la représentation qualitative qu'une enclume sensible aurait du nombre croissant des coups de marteau..." (pp. 92-93 ; cité et commenté par nous in [BERGSON] ; CAD Vol VII n° 4 pp 410-411 ; (1982)).

3 Labilité de la mémoire et approximation stochastique

Or ce que l'on sait de la pensée et du cerveau, nous suggère que d'une part la précision de l'estimation de \bar{x} importe peu (et d'autant moins que la source des x_n n'a pas de moyenne stable) ; et que d'autre part, alors qu'il est invraisemblable qu'un cerveau compte et fasse des divisions, il est admissible qu'il modifie son état courant sous le choc des stimuli successifs, avec une sensibilité ϵ plus ou moins grande. Ainsi, il n'y a plus de compteur, les notions de mémoire rapide et lente se fondent dans celle de mémoire de travail. Dans son travail, la mémoire est d'abord rapide, parce que ϵ est élevé ; en sorte que l'effet des deux ou trois derniers stimuli reçus prédomine. Le mémoire devient lente quand ϵ décroît ; et si ϵ tend trop vite vers zéro, \bar{x} se stabilise sans pouvoir converger vers la valeur exacte de la moyenne (à supposer, répétons-le, que celle-ci existe) : comme quand l'esprit, sur une expérience limitée, s'est formé un jugement dont il ne démor- dra plus.

Quant aux rapports de la labilité de la mémoire avec l'activité de l'intelligence, Aristote écrit (*op. laud. Cap. I*) οὐ γὰρ οἱ αὐτοὶ εἰσὶν μνημονικοὶ, καὶ ἀναμνηστικοὶ ἄλλ' ὡς ἐστὶ τὸ πολλοῦ, μνημονικώτεροι μὲν οἱ βραδείας ἀναμνηστικώτεροι δέ, οἱ ταχείας καὶ εὐμαθείας. "Ce ne sont pas les mêmes qui se signalent par la mémoire et par la réminiscence (ou aptitude à retrouver) : mais en général ceux qui ont le plus de mémoire ont l'esprit lent ; et ceux qui sont aptes à la réminiscence sont rapides et apprennent bien". Ce que Saint Thomas d'Aquin commente en termes tout matériels : *Cujus ratio est, quia diversae habitudines hominum ad opera animae proveniunt ex diversâ corporis dispositione. Videmus autem in corporalibus quod illa quae difficulter et tarde recipiunt impressionem, bene retinent eam sicut lapis ; quae vero de facili recipiunt non retinent bene sicut aqua.* "La raison en est que les diverses aptitudes des hommes aux oeuvres de l'âme proviennent de l'inégale disposition des corps. Or les corps difficiles et lents à marquer retiennent bien l'empreinte, comme le fait la pierre ; ceux faciles à marquer ne retiennent pas bien ; comme l'eau". (cf. e.g., éd. Spiazzi chez Marietti ; 1949).

On trouve dans le recueil "Pratique de l'A. des D. en linguistique et lexicologie", dans un travail de Malcolm Clay consacré au style scientifique, proposant des aperçus hypothétiques sur différents processus que peut suivre un lecteur dans ses appréciations successives du style d'un texte, avec deux tendances extrêmes à se fixer sur les premières phrases lues ; ou au contraire à ne tenir compte que des dernières qu'on vient de lire. D'autre part l'approximation stochastique est propre à résoudre des problèmes autrement complexes qu'un calcul de moyenne : nous avons publié dans CAD (Vol VII, n° 4 pp. 387-394 (1982), un algorithme d'analyse factorielle par appr. stochastique dont une étude mathématique rigoureuse se trouve au Bull. de la Soc. Math. de France (T 97 pp. 225-241 (1969)) .

Nous ne tenterons pas dans la présente note de résumer ces travaux antérieurs, mais considérerons d'un point de vue proche de l'approximation stochastique, un processus psychophysique simple, sur lequel J.-P. Banquet a attiré notre attention.

4 Onde P300 et sensibilité à la fréquence

Depuis quelques années, les neurophysiologistes, consacrent de nombreuses études à une onde issue du cerveau appelée P300 parce qu'elle est positive et survient quelque 300 millisecondes après la présentation d'un stimulus. L'opinion s'est répandue que cette onde correspond non à l'élaboration d'une réponse immédiate (celle-ci pouvant en certains cas précéder celle-là) mais à l'intégration de l'information reçue dans une représentation sans cesse mise à jour du contexte de la tâche expérimentale assignée au sujet ; l'amplitude de la P300 étant

d'autant plus forte que le remodelage de cette représentation est plus profond.

Nous considérons seulement un seul schéma d'expérience. On présente au sujet une suite de stimuli rentrant dans un inventaire fini : par exemple, en bref, une suite de A et de B telle que :

A A B A A B A B B A A A B A ...

(ou plus généralement une suite d'éléments i d'un ensemble fini I). L'amplitude de la P300 qui suit un stimulus (nous dirons en bref "une lettre") apparaît dépendre d'une estimation instantanée de la fréquence de la lettre : l'amplitude étant d'autant plus grande que la fréquence est faible (avec, quand une lettre se rencontre pour la première fois, des phénomènes particuliers que nous ne préciserons pas).

Les auteurs imaginent un calcul inconscient de la fréquence ; inconscient parce que la P300 ne dépend pas des instructions données ou non au sujet pour appeler son attention sur des fluctuations dans la densité relative des A et des B ; et qu'en tout cas la P300 répond à ces fluctuations avant que le sujet en ait conscience ; mais calcul tout de même. On parle donc de fenêtre temporelle, ayant la capacité de la mémoire de travail ; où serait reçu le nouveau stimulus avec expulsion du plus ancien.

Cependant le phénomène de l'ajustement de la P300 à la fréquence disparaît si les stimuli sont espacés de plus de 2s ; elle disparaît également s'ils sont trop proches (espacés de moins de 0,5s). Aussi des auteurs attribuent-ils aux stimuli, à juste titre croyons-nous, un effacement exponentiel dans la mémoire ; ainsi ne peuvent être gardés plusieurs stimuli trop espacés. Pour le traitement des stimuli trop proches on invoque, plus confusément, un encombrement.

Ces effets peuvent se comprendre dans un modèle inspiré de l'approximation stochastique. A chaque lettre i (par exemple, dans le cas le plus simple, à chacune des deux lettres A et B), on attribue un organe totalisateur (inutile de tenter de matérialiser ce total par l'accumulation d'un médiateur chimique, ou par des trains d'ondes...). Le contenu du totalisateur C_i , laissé à lui-même, décroît avec une constante de temps T de l'ordre de 1/4 :

$$dC_i/dt = -C_i/T ;$$

quand se présente un stimulus i , C_i s'accroît instantanément de 1 (ou de toute autre unité arbitraire...) ; d'autre part cette addition provoque une réponse à la Fechner, la P300, d'intensivité :

$$\Delta C_i/C_i = 1/C_i$$

Cependant, la capacité du totalisateur a un maximum que les chocs successifs des stimuli entretiennent mais ne permettent pas de dépasser.

Le modèle admet des variantes ; qui pourraient rendre compte plus ou moins bien de la variation de la P300 avec le rythme d'arrivée des stimuli et le nombre de lettres utilisées. Il ne faut pas dissimuler que comme il s'agit de processus complexes, des régulations globales peuvent se superposer au mécanisme de différenciation des lettres selon leur fréquence instantanée. Notre but était seulement de montrer que la présence d'une onde dépendant d'une fréquence, n'implique aucunement un calcul de fréquence d'après un échantillon ("la fenêtre") ; mais peut résulter d'un processus de totalisation plus synthétique ; et par là, plus vraisemblable. Encore qu'aucun modèle ne puisse ici prétendre être plus qu'une analogie de la réalité neurophysiologique.