

A. HARIRI

**La résistance à l'usure : usage naturel et  
essais de laboratoire ; applications à cinq  
modèles de chaussures**

*Les cahiers de l'analyse des données*, tome 5, n° 2 (1980),  
p. 177-191

[http://www.numdam.org/item?id=CAD\\_1980\\_\\_5\\_2\\_177\\_0](http://www.numdam.org/item?id=CAD_1980__5_2_177_0)

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1980, tous droits réservés.  
L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

LA RÉSISTANCE A L'USURE :  
USAGE NATUREL ET ESSAIS DE LABORATOIRE  
APPLICATIONS A CINQ MODÈLES DE CHAUSSURES  
[USURE]

par A. Hariri (1)

0 Le problème des essais industriels

Industriels et commerçants, avant de mettre un produit d'usage sur le marché, désirent en connaître la résistance à l'usure. Deux procédés s'offrent à eux : faire des essais en laboratoire, ou faire essayer le produit à des utilisateurs témoins qu'on interroge périodiquement (e.g. tous les mois, ou tous les 3 mois selon la nature du produit ; quant aux témoins, ce sont en général des employés du service avec qui l'on reste en contact). Ce dernier procédé a l'avantage de soumettre le produit aux épreuves mêmes que leur feront subir les usagers dans la mesure où les témoins choisis sont représentatif de la clientèle avenir ; mais il est lent, laborieux et il comporte toute les difficultés propres aux enquêtes : même si le questionnaire est minutieusement établi, la réponse d'un sujet à une question n'est pas toujours le reflet de la réalité. Le premier procédé est expéditif et exempt des aléas psychologiques : on soumet le produit à telle épreuve bien définie, (mais par là-même délimitée), et l'on constate, toutes choses égales d'ailleurs, ce qui en résulte. Cependant on ne connaît pas *a priori* la correspondance entre le champ d'expérimentation en laboratoire et les phénomènes de l'usure naturelle. Il semble donc plus judicieux d'employer d'abord le second procédé et de chercher ensuite les mesures physiques de laboratoire équivalentes aux propriétés observées dans l'usage naturel.

Selon-nous, le processus d'usure en usage naturel, et la correspondance entre ce processus et les informations immédiatement apportées par les essais de laboratoire, peuvent être précisées par l'analyse des données. Les études d'évolution et la recherche de formules de régressions sont des thèmes classiques en analyse des données : le cas des essais industriels présente toutefois des particularités dont on doit tenir compte dans la construction des tableaux analysés.

Nous partons ici des données d'une étude faite par le centre technique du cuir pour éprouver cinq modèles de chaussures d'hommes. Mais la méthode proposée est de portée générale.

1 Les données d'essais de chaussures : Ainsi qu'on l'a annoncé ces données se rapportent à cinq modèles de chaussures ; ceux-ci sont désignés respectivement par les lettres A, B, C, D, E ; ils diffèrent quant au prix (qui va croissant de A à E), et à la nature du matériel de fabrication (cuir, élastomère etc.). Les essais comprennent des essais au porter et des essais de laboratoire.

---

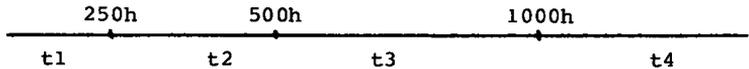
(1) Docteur 3° cycle.

Le présent travail est extrait de la thèse (Paris 3° cycle 1978) de l'auteur qui remercie Messieurs J.P. Boulanger et M. Bony du Centre technique du cuir (service d'évaluation des matériaux) et M. J. Hubert du ministère de l'industrie qui lui ont confié les données de cette étude.

1.1 Les essais au porter : 126 expérimentateurs (nous dirons encore sujets) ont porté chacun pendant une durée approximative d'un an une paire de chaussures appartenant à l'une ou l'autre des 5 modèles étudiés ; les 126 paires de chaussures ainsi mises à l'épreuve se répartissant à peu près également entre les cinq modèles.

Trois (ou quatre) fois au cours de cette année d'essais chaque paire de chaussures est examinée par un *expert* qui remplit une fiche comprenant un ensemble Q de questions relatives à l'état des chaussures : dessus, doublure, semelle etc. : chaque question (e.g. aspect général du dessus ; usure du bout de la semelle ; etc. cf *infra* § 2.2) admet 3 modalités de réponse : bon, moyen, mauvais. Dans la présente étude on a retenu 21 questions, soit au total un ensemble J de 63 modalités de réponse. De plus le *sujet* expérimentateur complète la fiche en indiquant approximativement le temps d'usage des chaussures ; (et il répond à un questionnaire relatif au confort, dont nous ne dirons rien ici).

Bien que les chaussures soient examinées régulièrement par les experts, les temps d'usage effectif varient grandement de sujet à sujet (il est clair aussi que le mode d'utilisation n'est pas uniforme : mais cela ne peut être chiffré...). Plutôt que de caractériser les fiches par leur date (e.g. fiche après huit mois d'usage) on les a réparties en classes ou tranches de temps d'après les durées d'usage effectif. Pour établir ces classes on se base sur l'histogramme des durées, en fixant toutefois pour bornes des nombres ronds pour faciliter le classement. Dans la présente étude on a 4 tranches t1, t2, t3, t4, dont les bornes sont indiquées ici



Ainsi une fiche remplie après un usage intensif (plus de 1000 h) tombera dans la tranche 4 ; tandis qu'une autre remplie en phase initiale (ou par un sujet marchant très peu à pied), tombera dans la tranche t1 (moins de 250 h). Un même expérimentateur pourra fournir plusieurs fiches tombant dans la même tranche de durée de marche.

Pour chaque modèle, on dispose donc dans chacune des tranches temporelles, d'un certain nombre de fiches descriptives. Vu la liberté d'usage laissée aux sujets la répartition des fiches entre modèles et tranches de temps n'est pas uniforme ; mais comme le montre le tableau ci-dessous elle ne présente que des inégalités modérées.

	A	B	C	D	E	marge
t1	19	18	20	23	17	97
t2	20	16	21	22	22	101
t3	18	17	25	19	11	90
t4	7	21	25	24	20	97
marge	64	72	91	88	70	385

Du point de vue de l'analyse des correspondances, les inégalités qu'on observe dans le tableau importent peu : il est possible d'en tenir compte pour que les résultats ne soient pas biaisés.

1.2 Les essais de laboratoire : Ils se résument pour nous à un ensemble L de huit variables admettant chacune 4 modalités, numérotées de 1 (très bon) à 4 (mauvais). Sans détailler les variables nous citerons à titre d'exemple : l'essai d'usure sur les matériaux à semelle selon la norme DIN53-516 ; la résistance à la traction, des coutures sur dynamomètre électronique (méthode du Centre Technique du Cuir) ; etc. .

Il importe de noter que les essais de laboratoire sont généralement destructeurs : donc les chaussures individuelles soumises aux essais au porter ne peuvent avoir été préalablement l'objet d'essais de laboratoire : on peut seulement essayer d'une part au porter, et d'autre part au laboratoire des chaussures différentes, mais relevant d'un même modèle (ou pour plus de précision d'une même série de fabrication). Dans le cas présent on dispose (cf § 1.1) de multiples essais au porter relatifs à chaque modèle, ces essais se poursuivant dans le temps ; en revanche les essais au laboratoire ne nous donnent pour chaque variable qu'une valeur modèle (e.g. mauvais) : il serait évidemment possible de noter les résultats de plusieurs essais (e.g. le modèle B sur la variable b est trouvé une fois très bon, 3 fois bon, 2 fois moyen, 1 fois mauvais), dans le cas de variables dont la mesure donne des résultats dispersés. On pourra prévoir cette éventualité dans la définition des tableaux à analyser.

1.3 Ensemble et tableaux : Les données considérées ici sont d'une structure complexe : pour définir sans équivoque les tableaux analysés il faut des notations formelles précises. Nous noterons :

M : ensemble des 5 modèles :  $M = \{A, B, C, D, E\}$ .

T : ensemble des 4 tranches de temps :  $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$ .

Q : ensemble des 21 questions de la fiche d'essai au porter ; les sigles de ces questions apparaîtront au cours de l'étude.

J : ensemble de 63 modalités (trois modalités par question) de la fiche d'essai au porter.

F : ensemble des fiches d'essai au porter : ces fiches sont au nombre de 385, réparties par modèles et tranches de temps comme on l'a indiqué ci-dessus. On notera respectivement  $m(f)$  et  $t(f)$  le modèle et la tranche de temps auxquels se réfère une fiche  $f$ .

$k_{F \times J}$  : tableau descriptif des états au porter : chaque ligne de ce tableau est une fiche  $f$  ; chaque colonne une modalité descriptive  $j \in J$  ; et on a  $k(f, j) = 1$  si la fiche  $f$  comporte la modalité  $j$ , (et zéro sinon) : il s'agit d'un tableau usuel sous forme disjonctive complète.

L : ensemble des 8 variables mesurées par essais au laboratoire.

V : ensemble des modalités des variables  $l$  de L : il y a 4 modalités par variable soit au total 32 modalités ; toutefois 8 de ces modalités n'étant pas utilisées dans le cas des 5 modèles, il n'y a que 24 modalités effectives.

$k_{M \times V}$  : tableau des résultats des essais de laboratoire :  $k(m, v) = 1$  si le modèle  $m$  entre dans la modalité  $v$  ; et zéro sinon. Ici on a un tableau sous forme disjonctive complète ; mais comme on l'a dit au § 1.2, on pourrait avoir un tableau de contingence donnant pour des essais répétés sur chaque modèle, le nombre de fois  $k(m, v)$  qu'une chaussure du modèle  $m$  a été trouvée dans la modalité  $v$ .

C'est à partir des tableaux  $k_{F \times J}$  et  $k_{M \times V}$  (ainsi que des fonctions  $m(f)$  et  $m(t)$  rapportant chaque fiche à un modèle et à une tranche de temps) que sont construits tous les tableaux analysés. Plutôt que d'énumérer d'emblée toutes les analyses possibles (effectuées ou non compte-tenu de l'état des fichiers qui nous ont été soumis) nous préférons exposer d'abord (§ 2) l'analyse des essais au porter, qui est la partie la plus classique de l'étude ; puis (§ 3) aborder la confrontation entre essais au porter et essais de laboratoire.

## 2 Analyse des essais au porter

2.1 Les analyses possibles : Communément, dans un problème d'évolution temporelle (tel que celui de l'usure) on a un tableau ternaire  $I \times J \times T$  :

I : ensemble des individus ;  
 J : ensemble des modalités (ou des variables...)  
 T : ensemble des temps.

$k(i, j, t)$  donne l'état de l'individu  $i$  au temps  $t$  quant à la modalité  $j$ . On peut analyser l'un ou l'autre des deux tableaux rectangulaires :

$$(IT) \times J : k(it, j) = k(i, j, t)$$

$$I \times (JT) : k(i, jt) = k(i, j, t).$$

Dans le tableau  $(IT) \times J$ , chaque individu  $i$  fournit autant de lignes qu'il y a de temps dans l'ensemble  $T$  ; chaque ligne représente un état d'un individu ; sur les graphiques, chaque individu  $i$  a une trajectoire de points  $it$ , indicés par  $t \in T$ .

Dans le tableau  $I \times (JT)$  chaque individu a une ligne qui représente la suite de ses états c'est-à-dire son histoire ; et chaque modalité  $j$  sort card  $T$  fois, selon le temps auquel elle est considérée.

Eventuellement, on peut aussi analyser le tableau  $IJ$  obtenu en cumulant les étages  $t$  du tableau ternaire  $I \times J \times T$  (i.e.  $k(i, j) = \sum \{k(i, j, t) | t \in T\}$ ) en lui adjoignant en lignes supplémentaires le tableau  $(IT) \times J$  et en colonnes supplémentaires le tableau  $I \times (JT)$ .

Mais dans le cas présent chaque individu (i. e. chaque paire de chaussures) n'est pas observée suivant une même loi temporelle : on a dit (cf § 1.1) que telle paire de chaussures peut avoir été observée 2 fois dans le tranche  $t_2$  et ne l'avoir pas été dans la tranche  $t_4$ ... A la notion d'objet individuel  $i$  se substitue celle de modèle  $m$  ; chaque modèle  $m$  étant observé dans toute tranche  $t$ , mais un nombre variable de fois et sur des individus divers.

C'est pourquoi on construit le tableau  $(MT) \times J$  suivant :

ensemble des lignes : l'ensemble produit  $M \times T$  ; chaque modèle considéré à chaque temps : on note  $A_1 \dots A_4$  le modèle  $A$  considéré dans les tranches de temps  $t_1, t_4$  ; et de même pour les autres modèles  $B, C, D, E$ .

ensemble des colonnes : l'ensemble  $J$  des modalités de la fiche d'essais au porter.

$k(mt, j)$  : nombre de fois qu'une paire de chaussures du modèle  $m$ , observée dans la tranche de temps  $t$  a présenté la modalité  $j$ .

On peut encore dire que le tableau  $(MT) \times J$  est construit à partir du tableau descriptif  $F \times J$  des états au porter, en cumulant les groupes de lignes (i.e. les fiches) afférentes à un modèle donné considéré dans une tranche donnée de temps.

Il importe de noter que tandis que chaque ligne  $f$  (fiche) du tableau  $F \times J$  a un poids déterminé ( $21 =$  nombre des variables de  $Q$ ) les lignes du tableau  $(MT) \times J$  sont de poids inégal : e.g. la ligne  $D_2$  a pour poids  $22 \times 21$  parce que (cf tableau du § 1.1) il y a 22 fiches afférentes au modèle  $D$  observé dans la tranche de temps  $t_2$ .

Une première possibilité est d'analyser le tableau  $F \times J$ , comme on analyserait un questionnaire usuel, en lui adjoignant en él. suppl. le tableau  $(MT) \times J$  : ainsi on observera pour chaque modèle  $M$  une trajectoire temporelle (trajectoire d'usure indiquée par  $t \in T$ ) ; avec de plus une idée de la dispersion (e.g. le point  $D_2$  sera, comme on vient de le rappeler une moyenne de 22 points d'après lesquels on pourra apprécier, à quel point l'usure du modèle peut varier, notamment selon l'utilisateur, au sein d'une tranche de temps fixée). A noter que dans une telle

analyse les % d'inertie sont à calculer d'après l'analyse du tableau de Burt.

Une seconde voie est d'analyser le tableau  $(MT) \times J$ , pris comme tableau principal : ceci correspond à peu près à l'analyse  $(IT) \times J$  dont nous parlions ci-dessus pour le cas général ; le fait que les lignes  $MT$  n'ont pas toutes le même poids ne gêne guère, puisque l'a. des c. traite des profils.

Enfin on peut désirer faire une analyse  $M \times (JT)$  : mais ici, il s'impose impérativement de donner même masse aux quatre segments temporels successifs qui composent la ligne d'un modèle  $m$  : sinon l'analyse révélera des associations prédominantes de tel modèle avec tel temps (analyse du tableau du § 1.1) ce qui n'est pas notre problème. Donc on définira un tableau réduit  $kr(m, jt)$ .

$kr(m, jt) =$  moyenne des fiches  $f$  afférentes au modèle  $m$  et au temps  $t$

$$= \sum \{k(f, j) \mid f \in F(m, t)\} / \text{Card}F(m, t) ;$$

où  $F(m, t) = \{f \mid f \in F ; m(f) = m ; t(f) = t\}$

Dans le cas présent, avec seulement 5 modèles distincts ( $\text{Card}M=5$ ), l'analyse du tableau  $M \times (JT)$  ne peut révéler la diversité des processus d'usure possible pour des chaussures. En revanche les analyses  $(MT) \times J$  (20 lignes-états de modèle) ou  $F \times J$  (385 fiches descriptives) semblent prometteuses. Compte-tenu de l'état des tableaux dont nous avons disposé, c'est l'analyse  $MT \times J$  ( $20 \times 63$ ) qui sera seule présentée ici.

2.2 Analyse du tableau  $MT \times J$  des états de modèle : Les quatre premières v. propres sont bien distinctes les unes des autres et séparées de celles qui les suivent :

rang	1	2	3	4	5
$\lambda$	0,147	0,090	0,054	0,032	0,021
$\tau$	35%	21%	13%	8%	5%

On commentera donc ci-dessous les graphiques relatifs aux plans  $1 \times 2$  et  $3 \times 4$ .

2.2.1 Le plan  $1 \times 2$  : Le graphique met en évidence la répartition des modalités et les trajectoires des modèles de chaussures parmi ces modalités. Les trajectoires 1-4 de tous les modèles partent d'un même pôle sur le premier axe positif (où sont toutes les modalités bon) et se développent dans la direction du 1-er axe négatif, voire pour les modèles A, E avec une inclinaison vers le 2-ème axe positif (i.e. vers les modalités moyen et mauvais). Il est clair que ces trajectoires correspondent à une détérioration des chaussures.

Considérons pour plus de précision la représentation des deux ensembles  $MT$  et  $J$ . (Sur le graphique, allégé, seule figure une partie de l'ensemble  $J$ ).

Les modalités bon sauf AC1 (accessoires) ont un 1-er facteur positif ; la majorité d'entre-elles ont un 2-ème facteur négatif, mais ici il ne s'agit que d'une tendance : 8 sur 21 ont un 2-ème facteur positif.

D'une façon générale, pour chaque paramètre, la modalité bon s'oppose, sur le 1-er axe comme sur le second, aux deux autres modalités : moyen, mauvais. Les exceptions ne touchent que des paramètres dont une ou deux modalités, voire les trois, sont mal corrélées à l'axe. Signalons toutefois AC déjà cité (accessoires) dont les 3 modalités ont

F1 < 0 et F2 > 0.

On ne doit donc pas s'étonner de voir les modalités moyen et mauvais se disperser dans le 1/2 plan F1 < 0.

question		CTR1	CTR2	CTR3	CTR4
DESSUS	aspect général EA	59	6	5	11
	pliure du matériel PM	8	9	18	7
	pliure finissage PF	33	29	156	12
	frottement finissage FF	99	43	36	16
	piqûre assemblage PA	38	39	315	5
	piqûre décoration PD	4	0	10	1
	TOTAL $\Sigma$	241	126	540	52
DOUBLURE	avant-pied et languette PL	95	39	16	158
	quartier et glissoire QG	53	83	20	69
	jointage piq. doublure JP	28	23	20	25
	TOTAL $\Sigma$	176	145	56	252
SEMELLE	aspect général AG	25	73	14	49
	usure talon UT	46	10	24	170
	usure bout UB	5	179	9	87
	TOTAL $\Sigma$	76	262	47	306
AUTRES	assembl. semelle AS	1	3	6	9
	asp. gén. 1° de montage PN	155	73	34	11
	déformat. 1° de montage DG	162	93	48	10
	asp. gén. 1° de propreté PP	70	10	70	56
	décoll. 1° de propreté DP	9	56	12	39
	asp. gén. bout dur BD	6	103	84	159
	asp. gén. contrefort CO	32	100	74	87
	accessoires AC	24	12	8	42
	aspect global AL	47	14	17	1
	TOTAL $\Sigma$	506	466	353	414

Tableau des contributions cumulées : ci-dessus par question ;  
ci-dessous par modèle

	CTR1	CTR2	CTR3	CTR4
$\Sigma$ At	119	70	22	628
$\Sigma$ Bt	353	129	442	60
$\Sigma$ Ct	249	190	481	42
$\Sigma$ Dt	202	24	14	114
$\Sigma$ Et	79	585	41	156

L'inertie du nuage le long des axes 1 et 2 est assez bien distribuée entre toutes les modalités. Mais du fait de l'opposition entre les modalités bon d'un côté de l'origine et les modalités moyen et mauvais de l'autre, il y a sur chaque axe une dissymétrie entre les contributions apportées par les points de coordonnée négative et celles apportées par les points de coordonnée positive :

Sur l'axe 1, la somme des CTR des points de coordonnée positive est 383%.

Sur l'axe 1, la somme des CTR des points de coordonnée négative est 617%.

Sur l'axe 2, la somme des CTR des points de coordonnée négative est 317%.

Sur l'axe 2, la somme des CTR des points de coordonnée positive est 623%.

Pour aider au dépouillement des listes de contributions, on a constitué un tableau cumulant les  $CTR_{\alpha}$  (contributions relatives des modalités  $j$  au facteur  $\alpha$ ) par question : e.g. on donne à l'intersection de la ligne PA et de la colonne CTR2 la somme 39 des CTR2 pour les 3 modalités PA1 (bon) PA2 (moyen) et PA3 (mauvais) de la question "piqûre d'assemblage". On a fait de même pour les modèles en sommant les quatre contributions afférentes à leurs états successifs.

Sur ce tableau on constate les faits suivants :

le dessus est plus représenté sur l'axe 1 ( $CTR1 = 241/1000$  ;  $CTR2 = 126/1000$ )

la semelle est plus représentée sur l'axe 2 ( $CTR1 = 76/1000$  ;  $CTR2 = 262/1000$ )

Sur l'axe 1 on remarque les plus fortes contributions FF(99/1000): frottement finissage (dessus) ; PL(95%) aspect général de l'avant-pied et languette ; PN(155%) aspect général de la 1-ère de montage ; DG(162%) déformation de la 1-ère de montage.

Sur l'axe 2 on remarque UB(179%) usure du bout de la semelle ; BD(103%) bout dur ; CO(100%) contrefort ; DG(93%) déjà vu sur l'axe 1 : déformation de la 1-ère de montage (cf tableau des CTR).

Suivons les trajectoires des 5 modèles sur le plan  $1 \times 2$ . A première vue, les cinq trajectoires sont parallèles, de même sens et se développent plutôt dans la direction du 1-er axe : partant de la région du plan  $F1 > 0$ ,  $F2 < 0$  ou faiblement positif où se trouvent tous les : *bon*, elles se déplacent dans le sens négatif de l'axe 1, et dans le sens positif de l'axe 2 pour aboutir, exception faite de D4, dans le  $1/2$  plan  $F1 < 0$  où se trouvent dispersées toutes les modalités : *moyen* et *mauvais*. Le déplacement des modèles, au cours du temps vers les  $F2 > 0$  est dû à ce que pour les paramètres principaux UB (usure du bout de la semelle ;  $CTR2 = 179\%$ ) ; AG (aspect général de la semelle ;  $CTR2 = 73\%$ ) ; BD (aspect général bout dur,  $CTR2 = 103\%$ ) ; CO (contrefort  $CTR2 = 100\%$ ) la modalité *bon* a un 2-ème facteur négatif tandis que les modalités *moyen* ou *mauvais* ont un 2-ème facteur positif.

Le modèle D reste dans le quart du plan  $F1 > 0$ ,  $F2 < 0$ . Ce qui est le signe d'une bonne résistance à l'usure : après 250 heures, 500 heures... 1000 heures d'usage, toutes les parties de la chaussure restent en bon état ; c'est à coup sûr, le meilleur des cinq modèles (au moins du point de vue de la solidité : mais nos données ne disent rien du confort...).

Les modèles B et C ont des trajectoires assez voisines, les B étant décalés, par rapport aux C, vers les  $F1 < 0$  (à nombre d'heures d'usage égal, le modèle C est en meilleur état que le modèle B).

Les trajectoires de E et A sont voisines l'une de l'autre et restent entièrement situées dans le  $1/2$  plan  $F_1 > 0$ . Toutefois il y a des différences notables : A1 et E1 sont vraiment proches : 250 heures d'usage laissent A1 et E1 en bon état. E1 est peut-être légèrement meilleur que A1 (mais n'égale pas D1) ; après 500 heures d'usage, E2 s'est beaucoup déplacé dans le sens négatif de l'axe 1 tandis que A2 reste très proche de A1, le segment A1 A2 pointant vers  $F_2 < 0$ . A partir de 500 heures, le modèle A se détériore, suivant une droite parfaite : A2 A3 A4 l'amplitude du déplacement s'accroît avec le temps : le segment A3 A4 est plus long que le segment A2 A3. Le modèle E au contraire se détériore très vite : le segment E1 E2 est très long ; E3 est dans le  $1/2$  plan  $F_1 < 0$  (alors que A3 est encore dans le  $1/2$  plan  $F_1 > 0$ ).

2.2.2 Le plan 3 x 4 : aperçu de l'axe 5 : Dans le plan  $3 \times 4$  les cinq modèles partent d'une position centrale pour se développer chacun dans sa direction propre A vers les  $F_4 > 0$  ; B dessine un U dans le  $1/2$  plan  $F_3 > 0$ , D reste autour de sa position initiale, E dessine un triangle principalement contenu dans le 3-ème quadrant, C commence par se développer vers les  $F_3 < 0$  (C1 C2) puis dévie en direction des  $F_4 > 0$  (C2 C3 C4).

Sur le tableau des contributions aux axes de l'ensemble des modèles dans leurs divers états on voit que le modèle A a, de loin, la plus forte contribution à l'axe 4 : 628/1000 ; tandis que B et C totalisent 923/1000 de l'inertie du nuage le long de l'axe 3.

L'examen du plan  $3 \times 4$  doit donc nous montrer principalement l'usage de A quant aux paramètres corrélés à l'axe 4, et celle des modèles B et C quant aux paramètres corrélés à l'axe 3.

Le modèle E, quant à lui, représente 585% de l'axe 2 et sera à rapprocher des paramètres corrélés à cet axe (cf *supra*).

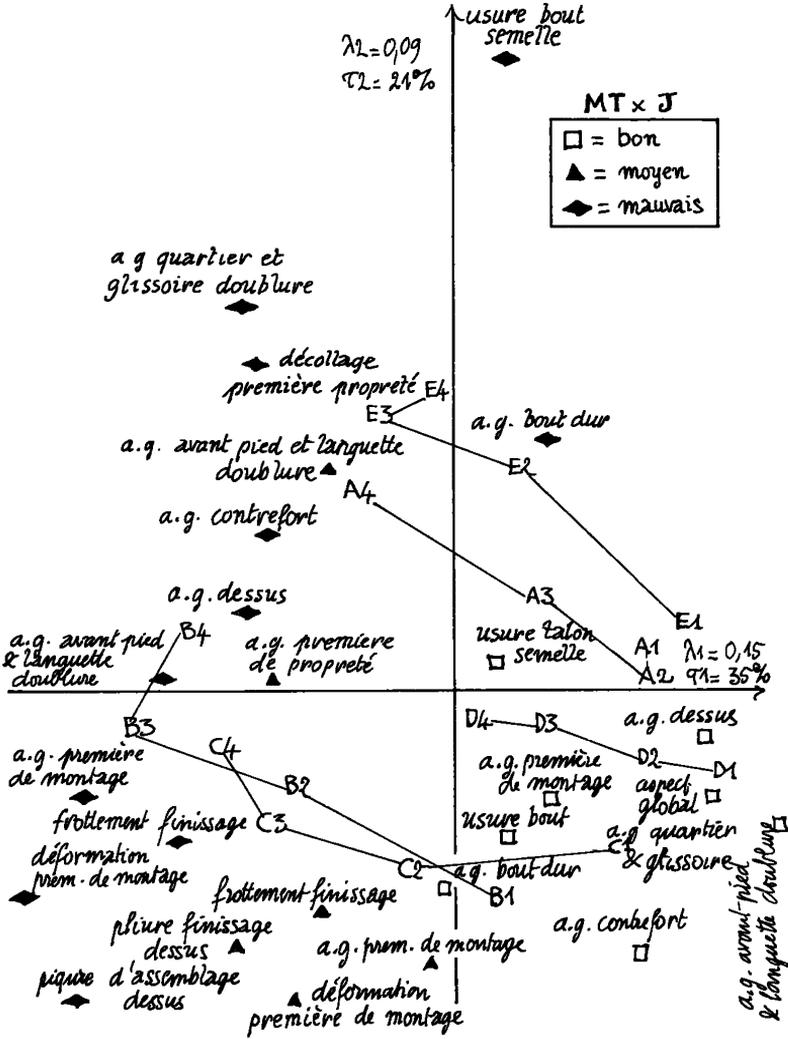
Le modèle D est à étudier sur l'axe 5 auquel il apporte 641/1000 de la contribution du nuage. En se reportant au tableau des facteurs sur J, on constate qu'un seul paramètre : PD (piqûre de décoration) apporte 441/1000 d'inertie à l'axe 5 PD1 ( $F_5 = 155$ ) s'oppose à PD2 ( $F_5 = -1352$ ) et à PD3 ( $F_5 = -1179$ ) tandis que D parcourt la trajectoire :  $F_5(D_1) = -41$  ;  $F_5(D_2) = -66$  ;  $F_5(D_3) = -344$  ;  $F_5(D_4) = -328$  ; trajectoire qui manifeste une détérioration nette de la piqûre de décoration pour ce modèle.

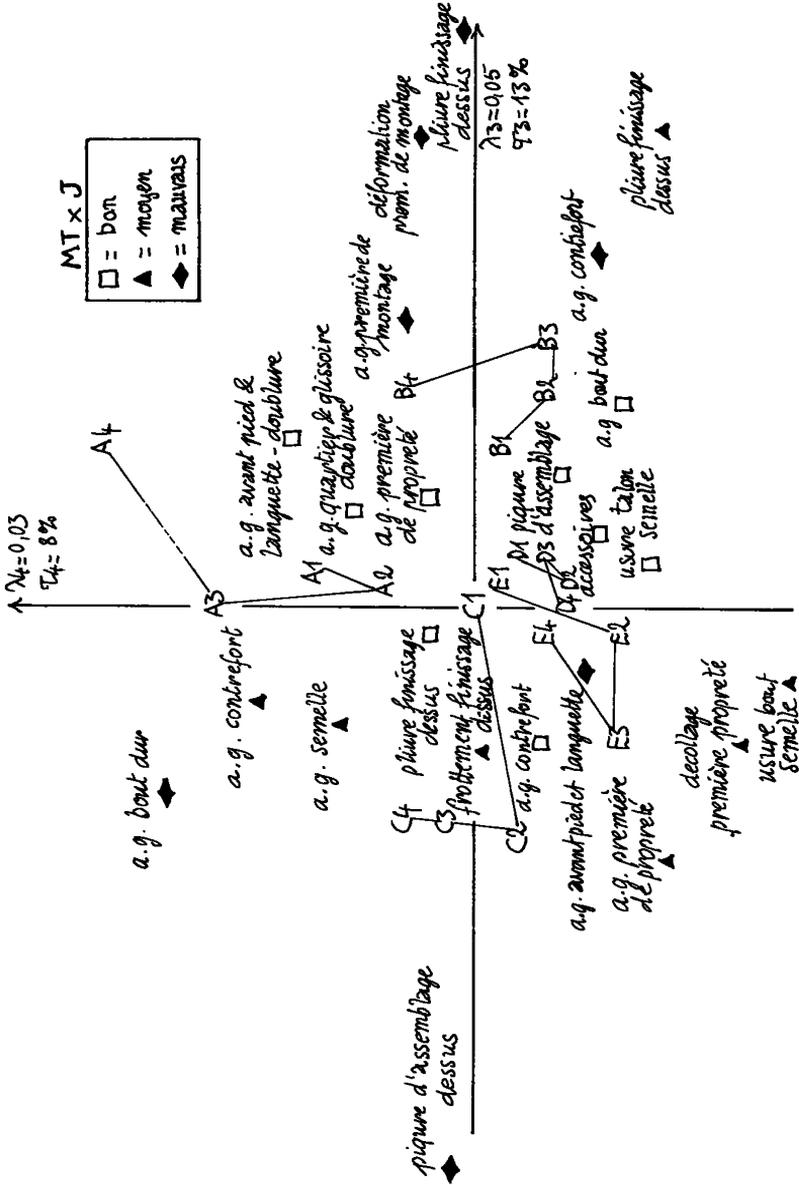
L'examen des contributions des questions permet de préciser l'étendue des axes 3 et 4 : on voit que l'axe 3 est principalement fait par les paramètres du dessus, et particulièrement PF (pliure finissage) et PA (piqûre d'assemblage) ; mais ces deux paramètres se contraignent : PF1 (bon) est du côté négatif PF2 et PF3 (moyen et mauvais) du côté négatif, tandis que PA1 (bon) est du côté positif et PA2 et PA3 du côté négatif.

L'axe 4 concerne plutôt la doublure et la semelle, principalement PL (aspect général avant pied et languette) et UT (usure talon) ; mais BD (aspect bout dur) apporte également une bonne part d'inertie à cet axe.

En résumé, du point de vue des 5 modèles l'interprétation peut se résumer ainsi. L'axe 1 est un axe de détérioration générale, que tous les modèles suivent du + vers le - ; (plus précisément on voit sur le plan  $1 \times 2$  que la direction générale des trajectoires  $t_1, t_2, t_3, t_4$  est quelque peu inclinée sur l'axe 1, et part du quadrant  $F_1 > 0, F_2 < 0$ ).

L'axe 2 définit un étagement des trajectoires dans le plan  $1 \times 2$ , c'est-à-dire une différenciation qui est sensible dès l'état  $t_1$  (moins de 250 h d'usage, même si elle s'accroît avec le temps. Ces axes 3,4





(et 5) rendent compte des modes de détérioration propres à chaque modèle.

3 Prévision de l'usure d'après les essais de laboratoire : Si l'on disposait des résultats d'essais destructifs de nombreuses paires de chaussures appartenant à des modèles différents, on pourrait analyser un tableau  $I \times V$  croisant les individus (chaussures) et les modalités, pour obtenir une typologie des chaussures fondée sur des mesures immédiatement accessibles, indépendamment de tout essai au porter ; à l'analyse de  $I \times V$  on adjoindrait en éléments supplémentaires les caractéristiques de fabrication (matériel employé ; modes de fixation etc.). Rien de tel n'est possible ici avec le seul tableau  $M \times V$  : les 5 modèles ne couvrant en aucune façon la diversité du comportement des chaussures. Nous concentrons donc notre attention sur le problème des rapports entre essais de laboratoire et essais au porter ; même si, ici encore, le champ restreint de l'expérience étudiée, ne peut nous promettre des conclusions sûres. Comme au § 2, nous considérerons d'abord les analyses possibles ; puis nous rendrons compte d'une analyse particulière.

3.1 Analyse canonique, régression, prévision : Communément quand le problème se pose d'estimer (ou de prédire) un ensemble  $Q$  de variables qualitatives dites à expliquer d'après un ensemble  $L$  de variables dites *explicatives*, on construit d'après un échantillon  $I$  d'individus de base, le sous-tableau de BURT  $J \times V$  croisant l'ensemble  $J$  des mod. des variables  $Q$  avec celui  $V$  des mod. des var. de  $L$  :  $k(j,v)$  = nombre d'individus  $i$  rentrant à la fois dans les modalités  $j$  et  $v$ . A l'analyse de ce tableau tout individu  $i$  peut être adjoint à la fois en ligne supplémentaire (si on le décrit suivant l'ensemble  $V$  des modalités explicatives) et en colonne supplémentaire (si on le décrit par l'ensemble  $J$  des modalités à expliquer) : d'où des facteurs  $F_{\alpha}(i)$  (pour  $i$  considéré comme ligne) et  $G_{\alpha}(i)$  (pour  $i$  considéré comme colonne). Pour un individu nouveau  $in$  on dispose seulement des variables explicatives qui permettent de calculer  $F_{\alpha}(in)$  ; on assimile en bref  $G_{\alpha}(in)$  à  $F_{\alpha}(in)$  ce qui permet d'estimer la col. ( $v$ . à expliquer) inconnue relative à  $in$ . Le procédé est *a priori* d'autant mieux fondé que sur l'ensemble  $I$  des individus de base, les  $F_{\alpha}(i)$  et les  $G_{\alpha}(i)$  sont plus corrélés entre eux (pour des résultats précis, cf P. Cazes [ANA. BLOCS] § 3).

Dans le langage de la statistique du milieu du XX-ème siècle, cette analyse factorielle peut s'appeler : analyse canonique de variables qualitatives.

Mais la présente étude se distingue du cas usuel (que nous venons de rappeler) par deux particularités.

1) Pour chaque individu, l'ensemble  $V$  (des modalités explicatives) est déterminé une fois. L'ensemble  $J$  (des variables à expliquer) est considéré à quatre temps successifs.

2) En fait, de par le caractère destructeur des essais de laboratoire, il est impossible que, même pour un individu de base, on connaisse à la fois les modalités  $V$  (de l'ess. de laboratoire) et les modalités  $J$  (considérées aux temps  $t_1, \dots, t_4$ ) des essais au porter. Les relations entre  $J$  et  $V$  ne sont donc accessibles que par l'intermédiaire des modèles ; pour autant que ceux-ci définissent des lots d'individus (chaussures) suffisamment homogènes.

Dans ces conditions, nous proposons de construire un tableau de correspondance ternaire  $V \times J \times T$  ; et pour plus de généralité, on

supposera qu'on dispose pour chaque modèle  $m$  non d'un seul essai de laboratoire (ou d'un résultat global ne désignant pas les essais réellement effectués) mais d'un nombre quelconque d'essais. Et nous notons  $E$  l'ensemble des essais de laboratoire avec  $m(e) = m$  si l'essai  $e$  se réfère au modèle  $m$  ;  $k(e, v) = 1$  si à l'essai  $e$  on a trouvé la modalité  $v$  (notation tout analogue à celle posée plus haut pour l'ensemble  $F$  des fiches d'essai au porter). Ceci posé on note :

$$F(m, t) = \{f | f \in F ; m(f) = m ; t(f) = t\} ;$$

(i.e. ensemble des fiches d'essai au porter afférentes au modèle  $m$ , considéré au temps  $t$ )

$$E(m) \{e | e \in E ; m(e) = m\}$$

(i.e. essais de laboratoire afférents au modèle  $m$ ).

$$K(m, t, j) = \text{Card}\{f | f \in F(m, t) ; k(f, j) = 1\},$$

(i.e. ensemble des fiches au porter relatives à  $m, t$  et comportant la modalité  $j$ ) ;

$$K(m, v) = \text{Card}\{e | e \in E(m) ; k(e, v) = 1\} ;$$

$$K(m, v, j, t) = K(m, t, j) \times K(m, v) / (\text{Card} F(m, t) \times \text{Card} E(m)).$$

$$K(v, j, t) = \sum \{K(m, v, j, t) | m \in M\}.$$

On notera qu'avec la normalisation adoptée (division par  $\text{Card} F(m, t)$  et  $\text{Card} E(m)$ ) on a, quels que soient  $m$  et  $t$  :

$$\sum \{K(m, v, j, t) | j \in J, v \in V\} = \text{Card} Q \times \text{Card} L$$

ce qui rend égaux les poids des modèles et aussi des temps dans la construction du tableau ternaire  $V \times J \times T$ .

Le tableau ternaire  $V \times J \times T$  étant construit, il reste à expliquer à quelles analyses ce tableau peut fournir des éléments supplémentaires ou principaux. D'abord, comme on l'a dit au § 2.1 (dans le cas d'un tableau  $I \times J \times T$ , ou  $M \times J \times T$ ), le tableau ternaire peut être considéré comme tableau binaire en en juxtaposant les étages  $t$  ; On a :

$(VT) \times J$  :  $K(vt, j) = K(v, j, t)$ , tableau dont l'ensemble des colonnes est  $J$ , et l'ensemble des lignes est  $VT$ .

$V \times (JT)$  :  $K(v, jt) = K(v, j, t)$ , tableau dont l'ensemble des lignes est  $V$ , et l'ensemble des colonnes  $JT$ .

Le tableau  $(VT) \times J$  peut être adjoint en lignes supplémentaires aux tableaux  $F \times J$ , ou  $(MT) \times J$  considérés au § 2.1. Il importe de voir que la ligne  $vt$  du tableau  $(VT) \times J$  a pour profil, la moyenne des profils des fiches  $f$  relatives au temps  $t$  et afférentes à un modèle  $m$  qui aux essais de laboratoire à reçu la modalité  $v$  ; (dans le cas général, qui n'est pas celui de nos données, où le même modèle est essayé plusieurs fois en laboratoire, chaque fiche  $f$  afférente au temps  $t$  reçoit un poids égale au pourcentage de fois que le modèle  $m(f)$  a reçu au laboratoire la modalité  $v$ ) ; donc le point  $vt$  indique l'état au temps  $t$  des chaussures rentrant dans la modalité  $v$ .

Le tableau  $(VT) \times J$  peut être pris comme tableau principal ; et ici encore le point  $vt$  indiquera par ses associations avec les modalités  $j$  (de l'essai au porter), à quel état d'usure peut parvenir au temps  $t$  un modèle rentrant dans la modalité  $v$  des essais de laboratoire.

L'analyse du tableau  $V \times (JT)$  nous donne pour chaque modalité  $v$  d'essais de laboratoire, ses associations avec les modalités  $jt$  d'états

de la chaussure considérée à toutes les étapes de son usure. A cette analyse, un modèle  $m$  décrit par un ou plusieurs essais de laboratoire pourra être adjoint en colonne supplémentaire ; et apparaîtra ainsi environné des modalités  $j_t$  qui caractérisent son usure au cours des étapes successives du temps de porter.

Plus simplement on analysera séparément les étages du tableau ternaire  $V \times J \times T$  afférents à chaque tranche temporelle  $t$  : cette analyse révélant les associations entre l'ensemble  $V$  des modalités d'essais de laboratoire, et l'ensemble  $J$  des modalités de description des chaussures, cette description étant effectuée dans la tranche temporelle  $t$ . C'est un exemple d'une telle analyse que nous présentons brièvement ci-dessous.

3.2 Analyse du tableau  $V \times J$   $t_3$  : Ce tableau décrit la correspondance entre essai de laboratoire et état de la chaussure portée, considérée au temps  $t_3$  ; ce temps a été choisi ici, de préférence à  $t_1$ ,  $t_2$  ou  $t_4$ , parce qu'il correspond aux plus fortes valeurs propres  $\lambda_1$  (et  $\lambda_2$ ), c'est-à-dire à la meilleure valeur de prédiction des essais au laboratoire ; de façon précise on a :

temps	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$
$\lambda_1$	0,068	0,081	0,101	0,084
$\lambda_2$	0,032	0,049	0,047	0,046

Cette analyse n'est présentée que comme un exemple de la voie à suivre dans des recherches ultérieures basées sur des données plus abondantes. Il ne faut pas dissimuler en effet que les données traitées ici, bien qu'elles représentent un travail expérimental considérable, sont tout à fait insuffisantes pour couvrir le domaine des relations entre essais de laboratoire et essais au porter. Mais il vaut la peine de faire quelques remarques.

3.2.1 Nombre des facteurs extraits : Ainsi qu'on l'a dit la ligne  $v$  du tableau  $V \times J$   $t_3$ , n'est autre que la somme des lignes décrivant l'état moyen au temps  $t_3$  des modèles de chaussures rentrant dans la modalité  $v$  d'essais de laboratoire : par le fait même toute ligne du tableau  $V \times J$   $t_3$  est combinaison de 5 lignes de bases afférentes aux 5 modèles ABCDE : donc le tableau est de rang 5 ; il ne fournit que quatre facteurs non triviaux.

3.2.2 Modalités identifiées aux modèles : En fait sur les 32 modalités possibles (de 1 très bon à 4 mauvais) que présentent les 8 variables d'essais de laboratoire, 24 seulement ont une masse non-nulle ; parmi celles-ci 15 sont propres à un seul modèle : leur profil s'identifie donc avec celui d'un modèle décrit par ses essais au porter au temps  $t_3$  : ainsi sur le graphique on voit superposées au point C (encadré d'un carré) les quatre modalités  $v$  : ET1, EP3, SH3, CS2 . Une modalité telle que ET2 qui n'appartient qu'à deux modèles se place (aux imprécisions graphiques près) au milieu du segment joignant les points figuratifs de ces modèles (D et E).

3.2.3 Accord entre la présente analyse et celle du § 2.2 : Dans l'analyse  $(MT) \times J$  les lignes sont les 20 profils des 5 modèles considérés aux 4 temps  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $t_4$ . Ici les lignes sont diverses combinaisons des 5 profils considérés au temps  $t_3$ . On peut voir que les cinq points A, B, C, D, E inscrits dans un carré, se disposent sur le plan  $1 \times 2$  issu de l'analyse  $V \times J$   $t_3$ , à peu près comme les points A3, B3, C3, D3, E3 dans l'analyse  $(MT) \times J$ . L'accord est également assez bon pour l'ensemble  $J$ .

3.2.4 Modèles décrits d'après les deux sortes d'essais : On a dit que les points inscrits dans un carré représentent les modèles décrits d'après les essais au porter selon les observations faites dans la tranche de temps  $t_3$  ; i.e. décrits par une ligne supplémentaire adjointe au tableau  $V \times J$ . On peut aussi caractériser un modèle par une colonne donnant les résultats des essais de laboratoire : d'où des points qui sont notés AL, BL, CL, DL, EL sur le graphique. Ces points se placent dans les mêmes secteurs que les points encadrés de même nom ; mais ceux-là sont plus excentriques que ceux-ci : ce qui s'explique si on considère que e.g. l'abscisse sur l'axe 2 du point BL s'obtient (selon le principe barycentrique) en divisant par la racine carrée de  $\lambda_1$ , la moyenne des abscisses des modalités  $v$  que possède le modèle B : or quatre de ces modalités étant propres à B sont superposées au point B encadré.

3.2.5 Accord entre essais de laboratoire et essais au porter : Sur le graphique les modalités des essais de laboratoire sont notées par un sigle de deux lettres suivi d'un chiffre : plus le chiffre est fort moins bon est le résultat de l'essai. On remarque d'abord que le secteur  $F_1 > 0$ ,  $F_2 < 0$  est le plus riche en modalité 1 des essais de laboratoire ; et aussi en modalités supérieures (carré blanc) des essais au porter. Pour plus de précision, il faut rechercher si les modalités d'essais de laboratoire censées apprécier une qualité de la chaussure vont bien avec les modalités de cette qualité appréciée au porter. Nous n'entrerons pas dans le détail nous bornant à affirmer que l'accord est satisfaisant. Mais un exemple précis fera voir que l'étroitesse du champ exploré ne permet pas de tirer de conclusions générales.

Les modalités moyennes et mauvaises des questions "pliage finissage" et "frottement finissage" de l'essai au porter, voisinent avec les modalités SS3 et SH63 de l'essai de laboratoire, lesquelles représentent les plus mauvais résultats obtenus sur l'appareil VESLIC qui sert justement à éprouver la solidité du finissage (autrement dit des couleurs...). Ceci est satisfaisant... mais en fait la modalité SS3 est l'une des quatre modalités  $v$  propres au modèle B ; tandis que SH63 est l'une des quatre modalités propres à C. On voit que l'analyse de faits aussi peu denses ne peut fournir de conclusions pratiques : elle montre seulement que la méthode proposée au § 3.1 est apte à fournir des résultats cohérents.

Nous concluons donc en formulant le souhait que l'analyse de la résistance à l'usure d'après l'usage naturel et les essais de laboratoire, se poursuive sur de vastes ensembles de données.

