PATRICK LEROY

Optimisation et graphes Applications à l'architecture

Cahiers du Bureau universitaire de recherche opérationnelle. Série Recherche, tome 23 (1975), p. 85-100

<http://www.numdam.org/item?id=BURO_1975__23__85_0>

OPTIMISATION ET GRAPHES
APPLICATIONS A L'ARCHITECTURE

Patrick LEROY

On se propose d'étudier ici un problème de Recherche Opérationnelle que l'on rencontre en architecture au cours de l'élaboration d'un projet.

On peut considérer en effet que, dans un grand nombre de cas, un projet architectural (en particulier ceux de type fonctionnel : appartements, bureaux, usines, hôpitaux, etc.) détermine une partition de l'espace en un nombre fini de locaux ou pièces bien distincts et, bien sûr, une région infinie, l'extérieur. Et dans l'élaboration d'un projet, une partie du travail de l'architecte consiste d'une part à définir l'ensemble des différents locaux élémentaires qu'il veut créer (ceux-ci peuvent figurer explicitement dans le programme du client ou être introduit par l'architecte lui-même, en particulier certains locaux de liaison), d'autre part à déterminer un agencement de ces locaux dans l'espace, c'est-à-dire précisément une certaine partition de l'espace.

Généralement, il doit tenir compte dans son travail de certaines contraintes qui peuvent être imposées soit par le client, soit par la loi, soit par les techniques de construction ou les problèmes de structure, soit par les traditions ou l'expérience, etc. Ainsi certains locaux, pour des raisons d'éclairage ou d'aération, doivent avoir un accès direct à l'extérieur, ou bien le client peut exiger que deux pièces données communiquent, etc.

Nous supposerons que l'on a défini au préalable l'ensemble de tous les locaux élémentaires $A_1, A_2, \ldots, A_n$ que l'on veut créer. Nous allons alors étudier le problème de la détermination d'une partition de l'espace en n ensembles finis en précisant ce problème de la manière suivante :

– On supposera que tous les locaux sont situés au même niveau, c'est-à-dire que la répartition des locaux par étages a déjà été faite, en utilisant par exemple une méthode de classification automatique. On se bornera donc à l'étude de la répartition des locaux pour un étage donné. En supposant toutes les pièces de même hauteur, il s'agit alors de déterminer une partition en n parties du plan.

– D'autre part, on se limitera au cas où toutes les pièces sont représentées par des surfaces de formes rectangulaires ou peuvent se décomposer en plusieurs "pavés" rectangulaires; la frontière entre ces pavés ne représentent pas alors nécessairement une séparation réelle dans le bâtiment. Dans le cas de projets architecturaux de type fonctionnel, cette restriction n'est guère contraignante, du moins en première approximation. Chaque étage du bâtiment peut alors être représenté par un pavage rectangulaire qui peut être interprété comme un ébauche du plan de cet étage.

On se propose donc finalement de construire un pavage rectangulaire d'un nombre donné de pavés, et qui satisfasse à diverses contraintes. Celles-ci peuvent être très variées, mais on supposera que leur influence sur la partition plane représentant le bâtiment peut se traduire essentiellement de deux manières :

– D'une part, par des contraintes qui imposent certaines possibilités de communication entre les pièces. Plus précisément, on imposera soit certaines adjacences entre les locaux, soit des adjacences entre un local et l'extérieur. Ces adjacences peuvent figurer explicitement dans le programme du client, sinon l'expérience du client ou de l'architecte, traduite par exemple en termes de probabilités de passage d'une pièce à l'autre, peut servir à définir une relation de préférence sur des adjacences entre locaux (par exemple, on préférera l'adjacence des pièces A_i et A_j à celles des pièces $A_{i'}$ et $A_{j'}$ si la probabilité de se rendre de A_i à A_j est supérieure à celle de se rendre de $A_{i'}$ à $A_{j'}$).

On peut résumer ces contraintes par un graphe, nécessairement planaire, représentant la relation : le pavé A_i est adjacent au pavé A_j.

– D'autre part, on imposera généralement à chaque local des dimensions extrêmes à respecter : on pourra ainsi avoir pour une pièce donnée des valeurs minimum et maximum pour la longueur et la largeur, et une valeur minimum pour la surface (ainsi un couloir doit avoir une largeur minimum, un bureau où deux personnes doivent travailler nécessite une certaine surface, le type de structure choisie ou la résistance des matériaux peuvent limiter la dimension maximum d'une pièce, etc.). On peut également exiger que la frontière commune à deux pièces ait au moins une certaine longueur, parce qu'on prévoit d'y mettre une porte d'une largeur donnée. Enfin, on peut également imposer les dimensions et la position de certains pavés, en particulier ceux qui correspondent aux moyens de communication verticale (escaliers, ascenceurs) et qui doivent se superposer d'un étage à l'autre.

Il se peut alors que l'ensemble des solutions, c'est-à-dire des pavages rectangulaires satisfaisant à toutes les contraintes, soit vide. Mais généralement on aura une infinité de solutions possibles.

Pour en choisir une, on supposera que, la hauteur de l'étage étant fixée, le coût d'une pièce est proportionnel à sa surface, ce qui est approximativement le cas des coûts d'équipement d'une pièce (toiture, chauffage, éclairage. . .).

Si on note alors p_k le coût de l'unité de surface du local A_k de surface S_k, le coût total du pavage s'écrit :

$$C = \sum_{k=1}^{n} p_k S_k \ .$$

Parmi tous les pavages satisfaisant aux contraintes précédentes on choisira alors celui qui rend ce coût minimum.

Le problème étant ainsi bien défini, nous allons étudier trois points distincts :

1 – Construction du graphe des adjacences

Etant donné une relation de préférence sur les adjacences entre les pavés, on va chercher à construire un graphe planaire en satisfaisant par ordre de préférence décroissante le plus grand nombre possible d'adjacences.

2 – Existence d'un pavage rectangulaire vérifiant les adjacences

Une fois défini le graphe des adjacences que l'on veut satisfaire, on déterminera à quelles conditions sur ce graphe il existe des pavages rectangulaires respectant ces adjacences et on proposera un algorithme permettant de les construire.

3 – Recherche du pavage de coût minimum

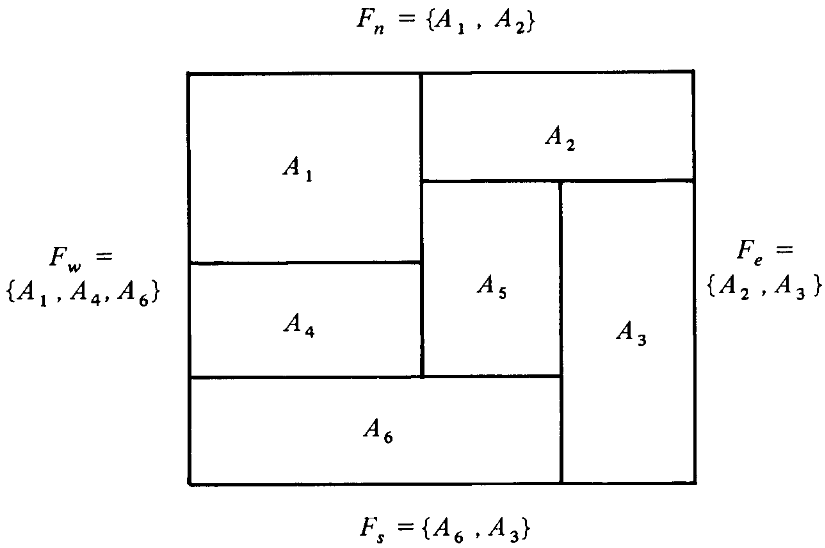
Enfin, on étudiera les problèmes d'optimisation que pose la recherche du pavage de coût minimum.

DEFINITIONS ET NOTATIONS

Nous appelerons pavage rectangulaire P toute partition d'un rectangle R en une famille finie de pavés rectangulaires $A_1, A_2, \ldots, A_n$. On notera A_0 le complémentaire du rectangle R. $(A_0, A_1, \ldots, A_n)$ forme donc une partition du plan.

– Deux pavés A_i et A_j sont dits adjacents si ils ont une frontière commune.

– On appelle pavés-frontières les pavés adjacents à A_0. Parmi ces pavés-frontières, on distinguera ceux de la face Nord F_n, de la face Ouest F_w, de la face Sud F_s et ceux de la face Est F_e.



– Un pavage rectangulaire est dit simple si tout pavé appartenant à deux faces opposées du pavage appartient nécessairement à une troisième face. (C'est-à-dire qu'aucun pavé ne sépare le pavage en deux).

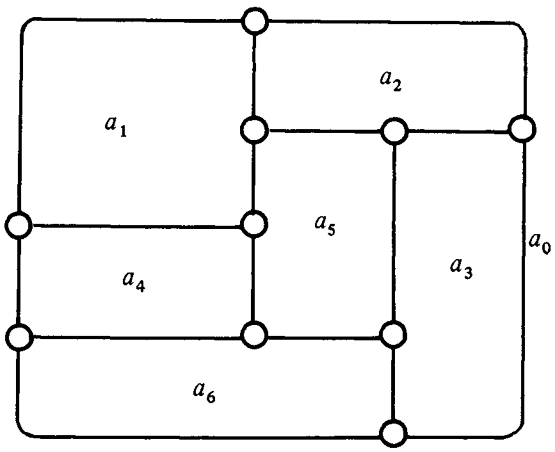
– Un pavage qui n'est pas simple sera dit décomposable et peut alors s'écrire de manière évidente comme réunion de pavages simples.

Graphe associé à un pavage rectangulaire

On peut considérer un pavage rectangulaire comme un graphe planaire dont les sommets sont formés des pavés à l'exception des quatre sommets du rectangle R, et dont les arcs sont les frontières communes à deux pavés adjacents ou à un pavé frontière et à A_0.

On obtient ainsi un graphe planaire dont les faces finies représentent les pavés et la face infinie représente A_0.

Exemple : pour le pavage précédent, on a le graphe :



On supposera toujours que dans un pavage quatre pavés distincts ont toujours une intersection vide. Le graphe que nous venons de définir est alors homogène de degré 3. De plus il n'y a pas d'arc double.

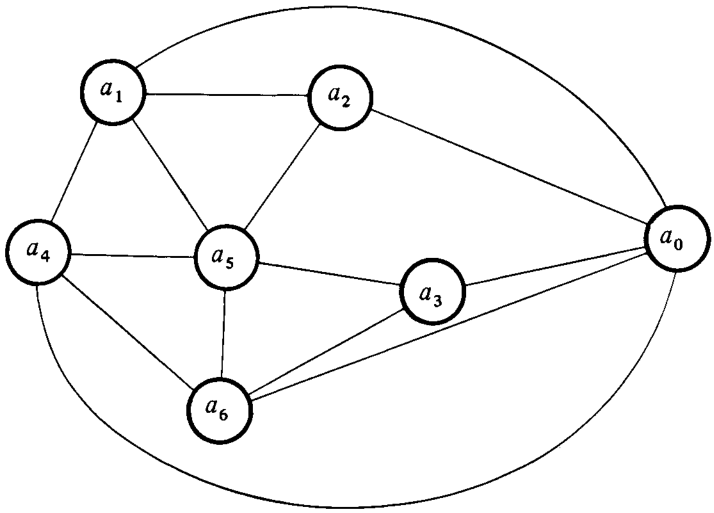
Définition

Le graphe associé à un pavage rectangulaire est le graphe G dual du graphe précédent, dont les sommets $a_0, a_1, \ldots, a_n$ sont les faces de ce graphe et où (a_i, a_j) est un arc si et seulement si les pavés A_i et A_j sont adjacents. (a_0 est le sommet associé à la face infinie A_0).

G étant le graphe dual d'un graphe planaire, homogène de degré 3, est un graphe planaire triangulé (ou saturé) i.e. : tout arc supplémentaire rend le graphe non planaire.

Ce graphe G résume la relation d'adjacence entre les pavés. Par analogie, on appelera sommets frontières les sommets associés aux pavés frontières, c'est-à-dire les sommets adjacents à a_0 .

Exemple : pour le pavage précédent, le graphe G est :



Outre le fait d'être planaire triangulé, le graphe G possède certaines propriétés :

1/ G étant triangulé, les sommets frontières forment un cycle appelé cycle frontière.

2/ Le sous-graphe G' obtenu par suppression du sommet a_0 ne contient pas de cycles de longueur 3 autres que ceux engendrés par le contour des faces finies de G'.

En effet trois rectangles ne peuvent "encadrer" un autre rectangle, ce qui serait le cas si un cycle de longueur 3 entourait un sommet de G'.

3/ Le degré du sommet a_0, égal à la longueur du cycle frontière, est donc supérieur ou égal à 4, sinon le cycle frontière serait de longueur 3.

4/ Enfin, on peut décomposer le cycle frontière en quatre chaînes, chaque chaîne étant formée des sommets d'une des quatre faces Nord, Sud, Est ou Ouest du pavage et telles que :

– L'intersection de deux chaînes consécutives ne contienne qu'un seul sommet (correspondant à un pavé formant l'un des "coins" du rectangle R)

– Deux sommets non consécutifs d'une même chaîne ne peuvent être adjacents. Par contre, deux sommets de deux chaînes distinctes peuvent l'être.

Dimensions des pavés

G étant le graphe associé à un pavage simple, on peut le décomposer en deux graphes partiels distincts :

G_1, formé des arcs de G représentant les adjacences horizontales entre les pavés;

G_2, formé des arcs représentant les adjacences verticales.

On note (G_1, G_2) cette décomposition de G.

Orientons les arcs de G_1 du haut vers le bas et ceux de G_2 de la gauche vers la droite. On note :

Φ^1_{ij} la longueur d'une frontière horizontale entre les pavés A_i et A_j

Φ^2_{ij} la longueur d'une frontière verticale entre les pavés A_i et A_j.

Alors le vecteur $\Phi^1 = (\Phi^1_{ij})$ est un flot à valeurs positives sur le graphe G_1 et $\Phi^2 = (\Phi^2_{ij})$ est un flot à valeurs positives sur G_2.

En effet, notons $\omega_1^-(a_k)$ l'ensemble des arcs entrant dans a_k sur le graphe G_1 et $\omega_1^+(a_k)$ l'ensemble des arcs sortant de a_k.

$$\sum_{i \in \omega_1^-(a_k)} \Phi^1_{ik} = \sum_{j \in \omega_1^+(a_k)} \Phi^1_{jk}$$

puisque les deux termes de l'égalité mesurent la longueur horizontale du pavé A_k.

De même sur le graphe G_2, avec des notations analogues on a :

$$\sum_{i \in \omega_2^-(a_k)} \Phi^2_{ik} = \sum_{j \in \omega_2^+(a_k)} \Phi^2_{jk}$$

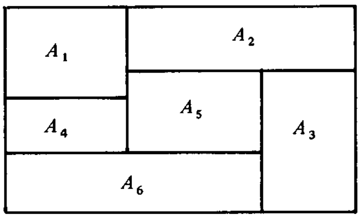
les deux termes mesurant la longueur verticale du pavé A_k.

Remarques et exemple :

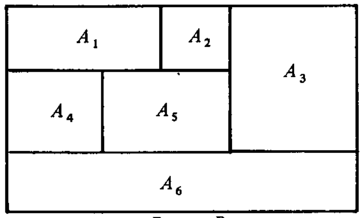
Pour un même graphe G, il existe généralement plusieurs décompositions (G_1, G_2) possibles, car deux pavages distincts peuvent avoir le même graphe associé G mais donner deux décompositions (G_1, G_2) différentes.

Ainsi pour les pavages P_1 et P_2, le graphe associé est le même (c'est le graphe construit précédemment).

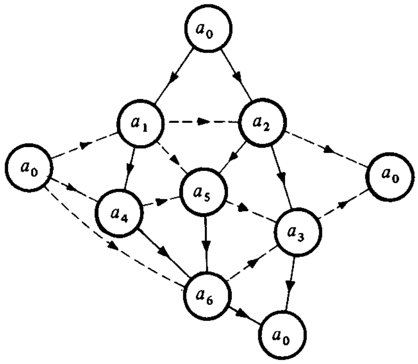
Mais une fois choisie la décomposition de G en (G_1, G_2), construire un pavage admettant cette décomposition revient à choisir un flot positif sur G_1 et un flot positif sur G_2.



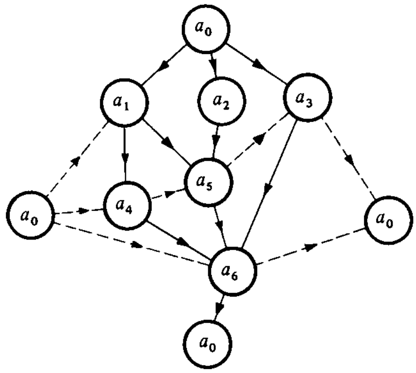
Pavage P_1.



Pavage P_2.



Décomposition associée à P_1 ;



Décomposition associée à P_2 ;

I – CONSTRUCTION DU GRAPHE DES ADJACENCES

Soit $x = \{a_1, \ldots, a_n\}$ l'ensemble des locaux élémentaires, y compris celui représentant l'extérieur du bâtiment. On veut construire un graphe planaire triangulé représentant les adjacences entre ces locaux.

On note $U = \{u_1, \ldots, u_N\}$ l'ensemble des couples de locaux distincts et on suppose U muni d'une relation d'ordre total permettant de comparer l'importance des adjacences. On va alors construire de proche en proche une suite de graphes planaires G_k de la manière suivante :

– On pose $G_1 = (x, \{\overline{u}\})$, $\overline{u}$ étant le plus grand élément de U pour la relation d'ordre.

– A partir de $G_k = (x, U_k)$ on construit G_{k+1} en rajoutant à G_k la plus grande arête $\hat{u}$ telle que le graphe obtenu soit encore planaire.

– On s'arrête lorsque $k = 3(n - 2)$, le graphe obtenu étant alors triangulé.

L'algorithme exposé dans [5] permet de reconnaître si le graphe obtenu en ajoutant un arc donné à un graphe planaire est planaire ou non. Il suffit donc d'appliquer cet algorithme aux arêtes par ordre d'importance décroissante jusqu'à ce qu'on en ait posées $3(n - 2)$.

Cette procédure d'élaboration du graphe des adjacences a l'avantage considérable d'être opérationnelle. Elle présente cependant au moins deux inconvénients :

– Elle nécessite la connaissance d'un ordre total sur l'ensemble U des adjacences. Or on ne disposera souvent que d'un préordre, certaines adjacences pouvant être de même importance. (On ne sait pas déterminer le nombre maximum d'arêtes d'une même classe d'équivalence du préordre que l'on peut ajouter en conservant un graphe planaire).

– D'autre part, on ne tient compte que des liaisons directes entre locaux et non des proximités : on peut souhaiter que deux locaux non adjacents ne soient pas trop "éloignés" l'un de l'autre (i.e. : la longueur de la plus courte chaîne les reliant n'excède pas une certaine valeur).

II – EXISTENCE ET CONSTRUCTION D'UN PAVAGE RECTANGULAIRE RESPECTANT DES ADJACENCES DONNEES

Supposant connu le graphe G des adjacences entre les locaux élémentaires $\{x_0, x_1, \dots, x_N\}$, le local x_0 représentant l'extérieur du bâtiment, on se propose d'étudier à quelles conditions on peut construire un pavage rectangulaire respectant ces adjacences.

En supposant G triangulé, l'ensemble des sommets de G adjacents à x_0 forme un cycle élémentaire C. De plus on suppose vérifiées les hypothèses suivantes :

H_1 – Le sous-graphe G' de G obtenu par suppression du sommet x_0 ne comporte pas de cycle élémentaire de longueur 3 autre que ceux engendrés par les faces finies de G'.

H_2 – Le cycle C des sommets adjacents à x_0 peut se décomposer en quatre chaînes F_1, F_2, F_3, F_4 telles que :

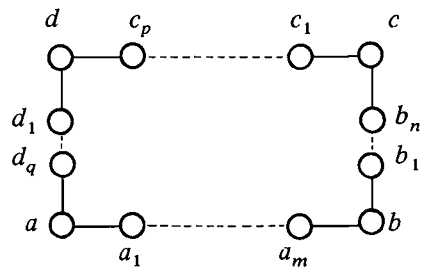
1 –

$$F_1 = \{a, a_1, \ldots, a_m, b\} \qquad F_1 \cap F_2 = \{b\}$$
$$F_2 = \{b, b_1, \ldots, b_n, c\} \qquad F_2 \cap F_3 = \{c\}$$
avec
$$F_3 = \{c, c_1, \ldots, c_p, d\} \qquad F_3 \cap F_4 = \{d\}$$
$$F_4 = \{d, d_1, \ldots, d_q, a\} \qquad F_4 \cap F_1 = \{a\}$$

2 – chaque sous-graphe engendré par les sommets de l'une des chaînes $F_i (i = 1, 2, 3, 4)$ soit une chaîne

[*i.e.* $\forall k < j$ (a_k, a_j) est un arc $\iff j = k + 1$]

3 – $C = F_1 \cup F_2 \cup F_3 \cup F_4$



On a vu précédemment que si il existe un pavage rectangulaire respectant les adjacences, ces hypothèses sont nécessaires. Elles sont également suffisantes comme il résultate du théorème suivant :

Théorème

Soit G un graphe planaire triangulé vérifiant H_1 et F_1, F_2, F_3, F_4 vérifiant H_2, alors il existe un pavage rectangulaire dont G est le graphe des adjacences et tel que F_1 soit la face Sud du pavage, F_2 la face Est, F_3 la face Nord, F_4 la face Ouest.

La démonstration de ce théorème se fait par récurrence sur le nombre des sommets de G. De cette démonstration découle directement un algorithme qui permet de construire une décomposition (G_1, G_2) de G, les arcs de G_1 représentant les adjacences horizontales entre les pavés, ceux de G_2 les adjacences verticales. On en trouvera un exposé détaillé dans [5].

On a vu précédemment que, une fois choisie une décomposition (G_1, G_2), le pavage est alors complètement déterminé par la donnée des flots positifs X et Y sur G_1 et G_2.

III – RECHERCHE D'UN PAVAGE OPTIMUM

Pour une décomposition (G_1, G_2) donnée du graphe des adjacences on va alors chercher deux flots positifs X et Y sur G_1 et sur G_2.

Ces flots doivent respecter certaines contraintes :

– Pour chaque pavé a_k on impose des longueurs horizontales et verticales minimum, L_k et l_k, ce qui revient à borner inférieurement les flots traversant a_k, sur G_1 par L_k, sur G_2 par l_k.

– On peut aussi imposer des longueurs minimum à certaines adjacences :

$$x_i \geqslant a_i \qquad y_j \geqslant b_j$$

ce qui revient à imposer des capacités minimum aux arcs de G_1 et de G_2 (on a toujours $a_i \geqslant 0$ et $b_j \geqslant 0$).

– Pour chaque pavé, on pourra enfin imposer une surface minimum supérieure à celle résultant des dimensions minimum du pavé qui serait $L_k \times l_k$.

On peut montrer que l'ensemble défini par ces contraintes est convexe. Remarquons que si les seules contraintes de surface sont celles résultant des dimensions minimum des pavés alors Δ est le produit cartésien de deux polyèdres Δ_1 et Δ_2 :

$$(X, Y) \in \Delta \iff X \in \Delta_1, \ Y \in \Delta_2 .$$

On va alors chercher à minimiser sur ce domaine Δ une fonction de coût $C(X, Y)$ définie par :

$$C(X, Y) = \sum_{k=1}^{n} p_k S_k$$

S_k étant la surface du pavé a_k et p_k le coût unitaire de cette surface.

En fait ce critère recouvre deux points de vue assez différents :

– Si on peut évaluer les coûts unitaires p_k, alors la fonction $C(X, Y)$ est une mesure du coût économique du bâtiment, qui peut-être affinée en prenant en compte le coût des cloisons : il suffit de considérer le nouveau critère :

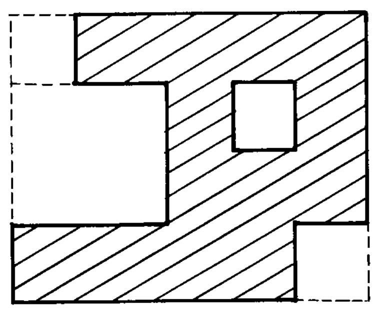
$$C'(X, Y) = \sum_{k=1}^{n} p_k S_k + \sum_i q_i X_i + \sum_j r_j Y_j$$

q_i étant le coût unitaire du segment horizontal associé à l'arc i de G_1 et r_j étant le coût unitaire du segment vertical associé à l'arc j de G_2.

Remarquons que, comme $C(X, Y)$, $C'(X, Y)$ est encore une forme bilinéaire de (X, Y).

– Mais l'évaluation des coûts unitaires p_k peut être difficile, et on se contentera souvent de chercher à minimiser la surface totale, les coûts unitaires p_k étant alors tous égaux à 1.

L'intérêt de considérer des coûts variables selon les pavés est alors de pouvoir introduire des pavés "fictifs" de coûts unitaires nuls ce qui permet de se libérer de l'enveloppe du bâtiment de forme strictement rectangulaire et d'introduire éventuellement des "trous" à l'intérieur du pavage.



D'une manière générale, la forme bilinéaire $C(X, Y)$ n'étant pas définie positive, il n'existe pas d'algorithme donnant l'optimum d'un tel programme. Néanmoins, dans trois cas particuliers, on va pouvoir ramener ce programme à un programme classique (flot minimum ou programme linéaire dans les deux premiers cas) ou à un programme très particulier que l'on pourra résoudre (cas 3).

Premier cas

On suppose que les seules contraintes de surfaces sont celles résultant des dimensions minimum de chaque pavé et que tous les coûts unitaires p_k sont égaux à 1.

$C(X, Y)$ mesure alors la surface totale du pavage et le programme se réduit à chercher un flot minimum sur G_1 et un flot minimum sur G_2 avec des contraintes de sommet.

Deuxième cas

On suppose les p_k quelconques mais on n'impose toujours pas de contraintes de surfaces minimum supérieures à $L_k \times l_k$.

On a alors à trouver le minimum d'une forme bilinéaire $C(X, Y)$ sur le domaine $X \in \Delta_1$, $Y \in \Delta_2$.

On fixe alors $X_0 \in \Delta_1$ et on résout le programme linéaire

$$\begin{cases} \text{Min. } C(X_0, Y) \\ Y \in \Delta_2 \end{cases}$$

. Soit Y_1 la solution optimale. On résout alors le programme linéaire

$$\begin{cases} \text{Min. } C(X, Y_1) \\ X \in \Delta_1 \end{cases} .$$

On construit ainsi une suite (X_n, Y_n) et on peut démontrer que si

$$X_n = X_{n-1} \quad \text{ou} \quad Y_n = Y_{n-1} \quad \text{alors} \quad (X_n, Y_n)$$

est un minimum local du programme.

Troisième cas

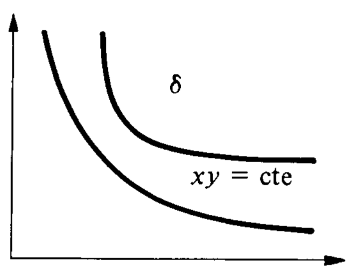
On impose aux pavés des surfaces minimum supérieures à $L_k \times l_k$ mais on suppose tous les coûts p_k égaux à 1.

Posons alors

x = longueur horizontale du pavage
y = largeur verticale du pavage.

L'application $F : (X, Y) \to F(X, Y) = (x, y)$ est linéaire donc $\delta = F(\Delta)$ est un ensemble convexe de $\boldsymbol{R}^2$ et on veut résoudre le programe

$$\begin{cases} \text{Min. } x\,y \\ (x, y) \in \delta \subset \boldsymbol{R}^2 \end{cases}$$

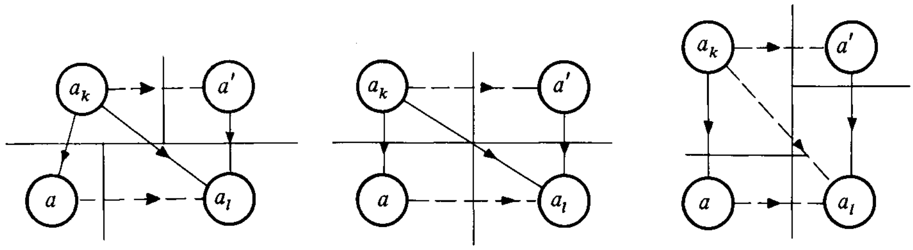


L'optimum du programme est évidemment un point de la face Sud-Ouest de δ.

Il suffit donc de déterminer cette face point par point avec l'approximation que l'on veut.

Amélioration de la décomposition (G_1 , G_2)

Si, à l'optimum, un des flots X ou Y a une composante nulle, on peut avoir intérêt à modifier la décomposition (G_1 , G_2). Ainsi dans le cas de la figure suivante : supposons $X_{i_0} = 0$ à l'optimum.



Décomposition initiale — Situation optimale — Nouvelle décomposition

En faisant passer l'arc $i_0 = (a_k, a_l)$ du graphe G_1 au graphe G_2 on obtient une nouvelle décomposition, pour laquelle la solution optimale précédente est une solution admissible ; l'optimum pour cette nouvelle décomposition est donc meilleur, au sens large, que celui obtenu pour la décomposition (G_1 , G_2) initiale.

Il est donc particulièrement intéressant de pouvoir déterminer toutes les solutions optimales pour une décomposition donnée afin de voir si certaines d'entre elles ont des composantes nulles et de modifier la décomposition en conséquence.

Remarquons que, si cette procédure peut permettre d'atténuer l'arbitraire du choix de la décomposition (G_1, G_2) du graphe des adjacences, elle ne peut pas modifier le choix des façades Nord, Sud, Est, Ouest du pavage.

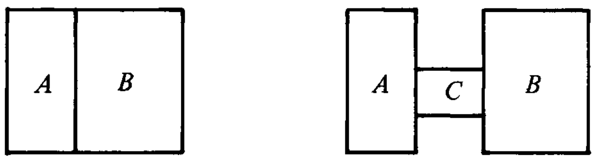
IV – CONCLUSION

En conclusion, il est bon de préciser l'usage qu'on entend faire d'une telle méthode.

L'architecte peut en effet émettre des critiques d'ordre théorique sur la manière de poser le problème :

– Il est difficile, voire impossible, de traduire à priori certaines considérations purement architecturales (sur la qualité des espaces, la nature des liaisons entre ces espaces ou sur la nécessité de certaines symétries) en termes d'adjacences, ou de contraintes sur les dimensions et les surfaces.

– D'autre part, la détermination à priori de tous les locaux élémentaires peut être délicate, dans la mesure où certains d'entre eux (locaux de liaison) sont justement introduits pour résoudre des problèmes purement architecturaux. Ainsi l'adjonction du local C modifie profondément la nature de la liaison entre les locaux A et B.



De même on a noté précédemment les difficultés rencontrées dans la définition des adjacences.

Aussi ne faut-il pas considérer la méthode comme un modèle parfait devant fournir, à partir des données initiales, "la" solution définitive mais vaut-il mieux la voir comme un processus itératif associant à certaines données intiales, généralement non exhaustives, une combinatoire optimale des locaux, le résultat obtenu conduisant à modifier et à compléter à postériori ces données initiales en fonction des imperfections du résultat. On peut ainsi être amener à créer des locaux supplémentaires (éventuellement "fictifs"), à modifier les adjacences, à décomposer un local en plusieurs pavés rectangulaires, à imposer de nouvelles contraintes sur les dimensions ou les surfaces, etc.

La méthode permet ainsi par approximations successives d'obtenir une solution de coût minimum prenant en compte les données purement architecturales.

BIBLIOGRAPHIE

[1] C. BERGE – Théorie des graphes et hypergraphes – Dunod 1970 .

[2] C. BERGE et A. GHOUILA-HOURI – Programmes, jeux et réseaux de transport – Dunod 1962.

[3] Ph. COMPOINT – Les graphes en Recherche Opérationnelle-Dunod 1972.

[4] G. DEMOUCRON, Y. MALGRANGE, R. PERTUISET – Reconnaissance et construction de représentations planaires topologiques – *Revue Française de Recherche Opérationnelle.*

[5] P. LEROY – Etude des pavages rectangulaires – Application à l'élaboration de plan en architecture – Thèse 3è cycle Paris VI – 1973.

[6] B. ROY – Algèbre moderne et théorie des graphes – Dunod 1970.

IMPRIMERIE LOUIS-JEAN
Publications scientifiques et littéraires
TYPO - OFFSET
05002 GAP - Téléphone 51-35-23 +
Dépôt légal 443-1975