LES CAHIERS DE L'ANALYSE DES DONNÉES

J.-P. BENZÉCRI

La vision des couleurs. II. Qualités physiologiques des stimuli colorés : la photométrie

Les cahiers de l'analyse des données, tome 6, nº 2 (1981), p. 145-155

<http://www.numdam.org/item?id=CAD_1981__6_2_145_0>

Les Cahiers de l'Analyse des Données
Vol. VI - 1981 - n° 2 - p. 145-155.

LA VISION DES COULEURS.
II. QUALITÉS PHYSIOLOGIQUES DES STIMULI COLORÉS : LA PHOTOMÉTRIE
[COULEURS II]

par J.-P. Benzécri [1]

4 *Photométrie des stimuli colorés* : La plupart sont surpris d'apprendre que l'infinité des apparences que peut révéler une surface uniformément colorée, n'ait que trois dimensions ; et cette surprise est d'autant plus grande s'ils connaissent la structure physique infinidimensionnelle décrite au § précédent. Avant d'étudier les qualités physiologiques des stimuli colorés, nous voulons répondre à des objections qu'à cette description un lecteur pourrait faire, plus ou moins explicitement.

Du point de vue physique, la rétine n'est pas un spectroscope (nous avons dit plus haut qu'elle diffère en cela de l'oreille qui, elle, est un analyseur harmonique) : elle est tapissée d'organes photosensibles, bâtonnets et cônes, que l'on distribue en sous-classes (e.g. selon Adams 1923, cité d'après Judd, 1951, p. 834, il y a trois sortes de cônes). A chaque classe d'organes est propre une réaction globale qu'on peut en première approximation supposer linéaire à seule fin d'écrire une formule : si le stimulus est $B(\lambda)d\lambda$ la réponse d'un organe de type T sera :

$$r_T = \int \chi_T(\lambda)\ B(\lambda)\ d\lambda,$$

(où $\chi_T(\lambda)$ est une fonction caractéristique de la réponse du type T). Qu'il y ait ou non linéarité, la réponse à un stimulus coloré uniforme aura un nombre de dimensions au plus égal au nombre des types T entre lesquels se distribuent les organes (et c'est pourquoi on parle de trois classes de cônes, pour expliquer la tridimensionnalité des impressions produites par les stimuli rayonnants ; les bâtonnets jouant leur rôle principal dans la vision crépusculaire, d'où les couleurs sont absentes, cf. *infra* §§ 4.1.2 & 4.2.2). D'où nécessairement le phénomène de métamérie (que nous étudierons en détail au § 4.2) : deux stimuli colorés de composition spectrale très différente (un vert monochromatique d'une part, un mélange continu de bleu, de vert, et de jaune de l'autre) ne seront pas distingués par l'oeil.

Du point de vue des impressions sensibles, il faut dire que la notion de stimulus chromatique uniforme est une fiction expérimentale dont la réalité quotidienne ne s'approche que dans la civilisation technique contemporaine. Dans la nature, la couleur est inséparable de la matière, c'est-à-dire d'une certaine texture d'hétérogénéïté et aussi de reflets qui se mêlent au rayonnement diffusé, et s'y mêlent diversement selon les mouvements de l'oeil (sur les qualités des surfaces, cf. e.g. Judd, 1951 p. 837, qui donne cinq notions distinctes de "luisant").

---

(1) Professeur de statistique. Université P. et M. Curie.

Les dispositifs expérimentaux qui, tels celui de Stiles (1955, cf. *infra*), envoient directement dans l'oeil du sujet des pinceaux de rayons prélevés à la sortie d'un prisme ont, entre autres avantages, celui d'éliminer toute impression de matière. Et la chimie permet aujourd'hui d'affecter chaque matière de n'impote quelle couleur, comme aussi de réaliser des filtres transparents correspondant à chaque couleur. Ainsi variables de couleur et variables de matière coexistent, mais, du moins, indépendamment. Il n'en a pas toujours été ainsi : pour un poète homérique la mer est pourpre, non qu'elle soit rouge, mais elle a les modulations et les plis d'une étoffe... Dans les langues européennes modernes, les noms de couleurs ont des étymologies disparates : on a peine à y traduire les qualificatifs des langues anciennes. Et des locutions telles que "couleur changeante" "couleur qui vibre" témoignent qu'on rapporte encore volontiers à la couleur ce qui appartient à la matière (ou au rythme de fluctuation de la couleur). Mais un mélange de radiations lumineuses n'a que trois dimensions psychologiques qui lui sont propres :

Ce sont (nous citons Bourdon, 1923, p. 363) :

" 1°) La qualité ou le ton, qui fait qu'une couleur est bleue,rouge, etc. ;

2°) L'intensité, qui fait qu'une couleur est plus ou moins lumineuse ;

3°) La saturation ou pureté : une couleur est saturée lorsqu'elle ne contient pas de blanc ; elle est d'autant moins saturée qu'elle en contient davantage". (e.g. le rouge est plus saturé que le rose...).

Dans l'étude de ces dimensions, voici quel sera notre plan. D'abord, l'intensité lumineuse, dont la mesure fait l'objet de la photométrie. Ensuite, l'étude mathématique de l'équivalence chromatique $\mathcal{C}$, relation d'équivalence entre stimuli métamères, i.e. stimuli qui ne sont pas distingués par un sujet suivant aucune dimension sensible. Le quotient $\mathcal{M}^+/\mathcal{C}$ est tridimensionnel ; mais les paramètres mathématiques de ce quotient ne s'identifient pas avec les dimensions psychologiques des stimuli colorés : (notamment, parce que l'apparence d'un stimulus donné dépend des conditions d'adaptation du sujet). Nous terminerons donc en étudiant le quotient $\mathcal{M}^+/\mathcal{C}$ du point de vue des apparences perçues.

4.1 Photométrie: On étudie ici l'équivalence lumineuse, ou $\mathcal{L}$ - équivalence des stimuli rayonnants (caractérisés, cf. *supra* §2.5.5, par leur brillance énergétique $B(\lambda)d\lambda$). On dira que deux stimuli qui paraissent au sujet également lumineux sont $\mathcal{L}$-équivalents, ou encore qu'ils ont même brillance photométrique, (ou lumineuse). Le but pratique des expériences est de définir comme un nombre la brillance photométrique B_L d'un stimulus de brillance énergétique $B(\lambda)d\lambda$, et de calculer B_L en fonction de $B(\lambda)d\lambda$, par une intégrale. Ce que l'on parvient à faire, suivant le shéma annoncé au § 3.5.

4.1.1 Définition expérimentale de la $\mathcal{L}$-équivalence : Pour définir expérimentalement la $\mathcal{L}$-équivalence entre stimuli de composition spectrale différente (donc éventuellement de couleur différente) on se sert communément du photomètre à papillotage. Cet appareil permet d'envoyer alternativement, dans un même secteur du champ visuel, deux rayonnements différents. Si la fréquence des alternances est de dix à quinze par seconde, on a généralement une impression de papillotage. Mais cette impression peut disparaître même avec des lumières de couleur différente pour un rapport convenable des énergies des deux rayonnements: on dit alors qu'il y a fusion, et, par définition, à la fusion correspond la $\mathscr{L}$-équivalence des deux stimuli.

D'autres méthodes que la photométrie par papillotage ont été utilisées. On peut demander à un sujet de comparer du point de vue lumineux deux stimuli de couleurs différentes et éventuellement d'en réaliser l'égalité en modifiant l'intensité de l'un des deux rayonnements.

Un inconvénient commun à cette méthode et à la photométrie par papillotage est que les stimuli à comparer ne diffèrent pas seulement suivant la dimension à étudier (l'intensité lumineuse) mais aussi suivant une dimension parasite (la couleur). Stiles (1951 § 2) signale une méthode exempte de cet inconvénient : on relie les deux stimuli à comparer, de composition spectrale quelconque, par une suite telle que deux stimuli consécutifs de la suite soient séparés de moins d'un seuil chromatique (i.e. deux stimuli consécutifs paraissent au sujet avoir même couleur, ou du moins, ont peu de chance d'être distingués du point de vue de la couleur : on retrouve ici les définitions diverses de la notion de seuil). On effectue alors de proche en proche, de l'origine à l'extrémité de la suite, des comparaisons de brillance lumineuse entre stimuli "de même couleur" : les jugements sur les brillances lumineuses ainsi obtenus ne sont pas perturbés par les variations d'une dimension parasite, mais les erreurs des comparaisons successives s'ajoutent.

Pour Stiles (1955) l'accord entre les diverses méthodes semble imparfait. De plus, avec une même méthode, les impressions sensibles d'égalité diffèrent d'un observatuer à l'autre, d'où l'intérêt de choisir des observateurs normaux, dont les observations soient une moyenne de celles de tous les hommes (en fait, cf. § 3.5, la notion d'observateur normal doit être définie par des conventions internationales). Enfin l'égalité dépend non seulement des brillances énergétiques des deux stimuli comparés mais aussi de la situation de la portion de rétine irradiée (de la position des stimuli dans le champ visuel) car les éléments sensibles des diverses classes (cônes et bâtonnets) ne sont pas uniformément répartis sur la rétine : c'est pourquoi, dans ses amples expériences, Stiles utilise des champs brillants de 2° de diamètre (champs centraux d'où les bâtonnets sont à peu près absents) et des champs de 10° de diamètre (champs qui représentent une moyenne de la distribution rétinienne des cônes et bâtonnets). Mais, quoi qu'il en soit de ces divergences, un processus expérimental déterminé permet de définir ce qu'on entend par l'équivalence lumineuse :

$$\mathscr{L}(B_1) = \mathscr{L}(B_2)$$

de deux brillances énergétiques: $B_1(\lambda)d\lambda$, $B_2(\lambda)d\lambda$.

4.1.2 <u>La $\mathscr{L}$-équivalence et les axiomes</u> : Le terme même d'intensité lumineuse suppose qu'il s'agit d'une grandeur unidimensionnelle. Et c'est sur l'axiome (U) que reposent toutes les méthodes de photométrie considérées ci-dessus : un stimulus visible quelconque, multiplié par un coefficient déterminé convenable, peut être rendu aussi lumineux que n'importe quel autre stimulus visible donné. Le seul écart entre la réalité expérimentale et l'axiome est qu'il faut se limiter au domaine $\mathscr{D}^+$ (cf. § 3.5) des stimuli que l'oeil décèle, et qu'il supporte.

De même l'axiome (C) apparaît très naturel. On n'y signale aucune exception, ou plutôt, on postule généralement (C) sans le signaler. L'oeil n'a pas de raies d'absorption, de radiations monochromatiques auxquelles il serait particulièrement sensible à l'exclusion des radiations de fréquence voisine. La seule réserve à faire est que,(cf. § 3.5...) on n'expérimente pas avec des sources rigoureusement monochromatiques.

En première approximation, $\mathcal{L}$ satisfait à l'axiome d'homogénéité (H) ;

$$[\mathcal{L}(x) = \mathcal{L}(y)] \Leftrightarrow [\mathcal{L}(kx) = \mathcal{L}(ky)]$$

L'écart entre la réalité et l'axiome s'appelle l'effet Purkinje (cf., e.g., Judd, 1951, p 820 et *infra* § 4.1.1 tableau 2) : l'efficacité relative des diverses radiations monochromatiques varie avec l'intensité : par exemple, aux faibles intensités, il faut plus d'énergie de longueur d'onde 0,55μ que d'énergie de longueur d'onde 0,54μ pour produire une même impression lumineuse ; aux fortes intensités, c'est le contraire. L'effet Purkinje résulte du mélange des cônes et des bâtonnets : une faible intensité rayonnante n'excite que les bâtonnets : c'est la vision crépusculaire ; mais aux intensités supérieures la réponse des cônes est prépondérante ; or la sensibilité relative aux diverses radiations n'est pas la même pour les cônes et les bâtonnets; en particulier les impressions de couleurs résultent de l'existence de diverses classes de cônes: la vision scotopique (crépusculaire) ne distingue pas les couleurs (la nuit tous les chats sont gris dit justement le proverbe!). Stiles observe que, si les stimuli couvrent un champ central de 2° de diamètre (champ où il n'y a guère que des cônes) l'axiome (H) est bien mieux vérifié qu'avec des champs de 10° de diamètre. De toute façon, si l'on se restreint à un domaine $\mathcal{D}^+$ (cf. § 3 *in fine*) de stimuli d'intensité lumineuse moyenne, (domaine qui peut contenir des stimuli dont le rapport est de 1 à mille...), l'axiome (H) est assez bien vérifié.

Notons ici que, pour autant que l'axiome H est vérifié, l'équivalence des stimuli est indépendante du diamètre de la pupille, (pourvu que les deux stimuli soient reçus par une pupille de même diamètre...): en effet multiplier par un coefficient k l'aire de la pupille, revient à multiplier par k la stimulation rétinienne (cf. § 2.5.2).Dans le domaine non-linéaire, il convient, au contraire, de préciser la pupille utilisée (naturelle ou artificielle), cf. e.g.*infra* § 4.1.4 le tableau 2.

L'axiome A paraît très naturel : il exprime que l'opération physique d'addition des stimuli a sa contre-partie au niveau sensoriel, qu'en ajoutant des causes équivalentes on obtient des effets équivalents (toutes choses que l'on suppose implicitement quand on parle de quantité de lumière, le terme de quantité comportant d'ordinaire conservation et addition). Mais de nombreux expérimentateurs (Dresler, Kohlrausch, Urbánek, Ferencz cités par Judd 1951, p. 817) ont signalé que l'axiome A n'est pas rigoureusement vérifié. Selon Stiles (1955, 6), l'écart entre l'axiome (A) et l'expérience est très notable : e.g. la brillance énergétique B_0 flux blanc ($B_0(\lambda)d\lambda$ est proportionnel à la brillance du rayonnement solaire) $\mathcal{L}$-équivalent à un mélange incolore de trois flux monochromatiques peut être très inférieure à la somme des brillances des rayonnements blancs $\mathcal{L}$-équivalents à chacune des composantes monochromatiques. Toutefois, les très grandes divergences notées par Stiles pourraient être dues à ce que, de préférence à la photométrie par papillotage, il a utilisé la méthode des jugements subjectifs d'égalité entre stimuli.

4.1.3 *Mesure de la $\mathcal{L}$-coordonnée d'un stimulus, comme (U)* : Si les axiomes (A) et (H) étaient, comme (U) rigoureusement vérifiés, le quotient $\mathcal{M}/\mathcal{L}$ serait une droite (espace vectoriel de dimension 1). En faisant choix d'un stimulus de base arbitraire ℓ_1, de brillance énergétique $B_1(\lambda)d\lambda$ on aurait sur $\mathcal{M}/\mathcal{L}$ une $\mathcal{L}$-coordonnée linéaire t(B) définie pour tout stimulus B par la relation d'équivalence :

$$\mathcal{L}(B) = \mathcal{L}(t(B) \times B_1)$$

D'après l'axiome (C), t(B) pourrait être calculé par la formule intégrale :

$$t(B) = \int_{0,3}^{0,8} t[\lambda]\ B(\lambda)d\lambda$$

formule où (cf. § 3.5), $t[\lambda_0]$ est la $\mathcal{L}$-coordonnée du stimulus monochromatique de longueur d'onde λ_0, de brillance $\delta(\lambda-\lambda_0)d\lambda$. En changeant de stimulus de base on aurait une nouvelle coordonnée t'(B) linéaire comme t(B), donc proportionnelle à t(B).

Mais, les axiomes n'étant pas vérifiés rigoureusement, il est essentiel de préciser le stimulus de comparaison choisi et d'étudier les écarts des valeurs mesurées de t(B) par rapport à celles que donne la formule intégrale (qui en définitive est une approximation intéressante).

Le stimulus de base était autrefois fourni par une lampe étalon ; on prend aujourd'hui comme source étalon (cf. *infra* § 4.1.4) la surface d'un bain de platine incandescent à sa température de solidification.

A côté de la formule intégrale donnée ci-dessus, on en propose une autre, dont nous allons donner le principe.

Puisque des sommes d'agents équivalents peuvent ne pas avoir des effets équivalents, on ne peut considérer l'effet du tout comme la somme pure et simple des effets des parties : c'est (au niveau sensoriel) le principe de totalité, thème d'élection des psychologues de l'école de la forme (école gestaltiste) : un élément n'agit qu'en tant que membre d'un tout. Mais comme on désire calculer mathématiquement le $\mathcal{L}$-équivalent en lumière blanche d'un stimulus de composition quelconque, et il n'est pas question de tabuler les effets de l'ensemble infini-dimensionnel de tous les stimuli possibles, on tente de calculer t(B) à partir des résultats d'expérience faits avec des stimuli monochromatiques. On peut écrire une formule intégrale :

$$t(B) = \int t(\lambda,B)\ B(\lambda)d\lambda$$

formule où $t(\lambda,B)$ représente l'effet de l'élément monochromatique λ du stimulus total B (la valeur de la partie en fonction du tout où elle est incluse). Ainsi écrite, cette formule n'a aucune utilité, (car $t(\lambda,B)$ est plus complexe que le seul t(B)), et elle est assez générale pour n'être susceptible d'aucune confirmation ni infirmation expérimentales. Mais, faisons l'hypothèse que $t(\lambda,B)$ ne dépend de B que par l'intermédiaire de t(B) ; autrement dit, que l'effet du tout peut être calculé comme somme des effets des parties à condition de corriger ceux-ci en fonction de la mesure t(B) du tout (dans lequel les parties se trouvent insérées). On a alors :

$$t(B) = \int t(\lambda,t(B))\ B(\lambda)d\lambda$$

et la fonction de deux variables $t(\lambda,\theta)$ peut être déterminée expérimentalement par la recherche des équivalents blancs de stimuli monochromatiques. En effet, pour tout $\theta \in R^+$ et pour toute longueur d'onde λ_0, il existe $h \in R^+$ tel que :

$$h \times \delta(\lambda-\lambda_0)d\lambda \underset{\mathcal{L}}{\approx} \theta \times B_1(\lambda)d\lambda$$

(h est le scalaire tel que le stimulus monochromatique de longueur d'onde λ_0 : $h \times (\lambda-\lambda_0)d\lambda$ soit $\mathcal{L}$-équivalent au stimulus blanc $\theta \times B_1(\lambda)d\lambda$).

On définit $t(\lambda_0,\theta)$ par l'égalité :

$$h \times t(\lambda_0,\theta) = \theta$$

Ainsi, dans le calcul de t(B), la contribution lumineuse de chaque bande est celle qu'elle aurait au sein d'un stimulus monochromatique $\mathscr{L}$ -équivalent à B (de même brillance photométrique que B).

Il faut remarquer avec Judd (1951, p. 810) que la formule intégrale est implicite (elle contient t(B) dans les deux membres) et ne permet de calculer t(B) qu'en substituant, sous le signe $\int$, une valeur estimée (éventuellement, on peut procéder par approximations successives).

En étudiant la fonction $t(\lambda,\theta)$ (cf. *infra* tableau 2), on constate qu'elle varie beaucoup en θ pour les petites valeurs de θ (quand on passe de l'éclairage crépusculaire à l'éclairage normal, cf. *supra*: effet Purkinje) et peu pour les valeurs de θ correspondant aux éclairages normaux. Si, donc, on fixe une valeur moyenne θ_m correspondant à un éclairage normal on a la formule approchée :

$$t(B)=\int_{0,3}^{0,8} t(\lambda,\theta_m)\ B(\lambda)d\lambda$$

On revient ainsi à la formule initiale...(où l'on a posé $t[\lambda] = t(\lambda,\ \theta_m)$).

4.1.4 *Unités de mesure* : A la base de tout système de grandeurs physiques il y a des grandeurs fondamentales dont l'unité est matérialisée par un étalon : ainsi en dynamique on parle de vitesse, d'accélération, de force, de travail, de quantité de mouvement..., mais toutes ces grandeurs peuvent être définies comme quotients ou produits de trois d'entre elles ; l'usage est de choisir comme grandeur de base: la longueur, le temps, la masse, dont les unités sont rattachées au mètre étalon, au mouvement apparent des astres, au kilogramme étalon. On remarque immédiatement que deux de ces étalons sont définis par des objets très particuliers (mètre, kilogramme), tandis que l'autre repose sur un phénomène naturel général. On sait qu'initialement le mètre était rattaché aux dimensions de la terre, et le kilogramme à la masse du volume unité d'eau ; si on a abandonné ces définitions, c'est faute d'avoir disposé, à l'origine du système métrique, de méthodes assez précises de géodésie et de densimétrie... : on s'est donc trouvé utiliser un mètre (matérialisé par des calibres, pieds à coulisse etc.) qui n'était pas 10^{-7} fois le quart du méridien terrestre et un kilogramme (boîtes de poids etc.) qui n'était pas la masse du décimètre cube d'eau... Quand on a mieux connu la forme de la terre et la densité de l'eau bien des travaux étaient déjà écrits qui utilisaient le mètre et le kilogramme ; on n'a pas voulu changer d'unités, de peur de rendre caduque toute cette littérature, en faisant voguer le système métrique au gré de la géodésie ou de la densimétrie...

Aujourd'hui le point de vue en métrologie est le suivant : on garde les unités déjà reçues ; mais on cherche à les rattacher à des phénomènes physiques aussi généraux, et aussi stables que possible : ainsi les mesures anciennes restent valables, jusqu'au degré de précision qui fut le leur, et les mesures nouvelles pourront s'enrichir en décimales grâce tant au progrès des mesures (méthodes de comparaison...) qu'à celui des étalons (éléments auxquels on compare...). Mais évidemment les coefficients reliant les phénomènes naturels de référence aux unités du système métrique ne peuvent être des puissances de 10 ! (c'est notamment le cas si on prend comme étalon de longueur un étalon spectroscopique, une longueur d'onde...).

En photométrie la situation est particulière : naguère encore, son étalon propre était une lampe ; on a pris aujourd'hui un étalon

...turel. Mais comme la photométrie n'est qu'un canton un peu écarté de la science, on n'a pas hésité à modifier la valeur des unités pour avoir un coefficient simple les reliant au phénomène naturel de base. Cependant on n'a pas voulu, non plus, faire de grande révolution... et c'est pourquoi se trouve un coefficient 60 dans la définition de la candela. Officiellement, la grandeur de base est l'intensité lumineuse mais en fait comme on va le voir c'est de la brillance photométrique que l'on part.

La distribution de brillance énergétique $B(\delta,\lambda)d\lambda$ est définie pour une droite δ dans un flux rayonnant : de même, la brillance photométrique ou luminance $B_L(\delta)$ est relative à une droite orientée δ dans un flux lumineux (i.e. flux rayonnant considéré du point de vue des impressions lumineuses qu'il produit). L'unité de brillance est le stilb définie en assignant la valeur 60 à la brillance $B_1(\lambda)d\lambda$ du rayonnement du corps noir à la température de solidification du platine (peu importe la droite particulière choisie, le rayonnement du corps noir étant uniforme ; cf § 2). Si donc on prend pour stimulus de base e_1, un stimulus dont la distribution de brillance est $1/60\ B_1(\lambda)d\lambda$, la cordonnée $t(B)$ sera la brillance en stilb du stimulus B. A supposer que la surface d'un bain de platine en cours de solidification rayonne comme le corps noir, on dispose d'un étalon matériel de brillance... mais pratiquement, on peut utiliser une source de comparaison quelconque e'_1 ; déterminer (par rapport à elle) la fonction $t'[\lambda] = t'(\lambda,\theta_m)$ (cf. ci-dessus § 4.1.3) et choisir une constante k telle que :

$$60 = \int_{0,3}^{0,8} k\,t'[\lambda]\ B_1(\lambda)d\lambda\ ;$$

on pose alors que la mesure en stilb de la luminance d'un stimulus de brillance énergétique $B(\lambda)d\lambda$ est :

$$t(B) = \int_{0,3}^{0,8} k\,t'[\lambda]\ B(\lambda)d\lambda\ ;$$

A côté du stilb, on utilise comme unité de brillance le nit qui vaut 10^{-4} stilb ; l'intérêt du nit est que cette unité est de l'ordre de la brillance d'un fond, tandis que le stilb correspond à une source proprement dite.

Selon Bartley (1951 p. 945) le seuil de la vision (crépusculaire, scotopique) correspond à une brillance de l'ordre de 10^{-9} lambert (un lambert, cf. *infra*, $= (1/\pi)$ stilb); la limite inférieure de la vision normale (photopique, non-crépusculaire ; i.e. vision accompagnée d'impressions de couleurs, dues à ce que non seulement les bâtonnets mais aussi les cônes répondent au stimulus lumineux, cf. *supra* § 4.1.2) à 10^{-5} lambert ; une page blanche bien éclairée à 10^{-2} lambert (une trentaine de nits); la limite de ce que l'oeil peut supporter (neige au soleil de midi...) à 16 lamberts (5 stilbs).

A partir de la brillance, on mesure le *flux* lumineux, donné par l'intégrale $\int B_L(\delta)d\delta$, à condition d'avoir fixé l'unité d'aire, qui permet de mesurer $\int d\delta$ (e.g. en $cm^2 \times$ sté : cf. *supra* § 2.3.3 *in fine*): par définition le flux de 1 *lumen* est le flux lumineux transporté par un pinceau, de mesure $\int d\delta = 1\ cm^2 \times$ sté, dont toutes les droites ont pour brillance 1 stilb. Autrement dit, une source de $\Delta S\ cm^2$, dont la brillance photométrique normale (brillance des rayons issus normalement) est de β stilb émet dans un petit cône normal C de $\Delta\Omega$ stéradian, un flux de $\beta \times \Delta S \times \Delta\Omega$ lumen ; (ce flux est celui porté par les droites rencontrant S et dont la direction appartient au cône C ; ou encore, c'est le flux reçu par une surface très éloignée de S dans une direction normale, et vue de tout point de la source sous un angle solide $\Delta\Omega$). Une source de 1 cm^2, émettant suivant la loi de Lambert avec une brillance de 1 stilb envoie donc un flux total de π lumens (cf. 2.3.4 *in fine*).

La notion d'intensité se réfère à une source S et à une direction ω. Soit un petit cône directionnel, de direction moyenne ω, dont la mesure est $\Delta\Omega$ stéradians. Soit $\Delta\Phi$ la mesure en lumens du flux lumineux émis par S dans l'ensemble des directions de ce cône. L'intensité $I_S(\omega)$ en candela de la source S dans la direction ω est, par définition, le quotient $\Delta\Phi/\Delta\Omega$ (plus exactement la limite de ce quotient quand $\Delta\Omega$ tend vers zéro). Autrement dit, si $B_L(\delta)\, d\delta$ est la brillance du flux lumineux émis par S, on a :

$$\int_P B_L(\delta)\, d\delta = \int_\Omega I_S(\omega)\, d\omega$$

où P désigne le pinceau ensemble des droites δ qui rencontrent S et ont leur direction dans Ω (identifié à un secteur de la sphère unité). Ou encore, si une droite δ (cf. § 2.3.4) est caractérisée par sa direction ω et son point d'impact (x, y) dans un plan H perpendiculaire à une direction ω_0 donnée, on peut écrire :

$$I_S(\omega_0) = \int_H B_L(\{\omega_0, x, y\})\, dx\, dy$$

(où $dx\, dy$ est l'élément d'aire de H et $\{\omega, x, y\}$ désigne la droite de direction ω coupant H au point (x, y)): ce qu'on peut reformuler en une quatrième définition : l'intensité $I_S(\omega)$ est le produit de l'aire apparente de S dans la direction ω, par la moyenne de la luminance de S dans cette direction.

Une source S ayant dans toutes les directions une intensité égale à une candela émet un flux total de 4π lumens. Cette source fictive est communément prise comme unité de puissance lumineuse, sous le nom de bougie : la puissance d'une lampe mesurée en bougies est le quotient par 4π de la mesure en lumens du flux total émis par cette source. Il faut noter que dans la pratique on confond souvent candela avec bougie, intensité lumineuse avec puissance lumineuse ; pourtant l'intensité est une notion différentielle directionnelle tandis que la puissance est donnée par une intégrale étendue à toutes les directions (elle est le quotient par 4π du flux total *émis* par la source ; ou, autrement dit, la moyenne de l'intensité de la source dans toutes les directions orientées).

Officiellement la candela est l'intensité dans la direction normale à sa surface d'un centimètre carré de corps noir émettant à la température de solidification du platine. Le stilb (resp. le nit) est appelé candela par cm^2 (resp. candela par m^2) : en effet, une source étendue de un cm^2 (resp. m^2) émettant normalement avec une intensité de une candela a pour brillance un stilb (resp. un nit) ; mais il est clair que c'est la brillance qui est propre au corps noir, non l'intensité qui se réfère à une surface déterminée de ce corps (si on définissait le km comme l'espace parcouru par la lumière en $0{,}33 \times 10^{-5}$ sec., la vitesse, non l'espace, jouerait le rôle de grandeur fondamentale...) D'autre part à appeler le stilb bougie par cm^2, on risque la confusion : en effet, une surface d'un cm^2 émettant suivant la loi de Lambert avec une brillance égale dans toutes directions à un stilb émet un flux total de π lumens (cf. *supra*) ; elle a donc à la fois une intensité normale d'une candela et une puissance totale d'un quart de bougie.

Une surface qui reçoit par cm^2 un flux de 1 lumen est dite avoir un *éclairement* (illuminance) de 1 *phot* : si cette surface renvoie totalement le flux reçu ($d(\lambda) \equiv 1$, cf. 2.4.3) en le diffusant suivant la loi de Lambert, elle aura une brillance de $1/\pi$ stilb ; ceci justifie l'existence d'une autre unité de brillance, le Lambert = $1/\pi$ stilb. Ajoutons qu'on définit de même le lux, (éclairement de 1 lumen/m^2) et l'unité de brillance correspondante, l'apostilb qui vaut $1/\pi$ nit.

Dans les travaux anglo-saxons, les pieds se mêlent aux cm... d'où le tableau de correspondance (tableau 1) que nous empruntons à Judd (1951, p. 816).

Les systèmes d'unités ayant été précisés , nous pouvons donner le tableau (emprunté aussi à Judd, 1951, cf. p. 819) de la fonction $t(\lambda,\theta)$ considérée ci-dessus. Dans ce tableau, θ(la brillance du stimulus où se place la radiation de longueur d'onde λ ; autrement dit la brillance du fond auquel l'oeil, supposé muni de sa pupille naturelle est exposé) est exprimé par le log de sa mesure en foot-lambert (i.e., à peu près, en millilambert) ; t est la brillance lumineuse

Correspondance entre les unités anglo-saxonnes et le système métrique:

Unités d'illuminance (éclairement)

Unités	N.bre de foot-candela	Rapport en db à 1 foot-candela
lumen/m^2 (lux)	0,0929	-10,32
lumen/cm^2 (phot)	929	29,68
milliphot	0,929	-0,32
lumen/$foot^2$ (foot-candela)	1	0,00

Unités de luminance (brillance photométrique) :

Unités	Nombre de millilamberts	Rapport en db à 1 millilambert
candela/m^2 (nit)	0,3142	-5,03
candela/cm^2 (stilb)	3142	34,97
apostilb		
unités internationales	0,1	-10,00
unités Hefner	0,09	-10,46
candela/$foot^2$	3,380	5,29
candela/$inche^2$	487	26,88
foot-lambert (équivalent foot-candela)	1,076	0,32
lambert	1000	30,00
millilambert	1	0,00
microlambert	0,001	-30,00

Tableau 1

en stilb d'un stimulus monochromatique de brillance énergétique 1 watt/cm^2 × sté. (cf. §§ 2.3.2, 2.3.3). Il est équivalent de dire , comme le fait Judd, que t est la valeur en lumen d'un flux monochromatique de puissance 1 watt.

Long. d'onde mμ (nm)	CIE	Brillance du fond en foot-lambert						
		-0,5	-1,0	-1,5	-2,0	-3,00	-4,0	-5,0
350							0,30	0,39
360						0,37	0,81	1,07
370					0,23	1,04	2,18	2,82
380	0,03	0,03	0,05	0,20	0,68	2,82	5,49	7,06
390	0,08	0,08	0,16	0,59	2,00	7,00	12,8	16,3
400	0,25	0,28	0,51	1,76	5,37	16,4	28,0	34,7
410	0,75	0,89	1,59	4,84	12,8	33,9	55,6	68,1
420	2,50	2,79	4,66	11,9	25,5	64,4	101	122
430	7,25	7,69	11,1	22,8	46,0	113	169	202
440	14,4	15,2	20,3	38,7	77,5	178	266	308
450	23,8	25,0	33,1	63,2	124	264	381	436
460	37,5	39,8	52,3	99,4	184	378	520	585
470	56,9	60,8	79,4	149	274	520	678	741
480	86,9	92,5	121	225	393	673	842	918
490	130	139	185	333	539	818	1001	1083
500	202	216	281	471	678	962	1143	1219
510	314	332	416	598	798	1071	1219	1284
520	444	460	534	698	879	1113	1197	1225
530	539	553	614	759	911	1059	1085	1090
540	596	608	660	781	882	938	914	896
550	622	632	674	758	807	777	716	683
560	622	629	656	701	692	604	515	469
570	595	598	612	610	562	428	346	313
580	544	545	541	506	426	288	224	199
590	473	470	454	398	303	185	138	121
600	394	391	367	292	204	113	82,5	71,9
610	314	311	281	201	129	66,9	47,7	41,7
620	238	232	199	131	76,9	38,3	27,6	24,2
630	166	158	133	79,4	43,7	21,6	15,6	13,5
640	109	103	82,5	46,1	24,6	11,9	8,56	7,38
650	66,9	62,5	47,9	25,5	13,4	6,38	4,55	4,05
660	38,1	35,5	26,3	13,6	7,13	3,45	2,47	2,13
670	20,0	19,2	13,9	7,00	3,73	1,86	1,34	1,16
680	10,6	9,69	6,94	3,59	1,96	0,98	0,69	0,59
690	5,13	4,85	3,51	1,86	1,01	0,49	0,34	0,29
700	2,56	2,43	1,79	0,97	0,52	0,24	0,17	0,14
710	1,31	1,23	0,91	0,48	0,26	0,12		
720	0,66	0,61	0,46	0,24	0,12			
730	0,33	0,30	0,22	0,11				
740	0,16	0,15	0,11					
750	0,08	0,07						
760	0,04							
770	0,02							

Tableau 2 : Efficacité lumineuse en lumen/watt des diverses radiations en fonction de la brillance du fond (celle-ci mesurée en foot-lambert $\# 10^{-3}$ lambert) les données proviennent de Judd (1951) p. 819 et Weaver (1949).

Le tableau 2 concerne les faibles brillances du fond (θ), les seules pour lesquelles (cf. *supra*) t varie beaucoup. La colonne C. I. E. , (en anglais I.C.I., en russe M.K.O. ...) donne les valeurs $t(\lambda , \theta_m)$ (fond de brillance moyenne) qui ont été promulguées par la Commission

Internationale de l'Eclairage.

Nous allons enfin définir une unité de stimulation lumineuse rétinienne : le troland. Au § 2.5.2 on a vu que la puissance reçue par la rétine est proportionnelle au produit de la brillance du flux incident par le coefficient de transmission de l'oeil et l'aire de la pupille. La formule donnant la stimulation lumineuse est plus simple, en ce qu'on ne distingue plus les diverses fréquences, et que le coefficient d'absorption intervient justement pour donner à chaque fréquence sa valeur lumineuse propre. Le coefficient de la formule du § 2.5.2 est l'inverse du carré de la distance focale de l'oeil : on va également faire disparaître le coefficient. En revanche, il est essentiel de conserver l'aire de la pupille et la brillance qui sont les variables, expérimentalement contrôlables, de la stimulation rétinienne. On posera donc que la stimulation rétinienne (mesurée en troland) est le produit de de la brillance lumineuse du faisceau incident (mesurée en nit $= 10^{-4}$ stilb) par l'aire de la pupille (mesurée en mm^2). Si la brillance du flux incident varie notablement sur une droite qui se déplace parallèlement à elle-même sans cesser de rencontrer la pupille, il faut mesurer la stimulation par l'intégrale, étendue à la pupille (dont l'élément d'aire est mesuré en mm^2) de la brillance (mesurée en nit), (cf. *supra* § 2.5.2 *in fine*).