SMF

Vie de la société

Bulletin de la S. M. F., tome 46 (1918), p. 1-38 (supplément spécial)

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1918__46__v1_0>

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE.

ÉTAT
DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE
AU COMMENCEMENT DE L'ANNÉE 1918 (1).

Membres honoraires du Bureau....	MM. APPELL. DEMOULIN. DERUYTS. HADAMARD. HATON DE LA GOUPILLIÈRE. HUMBERT. JORDAN. LECORNU. MITTAG-LEFFLER. NEUBERG. PAINLEVÉ. PICARD. VALLÉE POUSSIN (DE LA). VOLTERRA. ZEUTHEN.

Président..........................	MM. MAILLET.
Vice-Présidents....................	BOULANGER. CAHEN. DRACH. LEBESGUE.
Secrétaires........................	P. LÉVY. MONTEL.
Vice-Secrétaires...................	THYBAUT. TRESSE.
Archiviste.........................	FATOU.
Trésorier..........................	SERVANT.
Membres du Conseil (2)..........	ANDOYER, 1919. BIOCHE, 1921. BLUTEL, 1919. BOREL, 1921. CARTAN, 1919. CARVALLO, 1920. FOUCHÉ, 1920. FOURET, 1921. GOURSAT, 1920. GUICHARD, 1919. QUIQUET, 1920.

(1) MM. les Membres de la Société sont instamment priés d'adresser au Secrétaria les rectifications qu'il y aurait lieu de faire à cette liste.

(2) La date qui suit le nom d'un membre du Conseil indique l'année au commencement de laquelle expire le mandat de ce membre.

En raison de l'état de guerre actuel, le Conseil de la Société mathématique de France a décidé de suspendre les relations de la Société avec ceux de ses membres qui appartiennent aux nations ennemies; en conséquence, les noms de ces membres ne figurent pas sur la liste ci-dessous :

Date de l'admission.

1872. **ACHARD**, ancien directeur de la Compagnie d'assurances sur la vie *La Foncière*, rue de la Terrasse, 6 *bis*, à Paris (17e).
1900. **ADHÉMAR** (vicomte Robert D'), professeur à la Faculté libre des Sciences, place de Genevières, 14, à Lille (Nord).
1896. **ANDOYER**, professeur à la Faculté des Sciences, membre du Bureau des Longitudes, rue du Val-de-Grâce, 11, à Paris (5e).
1894. **ANDRADE**, professeur à la Faculté des Sciences, rue de Villars, 3, à Besançon.
1879. **APPELL**, membre de l'Institut, doyen de la Faculté des Sciences et professeur à l'École Centrale des Arts et Manufactures, rue du Bac, 32, à Paris (7e).
1910. **ARCHIBALD** (R.-C.), professeur à Brown-Université, Providence, Rhode Island (États-Unis).
1900. **AURIC**, ingénieur en chef des ponts et chaussées, rue du Val-de-Grâce, 2, à Paris (5e).
1900. **BAIRE**, professeur à la Faculté des Sciences, 24, rue Audra, à Dijon.
1896. **BAKER**, professeur à l'Université de Toronto (Canada).
1917. **BARRAU** (J.-A.), professeur à l'Université, à Groningen (Hollande).
1905. **BARRÉ**, chef de bataillon du génie, docteur ès sciences mathématiques, rue Lhomond, 10, à Paris (5e).
1875. **BERDELLÉ**, ancien garde général des forêts, à Rioz (Haute-Saône). S. P. (1).
1891. **BERTRAND DE FONTVIOLANT**, professeur à l'École Centrale des Arts et Manufactures, avenue de Wagram, 167, à Paris (17e). S. P.
1910. **BERTRAND** (G.), rue de la Vieille-Église, 2, à Versailles.
1913. **BILIMOVITCH**, privat-dozent à l'Université de Kiew, rue Stanislas, 14, à Paris (6e).
1888. **BIOCHE**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Notre-Dame-des-Champs, 56, à Paris (6e). S. P.
1891. **BLUTEL**, inspecteur général de l'Instruction publique, rue Denfert-Rochereau, 110, à Paris (14e).
1902. **BOBERIL** (comte Roger DU), rue d'Antibes, 114, à Cannes (Alpes-Maritimes). S. P.
1907. **BOITEL DE DIENVAL**, ancien élève de l'École Polytechnique, au château de Valsery, à Cœuvres (Aisne). S. P.
1892. **BONAPARTE** (prince), membre de l'Institut, avenue d'Iéna, 10, à Paris (16e).
1895. **BOREL** (Émile), professeur à la Faculté des Sciences, sous-directeur de l'École Normale, rue d'Ulm, 45, à Paris (5e). S. P.
1913. **BORTOLOTTI** (E.), professeur à l'Université de Modène, via Maggiore, 18, à Bologne, (Italie).
1909. **BOULAD** (F.), ingénieur au service des ponts des chemins de fer de l'État égyptien, au Caire (Égypte).
1896. **BOULANGER**, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, répétiteur et examinateur d'admission à l'École Polytechnique, rue Louis-Hervé, 15, à Versailles (Seine-et-Oise).
1913. **BOULIGAND**, docteur ès sciences, professeur au lycée de Rennes (Ile-et-Vilaine).
1896. **BOURGET** (H.), directeur de l'Observatoire, à Marseille.
1903. **BOUTIN**, rue Lavieuville, 26, à Paris (18e).
1904. **BOUTROUX** (P.), professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers. S. P.

(1) Les initiales S. P. indiquent les Sociétaires perpétuels

Date
de
l'admission.

1900. **BREITLING**, proviseur du lycée Buffon, boulevard Pasteur, 16, à Paris (14^e).
1911. **BRATU**, professeur, stradela Goliei, 8, à Jassy (Roumanie).
1897. **BRICARD**, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, répétiteur à l'École Polytechnique, rue Denfert-Rochereau, 108, à Paris (14^e).
1873. **BROCARD**, lieutenant-colonel du génie territorial, rue des Ducs-de-Bar, 75, à Bar-le-Duc. S. P.
1912. **BROWNE**, Grange Mockler, à Carrick-on-Suir (comté de Tipperary, Irlande).
1901. **BUHL**, professeur à la Faculté des Sciences, rue des Coffres, 11, à Toulouse.
1894. **CAHEN**, rue Cortambert, 46, à Paris (16^e).
1893. **CALDARERA**, ancien professeur à l'Université de Palerme, via Umberto I, 65, à Catania (Italie).
1885. **CARON**, chef honoraire des travaux graphiques à la Sorbonne, rue Claude-Bernard, 71, à Paris (5^e).
1892. **CARONNET**, docteur ès sciences mathématiques, avenue Niel, 15, à Paris (17^e).
1896. **CARTAN**, professeur à la Faculté des Sciences, avenue de Montespan, 4, au Chesnay (Seine-et-Oise).
1887. **CARVALLO**, directeur des études à l'École Polytechnique, rue Descartes, 21, à Paris (5^e). S. P.
1917. **CAUDÈZE**, lieutenant-colonel, place du Square, 13, à Aurillac (Cantal).
1890. **CEDERCREUTZ** (baronne Nanny), Unionsgatan, 4, à Helsingfors (Finlande).
1911. **CHALORY**, professeur au lycée Carnot, avenue de Montespan, 4, au Chesnay (Seine-et-Oise).
1896. **CHARVE**, doyen honoraire de la Faculté des Sciences, villa Gambie, 23, rue Va-à-la-Mer, à Marseille.
1911. **CHATELET**, maître de conférences à la Faculté des Sciences, rue du Japon, 12, à Toulouse.
1907. **CHAZY**, maître de conférences à la Faculté des Sciences, à Lille.
1913. **COBLYN**, capitaine du génie, rue des Vignes, 34, à Paris (16^e).
1915. **CONSTANTINIDÈS**, professeur au gymnase de Phodos (Grèce).
1896. **COSSERAT** (E.), directeur de l'Observatoire, à Toulouse.
1900. **COTTON** (Émile), professeur à la Faculté des Sciences, à Grenoble. S. P.
1914. **CRELIER**, professeur à l'Université de Berne, à Bienne (Suisse).
1904. **CURTISS**, professeur à l'Université Northwestern, Milburn Street, 720, à Evanston (Illinois, États-Unis).
1885. **DAUTHEVILLE**, doyen de la Faculté des Sciences, cours Gambetta, 27 *bis*, à Montpellier.
1901. **DELASSUS**, professeur de Mécanique rationnelle à la Faculté des Sciences, rue de Brach, 92, à Bordeaux.
1895. **DELAUNAY** (N.), professeur à l'Institut Empereur Alexandre II, à Kiew (Russie).
1913. **DELVILLE** (L.), ingénieur aux forges et aciéries de Huta-Bankowa, à Dombrowa (Pologne, Russie).
1885 **DEMARTRES**, doyen de la Faculté des Sciences, avenue Saint-Maur, à la Madeleine-lès-Lille (Nord).
1892. **DEMOULIN** (Alph.), professeur à l'Université, rue Joseph-Plateau, 10, à Gand (Belgique).
1905. **DENJOY**, professeur à l'Université d'Utrecht (Hollande).
1883. **DERUYTS**, professeur à l'Université, rue des Augustins, 35, à Liége (Belgique).
1894. **DESAINT**, docteur ès sciences, boulevard Gouvion-Saint-Cyr, 47, à Paris (17^e).
1900. **DICKSTEIN**, Marszatkowska, 117, à Varsovie.
1914. **DONDER** (J. DE), rue Forestière, 11, à Bruxelles (Belgique).

Date de l'admission.

1899. **DRACH**, chargé de cours à la Faculté des Sciences, rue Geoffroy-Saint-Hilaire, 53, à Paris (5e).
1909. **DRURY**, bibliothécaire de l'Université, University Station, Urbana (Illinois, États-Unis).
1907. **DULAC**, professeur à la Faculté des Sciences, quai des Brotteaux, 4, à Lyon.
1896. **DUMAS** (G.), docteur de l'Université de Paris, professeur à l'Université, Cabrières, avenue Mont-Charmant, à Béthusy-Lausanne (Suisse).
1897. **DUMONT**, professeur au lycée, avenue Bouvard, 6, à Annecy (Haute-Savoie).
1902. **EGOROFF** (Dimitry), professeur à l'Université, Povarskaÿa, Borissoglebsky per., n° 8, à Moscou (Russie).
1915. **ESCLANGON**, astronome à l'Observatoire de Floirac (Gironde).
1912. **EISENHARDT** (L.-P.), professeur à l'Université de Princeton, Alexander Street, 22, à Princeton (New-Jersey, États-Unis).
1916. **ELCUS**, banquier, rue du Colisée, 36, à Paris (8e). S. P.
1903. **ESPANET**, ingénieur civil, Brazil Railway Company, rue Louis-le-Grand, 9, à Paris.
1900. **ESTANAVE**, docteur ès sciences, secrétaire de la Faculté des Sciences de Marseille.
1907. **ETZEL**, professeur de mathématiques et d'astronomie au Collège de Saint-Thomas, à Saint-Paul (Minnesota, États-Unis).
1896. **EUVERTE**, ancien élève de l'École Polytechnique, ancien capitaine d'artillerie, rue du Pré-aux-Clercs, 18, à Paris (7e).
1888. **FABRY**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Chaptal, 17, à Montpellier.
1906. **FARAGGI**, professeur, galerie Sarlande, 1, à Alger.
1904. **FATOU**, docteur ès sciences, astronome-adjoint à l'Observatoire, boulevard du Montparnasse, 172, à Paris (14e).
1891. **FAUQUEMBERGUE**, professeur au lycée, à Mont-de-Marsan.
1892. **FEHR** (Henri), professeur à l'Université, route de Florissant, 110, à Genève (Suisse).
1885. **FIELDS** (J.), professeur à l'Université, Toronto (Ontario, Canada).
1881. **FLOQUET**, doyen de la Faculté des Sciences, rue de la Commanderie, 21, à Nancy.
1872. **FLYE SAINTE-MARIE**, chef d'escadron d'artillerie en retraite, ancien répétiteur à l'École Polytechnique, place Royer-Collard, à Vitry-le-François (Marne).
1897. **FONTENÉ**, inspecteur de l'Académie de Paris, rue Le Goff, 7, à Paris (5e).
1903. **FORD** (WALTER B.), professeur de mathématiques à l'Université de Michigan, à Ann Arbor (Michigan, États-Unis).
1889. **FOUCHÉ**, répétiteur à l'École Polytechnique, rue Soufflot, 5, à Paris (5e).
1905. **FOUËT**, professeur à l'Institut catholique, rue Le Verrier, 17, à Paris (6e).
1872. **FOURET**, ancien examinateur d'admission à l'École Polytechnique, avenue Carnot, 4, à Paris (17e). S. P.
1903. **FRAISSÉ**, inspecteur des études au Prytanée, à La Flèche (Sarthe).
1911. **FRÉCHET**, professeur à la Faculté des Sciences, à Poitiers.
1903. **FUETER**, ancien président de la Société mathématique suisse, ancien professeur à l'Université de Bâle, professeur à l'Université, Friedrichsplatz, 9^{III}, à Karlsruhe (Allemagne).
1911. **GALBRUN**, docteur ès sciences, avenue Émile-Deschanel, 14, à Paris (7e).
1900. **GALDEANO** (Z.-G. DE), correspondant des Académies royales des Sciences de Madrid et de Lisbonne, professeur à l'Université, Calle del Coso, 99, à Saragosse (Espagne).
1906. **GARGAM DE MONCETZ**, licencié ès sciences, à Étoile (Drôme).
1872. **GARIEL**, inspecteur général des ponts et chaussées en retraite, professeur honoraire à la Faculté de Médecine, rue Édouard-Detaille, 6, à Paris (17e).
1908. **GARNIER**, maître de conférences à la Faculté des Sciences, à Poitiers.

Date de l'admission.

1911. **GAU**, professeur à la Faculté des Sciences, cours Saint-André, 116, à Grenoble.
1896. **GAUTHIER-VILLARS**, ancien élève de l'École Polytechnique, éditeur, quai des Grands-Augustins, 55, à Paris (6e).
1890. **GEBBIA**, professeur libre à l'Université, à Palerme (Italie).
1906. **GÉRARDIN**, quai Claude-le-Lorrain, 32, à Nancy.
1897. **GERRANS**, professeur à Worcester College, Saint-John street, 20, à Oxford (Grande-Bretagne).
1913. **GIRAUD**, agrégé de mathématiques, rue Le Verrier, 11, à Paris (6e).
1917. **GLOBA-MIKHAÏLENKO**, docteur ès sciences, avenue des Gobelins, 10 *bis*, à Paris (5e).
1913. **GODEAUX**, rue Victor-Cousin, 6, à Paris.
1903. **GODEY**, ancien élève de l'École Polytechnique, rue du Bois-de-Boulogne, 7, à Paris (16e).
1914. **GOLOUBEFF** (W.), agrégé de l'Université, rue Stanislas, 14, à Paris (6e).
1907. **GOT** (Th.), docteur ès sciences, section technique du génie, rue de Bellechasse, 39, à Paris (7e).
1881. **GOURSAT**, professeur à la Faculté des Sciences, répétiteur à l'École Polytechnique, rue de Navarre, 11 *bis*, à Paris (5e). S. P.
1912. **GRAMONT** (A. DE), licencié ès sciences, rue de Ponthieu, 62, à Paris (8e).
1896. **GRÉVY**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Claude-Bernard, 71, à Paris (5e).
1899. **GUADET**, ancien élève de l'École Polytechnique, rue de l'Université, 69, à Paris (7e).
1906. **GUERBY**, professeur au collège Stanislas, rue d'Assas, 50, à Paris (6e). S. P.
1900. **GUICHARD** (C.), professeur à la Faculté des Sciences, rue de la Fontaine, 19, à Paris (16e).
1907. **GUICHARD** (L.), professeur de mathématiques au collège de Barbezieux (Charente).
1896. **HADAMARD**, membre de l'Institut, professeur au Collège de France et à l'École Polytechnique, rue Humboldt, 25, à Paris (14e). S. P.
1894. **HALSTED** (G.-B.), Colorado State Teachere College, à Greeley (Colorado, États-Unis). S. P.
1901. **HANCOCK**, professeur à l'Université de Cincinnati, Auburn Hotel (Ohio, États-Unis).
1909. **HANSEN**, privat-docent à l'Université, Strandboulevarden, 66, Copenhague (Danemark).
1872. **HATON DE LA GOUPILLIÈRE**, membre de l'Institut, inspecteur général des mines, directeur honoraire de l'École des Mines, rue de Vaugirard, 56, à Paris (6e). S. P.
1905. **HEDRICK**, professeur à l'Université, Hicks Avenue, 304, à Columbia (Missouri, États-Unis).
1892. **HERMANN**, libraire-éditeur, rue de la Sorbonne, 8, à Paris (5e).
1911. **HIERHOLTZ**, professeur, avenue de Belmont, 28, à Montreux (Suisse).
1911. **HOLMGREN**, professeur à l'Université d'Upsal, à l'Observatoire, à Upsal (Suède).
1895. **HOTT** (S.), professeur à l'École Ste-Croix de Neuilly, boulevard Pereire, 218 *bis*, à Paris (17e). S. P.
1880. **HUMBERT**, membre de l'Institut, ingénieur en chef des mines, professeur à l'École Polytechnique, rue Bonaparte, 30, à Paris (6e).
1907. **HUSSON**, professeur à la Faculté des Sciences, rue des Tiercelins, 60, à Nancy.
1881. **IMBER**, ancien directeur des études à l'École Centrale, ancien membre du Conseil de l'École Centrale, place Voltaire, 2, à Paris (11e).
1896. **JACQUET** (E.), professeur, au lycée Henri IV, rue Notre-Dame-des-Champs, 76, à Paris (6e).
1914. **JAGER** (F.), licencié ès sciences, avenue de la Grande-Armée, 69, à Paris (16e).

Date
de
l'admission.

1903. **JENSEN** (J.-L.-W.-V.), ingénieur en chef des téléphones, Amicisvej, 16, à Copenhague V. (Danemark).
1872. **JORDAN**, membre de l'Institut, professeur honoraire à l'École Polytechnique et au Collège de France, rue de Varenne, 46, à Paris (7e). S. P.
1916. **KAMPÉ DE FÉRIET**, docteur ès sciences, Grand Hôtel de Bretagne, à Lorient (Morbihan).
1913. **KASNER** (E.), professeur à l'Université Columbia, à New-York (États-Unis).
1910. **KÉRAVAL**, professeur au lycée Louis-le-Grand, avenue du Maine, 46, à Paris (14e).
1913. **KIVELIOVITCH**, licencié ès sciences, rue Laromiguière, 6, à Paris (5e).
1892. **KOCH** (H. von), professeur à l'Ecole Polytechnique, à Djursholm-Stockholm (Suède).
1880. **KŒNIGS**, professeur à la Faculté des Sciences, examinateur d'admission à l'École Polytechnique, rue du Faubourg-Saint-Jacques, 77, à Paris (14e).
1913. **KOSTITZIN** (V.), avenue Villemin, 32, à Paris.
1907. **KRYLOFF**, ingénieur des Mines, professeur d'analyse à l'École supérieure des Mines de Petrograd, à Ouezd-Radomysl, Gitomirska Chaussée, Station Nebylitza, village Kolganowka, gouvernement de Kiew (Russie).
1897. **LACAUCHIE**, ingénieur civil, rue Brochant, 18, à Paris (17e).
1873. **LAISANT**, docteur ès sciences, répétiteur et examinateur à l'École Polytechnique, rue du Conseil, 5, à Asnières (Seine).
1906. **LALESCO**, maître de conférences à l'Université, str. Luterană, 31, à Bucarest.
1893. **LANCELIN**, astronome adjoint à l'Observatoire, rue Boissonnade, 3, à Paris (14e).
1896. **LAROZE**, ingénieur des télégraphes, rue Froidevaux, 8, à Paris (14e).
1908. **LATTÈS**, professeur à la Faculté des Sciences, rue de la Trinité, 10, à Toulouse.
1896. **LEAU**, professeur au lycée Michelet, rue Denfert-Rochereau, 83, à Paris (14e).
1896. **LEBEL**, professeur au lycée, rue Pelletier-de-Chambrun, 12, à Dijon.
1902. **LEBESGUE**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Paris, rue Saint-Sabin, 35 *bis*, à Paris (11e).
1903. **LEBEUF**, directeur de l'Observatoire, professeur d'astronomie à l'Université, à Besançon.
1893. **LECORNU**, membre de l'Institut, inspecteur général des mines, professeur à l'École Polytechnique, rue Gay-Lussac, 3, à Paris (5e).
1895. **LÉMERAY**, licencié ès sciences mathématiques et physiques, ingénieur civil du génie maritime, villa Meissonier, à Antibes (Alpes-Maritimes).
1895. **LE ROUX**, professeur à la Faculté des Sciences, rue de Châteaudun, 13, à Rennes.
1898. **LE ROY**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Cassette, 27, à Paris (6e).
1900. **LEVI CIVITA** (T.), professeur à l'Université, via Altinate, 14, à Padoue (Italie).
1907. **LESGOURGUES**, professeur au lycée Henri IV, rue Jean-Bart, 4, à Paris (6e).
1909. **LÉVY** (Albert), professeur au lycée Saint-Louis, rue de Rennes, 86, à Paris (6e).
1907. **LÉVY** (Paul), ingénieur des mines, répétiteur d'analyse à l'École Polytechnique, rue Chernoviz, 9, à Paris (16e). S. P.
1898. **LINDELOF** (Ernst), professeur à l'Université, Sandvikskajen, 15, à Helsingfors (Finlande).
1886. **LIOUVILLE**, ingénieur en chef des poudres, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, à Maure (Ille-et-Vilaine).
1912. **LOVETT** (E.-O.), Rice Institute, à Houston (Texas, États-Unis).
1902. **LUCAS-GIRARDVILLE**, à la Manufacture de l'État, à Tonneins.
1902. **LUCAS DE PESLOUAN**, ancien élève de l'École Polytechnique, avenue Rapp, 41, à Paris (7e).
1913. **LUSIN**, professeur adjoint à l'Université de Moscou (Russie).
1895. **MAILLET**, ingénieur en chef des ponts et chaussées, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, rue de Fontenay, 11, à Bourg-la-Reine (Seine). S. P.

Date
de
l'admission.

1905. **MALUSKI**, proviseur du lycée de Marseille.
1906. **MARCUS**, agrégé de l'Université, rue Frédéric-Passy, 15, à Neuilly (Seine).
1904. **MAROTTE**, professeur au lycée Charlemagne, rue de Reuilly, 35 *bis*, à Paris (12e).
1884. **MARTIN** (Artemas), Columbia Street 1352, N. W., à Washington D. C. (États-Unis).
1889. **MENDIZABAL TAMBOREL** (DE), membre de la Société de Géographie de Mexico, calle de Jesus, 13, à Mexico (Mexique). S. P.
1884. **MERCEREAU**, licencié ès sciences, docteur en médecine, rue de l'Université, 191, à Paris (7e). S. P.
1902. **MERLIN** (Émile), chargé des cours d'astronomie mathématique et de géodésie à l'Université, rue d'Ostende, 11, à Gand (Belgique).
1904. **METZLER**, professeur à l'Université, à Syracuse (État de New-York).
1909. **MICHEL** (Charles), professeur au lycée Saint-Louis, rue Sarrette, 14, à Paris (14e).
1893. **MICHEL** (François), ingénieur, licencié ès sciences, chef du service des parcours de la Compagnie des chemins de fer du Nord, faubourg Saint-Denis, 210, à Paris (10e).
1873. **MITTAG-LEFFLER**, professeur à l'Université, à Djursholm-Stockholm (Suède).
1907. **MONTEL**, chargé de conférences à la Faculté des Sciences, répétiteur d'analyse à l'École Polytechnique, boulevard de Vaugirard, 57, à Paris (15e).
1898. **MONTESSUS DE BALLORE** (vicomte Robert DE), professeur à la Faculté libre des Sciences de Lille, rue Cassette, 32, à Paris (6e).
1911. **MOORE** (CH.-N.), professeur assistant à l'Université de Cincinnati (États-Unis).
1909. **NEOVIUS**, ancien professeur à l'Université d'Helsingfors, Chr. Vinthersvei 3I, à Copenhague (Danemark).
1885. **NEUBERG**, professeur à l'Université, rue Sclessin, 6, à Liége (Belgique).
1897. **NICOLLIER**, professeur, la Chataigneraie, à Saint-Clarens (Vaud, Suisse).
1900. **NIEWENGLOWSKI**, docteur ès sciences, inspecteur général de l'Instruction publique, rue de l'Arbalète, 35, à Paris (5e).
1882. **OCAGNE** (M. D'), ingénieur en chef des ponts et chaussées, professeur à l'École Polytechnique et à l'Ecole des Ponts et Chaussées, rue La Boëtie, 30, à Paris (8e). S. P.
1905. **OUIVET**, rue de Seine, 51, à Paris (6e).
1873. **OVIDIO** (E. D'), sénateur, professeur à l'Université, via Sebastiano Valfré, 14, à Turin (Italie).
1901. **PADÉ** (H.), recteur de l'Académie de Dijon.
1893. **PAINLEVÉ**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences et à l'École Polytechnique, rue Séguier, 18, à Paris (6e).
1912. **PANGE** (DE), ancien élève de l'École Polytechnique, rue François Ier, 32, à Paris (8e). S. P.
1888. **PAPELIER**, professeur au lycée, rue Notre-Dame-de-Recouvrance, 29, à Orléans.
1917. **PASQUIER** (DU), professeur à l'Université, rue de la Côte, 106A, à Neufchâtel (Suisse).
1881. **PELLET**, professeur à la Faculté des Sciences, boulevard Gergovia, 77, à Clermont-Ferrand.
1914. **PÉRÈS**, agrégé de l'Université, professeur au lycée de Montpellier.
1881. **PEROTT** (Joseph), Université Clark, à Worcester (Massachusetts, États-Unis). S. P.
1892. **PERRIN** (Élie), professeur de mathématiques à l'École J.-B. Say, rue de la Convention, 85, à Paris (15e).
1896. **PETROVITCH**, professeur à l'Université, Kossantch-Venac, 26, à Belgrade (Serbie).
1902. **PETROVITCH** (S.), général major, professeur ordinaire à l'Académie d'artillerie Michel, Sergevskaïa, 42, log. 10, à Pétrograde (Russie).

Date de l'admission.

1887. **PEZZO** (DEL), professeur à l'Université, piazza San Domenico Maggiore, 9, à Naples (Italie).
1905. **PFEIFFER**, professeur à l'Université, Szaoudl Wladimirskaïa 45, log II. à Kiew (Russie).
1879. **PICARD** (Émile), membre de l'Institut, membre du Bureau des Longitudes, professeur à la Faculté des Sciences et à l'École Centrale des Arts et Manufactures, rue Joseph-Bara, 4, à Paris (6e).
1872. **PICQUET**, chef de bataillon du génie en retraite, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, rue Monsieur-le-Prince, 4, à Paris (6e).
1913. **PODTIAGUINE** (N.), rue Stanislas, 14, à Paris (6e).
1906. **POPOVICI**, professeur à la Faculté des Sciences de Jassy (Roumanie).
1894. **POTRON** (M.), docteur ès sciences, professeur aux Facultés catholiques de l'Ouest, rue Rabelais, 46, à Angers (Maine-et-Loire).
1914. **POWALO-SCHWEIKOWSKI**, licencié ès sciences, rue Gazan, 5 *bis*, à Paris (14e).
1896. **QUIQUET**, actuaire de la Compagnie *la Nationale*, boulevard Saint-Germain, 92, à Paris (5e).
1903. **RÉMOUNDOS**, professeur d'analyse supérieure à la Faculté des Sciences, rue Spyridion Tricoupis, 54, à Athènes (Grèce).
1903. **RICHARD**, docteur ès sciences mathématiques, professeur au lycée, rue de Fonds, 100, à Châteauroux.
1908. **RICHARD D'ABONCOURT** (DE), ancien élève de l'École Polytechnique, rue Nationale, 74, à Lille.
1908. **RISSER**, actuaire au Ministère du Travail, rue Sédillot, 5, à Paris (7e).
1916. **ROBINSON** (L.-B), 22nd street 306 E, à Baltimore (Maryland, États-Unis).
1903. **ROCHE**, agrégé de l'Université, docteur ès sciences, rue d'Assas, 76, à Paris (6e).
1896. **ROUGIER**, professeur au Lycée et à l'École des ingénieurs, rue Sylvabelle, 84, à Marseille.
1906. **ROUSIERS**, professeur au collège Stanislas, boulevard du Montparnasse, 62, à Paris (14e).
1911. **RUDNICKI**, licencié ès sciences, avenue Reille, 28, à Paris (14e).
1900. **SALTYKOW**, professeur à l'Université, à Kharkow (Russie). S. P.
1872. **SARTIAUX**, ingénieur en chef des ponts et chaussées, chef de l'exploitation à la Compagnie du chemin de fer du Nord, à Paris.
1885. **SAUVAGE**, professeur à la Faculté des Sciences de Marseille.
1897. **SCHOU** (Erik), ingénieur, Thorvaldsinsi, 193, à Copenhague (Danemark).
1901. **SEE** (Thomas-J.-J.), Observatory Mare Island (Californie).
1896. **SÉGUIER** (J.-A. DE), docteur ès sciences, rue du Bac, 114, à Paris (7e).
1882. **SÉLIVANOFF** (Démétrius), professeur à l'Université, Fontanka, 116, log. 16, à Pétrograde (Russie). S. P.
1900. **SERVANT**, chargé de conférences à la Sorbonne, à Bourg-la-Reine (Seine).
1908. **SHAW** (J.-B.), professeur à l'Université, West California, 901, Ave Urbana (Illinois, États-Unis).
1912. **SIRE**, maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Rennes.
1916. **SOULA**, agrégé de l'Université, 40e d'infanterie, S. P. 130.
1900. **SPARRE** (comte DE), doyen de la Faculté catholique des Sciences, avenue de la Bibliothèque, 7, à Lyon. S. P.
1909. **SPEISER** (Andreas), membre de la Société mathématique suisse, privat-docent à l'Université, Stephansplan, 7, à Strasbourg (Allemagne).

Date de l'admission.

1912. **STECKER** (H.-F.), professeur de mathématiques, à Pensylvania State College, Miles St. 306 (Pensylvanie, États-Unis).
1879. **STEPHANOS**, professeur à l'Université, rue Solon, 20, à Athènes (Grèce).
1898. **STÖRMER**, professeur à l'Université, Cort Adelers gade, 12, à Christiania (Norvège).
1904. **SUDRIA**, directeur de l'École préparatoire à l'École supérieure d'Électricité, rue de Staël, 26, à Paris (14^e).
1904. **SUNDMAN**, maître de conférences à l'Université, Fredriksgatan, 19, à Helsingfors (Finlande).
1872. **SYLOW**, professeur à l'Université, Majorstuveien, 16 III, à Christiania (Norvège). S. P.
1913. **TAMARKINE**, répétiteur à l'École impériale des Ponts et Chaussées, rue Liteinaia, 45, App. 33, à Pétrograde (Russie).
1899. **THYBAUT**, professeur au lycée Henri IV, boulevard St-Germain, 50, à Paris (5^e).
1910. **TIMOCHENKO**, professeur à l'Institut Empereur Alexandre II, à Kiew (Russie).
1913. **TINO** (O.), via Lagrange, 2, à Turin (Italie).
1912. **TOUCHARD**, ingénieur des Arts et Manufactures, boulevard Haussmann, 150, à Paris (8^e).
1910. **TRAYNARD**, professeur à la Faculté des Sciences de Besançon.
1872. **TRESCA**, ingénieur en chef des ponts et chaussées en retraite, rue du Général-Henrion-Berthier, 7, à Neuilly-sur-Seine (Seine).
1896. **TRESSE**, professeur au collège Rollin, rue Mizon, 6, à Paris (15^e).
1907. **TRIPIER** (H.), sous-directeur des études à l'École Centrale, rue Alphonse-de-Neuville, 17, à Paris (17^e).
1911. **TURRIÈRE**, docteur ès sciences, boulevard Saint-Michel, 21, à Paris (5^e).
1913. **VALIRON**, docteur ès sciences, professeur au lycée du Parc, à Lyon (Rhône).
1893. **VALLÉE POUSSIN** (Ch.-J. DE LA), membre de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, professeur à l'Université de Louvain (Belgique), avenue Dorian, 2, à Paris (11^e).
1904. **VANDEUREN**, professeur à l'École militaire, avenue Macan, 16, à Bruxelles.
1905. **VAN VLECK**, professeur de mathématiques, University of Wisconsin, à Madison (Wisconsin, États-Unis).
1897. **VASSILAS-VITALIS** (J.), professeur à l'Ecole militaire supérieure, rue Epicure, 13, à Athènes (Grèce).
1898. **VASSILIEF**, membre du Conseil d'État, Vassili Ostrowligne 12, m^r 19, à Pétrograde (Russie).
1913. **VEBLEN** (O.), professeur à l'Université de Princeton (États-Unis).
1901. **VESSIOT**, professeur à la Faculté des Sciences, avenue du Petit-Chambord, 44, à Bourg-la-Reine (Seine).
1911. **VILLAT**, maître de conférences à l'Université de Montpellier.
1888. **VOLTERRA** (Vito), professeur à l'Université, via in Lucina, 17, à Rome.
1900. **VUIBERT**, éditeur, boulevard Saint-Germain, 63, à Paris (5^e).
1880. **WALCKENAER**, inspecteur général en chef des mines, boulevard St-Germain, 218, à Paris (7^e).
1879. **WEILL**, directeur honoraire du collège Chaptal, boulevard Delessert, 23, à Paris (16^e).
1906. **WILSON** (E.-B.), professeur à l'Institut de Technologie, à Boston (Massachusetts, États-Unis).
1911. **WINTER**, avenue d'Iéna, 66, à Paris (16^e).
1909. **WOODS** (F.-S.), professeur à l'Institut de Technologie, à Boston (Massachusetts, États-Unis).

Date de l'admission.

1878. **WORMS DE ROMILLY**, inspecteur général des mines, en retraite, rue du Général-Langlois, 5, à Paris (16e).

1912. **YOUNG** (W.-H.), membre de la Société Royale de Londres, professeur à l'Université de Liverpool, villa Rodlinde, Épinettes, 22, à Lausanne (Suisse).

1903. **ZERVOS**, professeur agrégé à l'Université, rue Sozopoleos, 88, à Athènes (Grèce).

1881. **ZEUTHEN**, professeur à l'Université, Forchhammers Vej. 12, à Copenhague (Danemark).

1898. **ZIWET**, professeur de mathématiques à l'Université de Michigan, South Ingalls street, 644, à Ann Arbor (Michigan, États-Unis).

1909. **ZORETTI**, professeur de mécanique à la Faculté des Sciences de Caen.

Membres décédés en 1917 : MM. ANDRÉ, DARBOUX, ZABOUDSKI.

SOCIÉTAIRES PERPÉTUELS DÉCÉDÉS.

BENOIST. — BIENAYMÉ. — BISCHOFFSHEIM. — BORCHARDT. — BOURLET. — CANET. CHASLES. — CLAUDE-LAFONTAINE. — GAUTHIER-VILLARS. — HALPHEN. — HERMITE. HIRST. — LAFON DE LADÉBAT. — LÉAUTÉ. — MANNHEIM. — PERRIN (R.). — POINCARÉ. — DE POLIGNAC. — RAFFY. — TANNERY (PAUL). — TCHEBICHEF. — VIELLARD.

LISTE

DES

PRÉSIDENTS DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

DEPUIS SA FONDATION.

	MM.		MM.
1873	CHASLES.	1896	KŒNIGS.
1874	LAFON DE LADÉBAT.	1897	PICARD.
1875	BIENAYMÉ.	1898	LECORNU.
1876	DE LA GOURNERIE.	1899	GUYOU.
1877	MANNHEIM.	1900	POINCARÉ.
1878	DARBOUX.	1901	D'OCAGNE.
1879	O. BONNET.	1902	RAFFY.
1880	JORDAN.	1903	PAINLEVÉ.
1881	LAGUERRE.	1904	CARVALLO.
1882	HALPHEN.	1905	BOREL.
1883	ROUCHÉ.	1906	HADAMARD.
1884	PICARD.	1907	BLUTEL.
1885	APPELL.	1908	PERRIN (R.).
1886	POINCARÉ.	1909	BIOCHE.
1887	FOURET.	1910	BRICARD.
1888	LAISANT.	1911	LÉVY (L.).
1889	ANDRÉ (D.).	1912	ANDOYER.
1890	HATON DE LA GOUPILLIÈRE.	1913	COSSERAT (F.).
1891	COLLIGNON.	1914	VESSIOT.
1892	VICAIRE.	1915	CARTAN.
1893	HUMBERT.	1916	FOUCHÉ.
1894	PICQUET.	1917	GUICHARD.
1895	GOURSAT.	1918	MAILLET.

Liste des Sociétés scientifiques et des Recueils périodiques avec lesquels la Société mathématique de France échange son Bulletin.

Amsterdam.......	Académie Royale des Sciences d'Amsterdam.	Pays-Bas.
Amsterdam.......	Société mathématique d'Amsterdam.	Pays-Bas.
Amsterdam.......	*Revue semestrielle des publications mathématiques.*	Pays-Bas.
Bâle.............	Naturforschende Gesellschaft.	Suisse.
Baltimore........	*American Journal of Mathematics.*	États-Unis.
Berlin............	Académie des Sciences de Berlin.	Allemagne.
Berlin............	*Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik.*	Allemagne.
Berlin............	*Journal für die reine und angewandte Mathematik.*	Allemagne.
Bologne..........	Académie des Sciences de Bologne.	Italie.
Bordeaux.........	Société des Sciences physiques et naturelles.	France.
Bruxelles.........	Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique.	Belgique.
Bruxelles.........	Société scientifique de Bruxelles.	Belgique.
Calcutta..........	Calcutta mathematical Society.	Inde anglaise.
Cambridge	Cambridge philosophical Society.	Grande-Bretagne.
Christiania.......	*Archiv for Mathematik og Naturvidenskab.*	Norvège.
Coïmbre.	*Annaes scientificos da Academia Polytechnica do Porto.*	Portugal.
Copenhague.	*Nyt Tidsskrift for Mathematik.*	Danemark.
Copenhague......	*Det Kongelige danske videnskabernes selskabs Skrifter.*	Danemark.
Cracovie..........	Académie des Sciences de Cracovie.	Autriche.
Delft.............	Académie technique.	Pays-Bas.
Édimbourg.......	Société Royale d'Édimbourg.	Grande-Bretagne.
Édimbourg.......	Société mathématique d'Édimbourg.	Grande-Bretagne.
Gand	*Mathesis.*	Belgique.
Göttingen........	Société Royale des Sciences de Göttingen.	Allemagne.
Halifax...........	Nova Scotian Institute of Science.	N[lle]-Écosse (Canada)
Hambourg........	Société mathématique de Hambourg.	Allemagne.
Harlem...........	Société hollandaise des Sciences.	Hollande.
Helsingfors.......	Société des Sciences de Finlande.	Finlande.
Kansas...........	Université de Kansas.	États-Unis.
Kasan............	Société physico-mathématique.	Russie.
Kharkow.........	Annales de l'Université.	Russie.
Kharkow.........	Société mathématique de Kharkow.	Russie.
Leipzig...........	Société Royale des Sciences de Saxe.	Allemagne.
Leipzig...........	*Mathematische Annalen.*	Allemagne.
Leipzig...........	*Archiv der Mathematik und Physik.*	Allemagne.
Liége.............	Société Royale des Sciences.	Belgique.
Livourne.........	*Periodico di Matematica.*	Italie.
Londres..........	Société astronomique de Londres.	Grande-Bretagne.
Londres..........	Société mathématique de Londres.	Grande-Bretagne.

Londres..........	Société Royale de Londres.	Grande-Bretagne.
Luxembourg......	Institut grand-ducal de Luxembourg.	Luxembourg.
Marseille.........	*Annales de la Faculté des Sciences.*	France.
Mexico...........	Sociedad cientifica *Antonio Alzate.*	Mexique.
Milan...........	Institut Royal lombard des Sciences et Lettres.	Italie.
Moscou...........	Société mathématique de Moscou.	Russie.
Munich...........	Académie des Sciences de Munich.	Bavière.
Naples...........	Académie Royale des Sciences physiques et mathématiques de Naples.	Italie.
New-Haven.......	Académie des Sciences et Arts du Connecticut.	États-Unis.
New-York........	American mathematical Society.	États-Unis.
Odessa...........	Société des naturalistes de la Nouvelle-Russie.	Russie.
Palerme..........	*Rendiconti del* Circolo matematico.	Italie.
Paris............	Académie des Sciences de Paris.	France.
Paris............	Association française pour l'avancement des Sciences.	France.
Paris............	Société philomathique de Paris.	France.
Paris............	*Bulletin des Sciences mathématiques.*	France.
Paris............	*Journal de l'École Polytechnique.*	France.
Paris............	Institut des Actuaires français.	France.
Paris............	*Intermédiaire des Mathématiciens.*	France.
Pétrograde.......	Académie Impériale des Sciences.	Russie.
Pise.............	École Royale Normale supérieure de Pise.	Italie.
Pise.............	Université Royale de Pise.	Italie.
Pise.............	*Il Nuovo Cimento.*	Italie.
Prague...........	Académie des Sciences de Bohême.	Autriche.
Prague...........	*Casopis pro pěstování mathematiky a fysiky.*	Autriche.
Prague...........	Société mathématique de Bohême.	Autriche.
Princeton.........	*Annals of Mathematics.*	New-Jersey, États-Unis.
Rennes...........	*Travaux de l'Université.*	France.
Rome............	Académie Royale des *Lincei.*	Italie.
Rome............	Società italiana delle Scienze.	Italie.
Rome............	Società per il progresso delle Scienze.	Italie.
Sophia...........	*Annuaire de l'Université de Sophia.*	Bulgarie.
Stockholm........	*Acta mathematica.*	Suède.
Stockholm........	*Archiv for Mathematik.*	Suède.
Stockholm........	*Bibliotheca mathematica.*	Suède.
Tokyo...........	Mathematico-physical Society.	Japon.
Toulouse.........	*Annales de la Faculté des Sciences.*	France.
Turin............	Académie des Sciences.	Italie.
Upsal............	Société Royale des Sciences d'Upsal.	Suède.
Varsovie.........	Prace Matematyczno Fizyczne.	Russie.
Venise...........	Institut Royal des Sciences, Lettres et Arts.	Italie.
Vienne...........	Académie Impériale des Sciences de Vienne.	Autriche.
Vienne...........	*Monatshefte für Mathematik und Physik.*	Autriche.
Washington......	National Academy of Sciences.	États-Unis.
Zagreb (Agram)..	Académie Sud-Slave des Sciences et Beaux-Arts	Autriche-Hongrie.
Zurich...........	Naturforschende Gesellschaft.	Suisse.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

SÉANCE DU 10 JANVIER 1918.

PRÉSIDENCE DE M. LEBESGUE.

La Société, réunie en Assemblée générale, procède au renouvellement de son Bureau et d'une partie du Conseil.

Communications :

M. Lebesgue : *Sur des problèmes isopérimétriques.*

Proposons-nous de déterminer dans le plan n domaines ayant des aires données $A_1, A_2, \ldots, A_n$, et cela de façon que la longueur totale des courbes frontières soit minimum. Ces courbes frontières sont naturellement formées de circonférences et tout revient à déterminer les points appartenant à la frontière de plus de deux des domaines cherchés ou encore à la frontière de deux de ces domaines et à celle de la partie non utilisée du plan. Le problème dépend donc d'un système d'équations ordinaires; ces équations sont des équations transcendantes dont la résolution ne peut, en général, être faite algébriquement.

Pour se guider dans l'étude de ces systèmes d'équations on peut utiliser quelques propriétés qui font l'objet de cette Communication.

1° *En tout point commun à trois circonférences frontières, les trois circonférences se coupent sous des angles de* 120°. — En effet, supposons que cela ne soit pas réalisé pour un point M. De M comme centre traçons une circonférence dont le rayon sera l'infiniment petit principal. Cette circonférence coupe nos trois frontières en A, B, C. Soit M_1 le point qui donne le minimum pour la somme des distances à A, B, C. D'après l'hypothèse, en remplaçant les trois arcs de frontières MA, MB, MC par les trois segments rectilignes M_1A, M_1B, M_1C on diminuera la longueur totale des frontières d'un infiniment petit du premier ordre. Il est vrai qu'on modifie des aires, mais ces modifications, étant seulement de second ordre, peuvent être compensées par de nouvelles modifications des frontières comportant seulement des variations de longueur du second ordre. En définitive on aurait donc diminué la longueur des frontières, sans modifier les aires.

2° *En aucun point n'aboutissent plus de trois circonférences frontières.* — Soient MA, MB deux circonférences frontières, A et B étant encore sur une circonférence infiniment petite de centre M. Soit M_1 le point donnant le minimum pour $M_1A + M_1B + M_1M$; ce point doit être à une distance de M qui est infiniment petite de premier ordre, sans quoi il y aurait avantage à remplacer MA et MB par $MM_1 + M_1A$ et $MM_1 + M_1B$. C'est le même raisonnement que précédemment. Donc $\widehat{AMB}$ est au moins égal à 120°. Il ne peut donc y avoir plus de trois tels angles.

3° *Les courbures, comptées dans le plan orienté, de trois circonférences frontières, aboutissant en un même point, sont liées par la relation*

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = 0;$$

c'est dire que ces circonférences ont deux points communs.

Modifions chacune de ces trois circonférences de façon à ce que, pendant la modification, elles balayent toutes trois, dans le même sens, des aires égales à un infiniment petit a. La modification de longueur correspondante est

$$a\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right),$$

d'où l'énoncé.

Ces résultats s'appliquent au cas où l'on voudrait traiter la question analogue pour une surface quelconque : *en aucun point il ne passe plus de trois cercles géodésiques frontières; en un point où passent trois frontières, elles se coupent sous 120° et leurs trois cercles de courbure géodésiques tracés dans le plan tangent ont deux points communs.*

M. Lalesco : *Sur les noyaux symétrisables.*

Les noyaux symétrisables, découverts par J. Marty, jouent un rôle important dans les applications de la théorie des équations intégrales à l'étude des équations différentielles linéaires. Reprenant une méthode proposée par M. Picard, pour former les équations intégrales qui correspondent aux divers problèmes bilocaux dans la théorie des équations du second ordre, on peut développer une théorie systématique de ces problèmes et l'on trouve qu'immédiatement après les noyaux polaires et symétriques, ce sont les noyaux symétrisables qui se présentent couramment dans ces applications.

Ces noyaux symétrisables sont de diverses sortes, d'après la nature du facteur composant et du noyau résultant. Si l'on désigne par (ε) la symétrie d'un noyau ($\varepsilon = +1$ si le noyau est symétrique, $\varepsilon = -1$ si le noyau est symétrique gauche), les types des noyaux symétrisables seront caractérisés par (ε, ε'), ε et ε' désignant respectivement les symétries du facteur composant et du noyau résultant.

En réalité, il n'existe que trois types distincts de noyaux symétrisables, à savoir : (1, 1), (1, —1) et (—1, —1). On peut montrer en effet que les types (1, —1) et (—1, 1) sont identiques. De cette identité, il résulte que cette classe de noyaux jouit de propriétés analogues à celle des noyaux symétriques gauches.

M. Fatou : *Sur l'itération de certains polynomes.*

Soit $P(z)$ le polynome qui exprime $z = \cos K u$ en fonction de $z = \cos u$ (K pair), ou $z_1 = \sin K u$ en fonction de $z = \sin u$ (K impair). Les problèmes relatifs à l'itération du polynome $P(z)$ sont immédiatement résolus au moyen de la représentation paramétrique. Il est facile notamment de calculer explicitement les coefficients de $P_n(z)$ au moyen de

$$P_n(z) = \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\Big\} (K^n u)$$

et de trouver le domaine du point à l'infini qui est un point invariant de la substitution $z_1 = P(z)$; ce domaine comprend tout le plan à l'exception du segment (—1, +1) de l'axe réel.

Ces polynomes appartiennent à la classe des fractions rationnelles $R(z)$ telles que $z_1 = R(z)$ laisse invariant un arc de cercle et l'ensemble des points extérieurs à cet arc de cercle. Ces fonctions $R(z)$ se déduisent des fonctions à cercle fondamental par une transformation de la forme

$$z_1 = \frac{\alpha\sqrt{t_1} + \beta}{\gamma\sqrt{t_1} + \delta}, \qquad z = \frac{\alpha\sqrt{t} + \beta}{\gamma\sqrt{t} + \delta}.$$

SÉANCE DU 14 FÉVRIER 1918.

PRÉSIDENCE DE M. MAILLET.

Élections :

Sont élus, à l'unanimité, membres de la Société, MM. Barriol, présenté par MM. Elcus et Montel; Stoïlow, présenté par MM. Appell et Fouché; Pompeiu, présenté par MM. Lalesco et Maillet; Néculcea, présenté par MM. Lalesco et Maillet.

Communications :

M. Lalesco : *Sur les séries trigonométriques et la théorie des équations intégrales.*

M. D. Hilbert, à l'aide de la théorie des noyaux symétriques appliquée aux équations différentielles linéaires du second ordre a démontré que toute fonction deux fois dérivable est développable en série de Fourier absolument et uniformément convergente.

En utilisant la théorie des noyaux symétriques gauches et une méthode de M. Picard perfectionnée pour l'application des équations intégrales aux équations différentielles linéaires, on peut démontrer que toute fonction *une fois dérivable* est développable en série de Fourier *absolument et uniformément convergente.* On peut même étendre ce théorème aux fonctions $f(x)$ de la forme

$$f(x) = \int_a^x h(s)\,ds.$$

M. Cahen : *Sur la convergence des fractions continuelles les plus générales.*

Il s'agit des fractions de la forme

$$a_0 + \frac{b_1}{a_1 +} \left| \frac{b_2}{a_2 +} \right| \cdots, \tag{1}$$

les a et les b étant des nombres quelconques. Voici une règle due à Pringsheim (*Sitzungsber. d. k. Akadem. d. Wissench. zù München*, t. XXVIII, 1898, p. 312) :

Pour que la fraction précédente soit convergente, il suffit qu'on *ait, pour toute valeur de n,*

$$|a_n| - |b_n| \geqq 1.$$

Ceci posé, la fraction continuelle (1) peut s'écrire

$$a_0 + \cfrac{\frac{b_1}{m_1}}{\frac{a_1}{m_1}} + \left|\cfrac{\frac{b_2}{m_1 m_2}}{\frac{a_2}{m_2} +}\right| \ldots,$$

en ce sens que les réduites de celles-ci sont identiques aux réduites de la précédente.

Donc, la fraction continuelle (1) est convergente si l'on peut déterminer m_1, m_2, ..., tels que pour toute valeur de n, on ait

$$\left|\frac{a_n}{m_n}\right| - \left|\frac{b_n}{m_{n-1} m_n}\right| \geqq 1,$$

en particulier, si l'on peut déterminer m_1, m_2, ..., tels que pour toute valeur de n, on ait

$$(2) \qquad \left|\frac{a_n}{m_n}\right| - \left|\frac{b_n}{m_{n-1} m_n}\right| = 1.$$

Écrivons, pour simplifier, α_n, β_n, μ_n, à la place de $|a_n|$, $|b_n|$, $|m_n|$.

Des conditions (2) on tire

$$\mu_1 = \alpha_1 - \beta_1,$$
$$\mu_2 = \alpha_2 - \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$\mu_n = \alpha_n - \left.\frac{\beta_n}{\alpha_{n-1} -}\right| \ldots - \left|\frac{\beta_3}{\alpha_2 -}\right| \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1}.$$

Donc *la fraction* (1) *est convergente si l'on a, pour toute valeur de n,*

$$\alpha_n - \left.\frac{\beta_n}{\alpha_{n-1} -}\right| \cdot \cdot - \left|\frac{\beta_3}{\alpha_2 -}\right| \frac{\beta_2}{\alpha_1 - \beta_1} > 0.$$

Cette nouvelle règle est meilleure que la précédente. En effet, la première condition entraîne la seconde, tandis que la seconde n'entraîne pas la première comme on le voit en prenant tous les μ_n compris entre zéro et un.

Exemple. — Soient tous les α égaux à 1, et tous les β égaux à $\frac{1}{4}$ sauf $\beta_1 = \frac{1}{2}$. La première règle ne donne rien. La seconde montre que la fraction est convergente car tous les μ sont égaux à $\frac{1}{2}$.

M. Cahen : *Sur les couples de nombres réels réduits.*

Nous appelons nombres *de même classe* deux nombres ω, ω', liés par une relation $\omega' = \dfrac{\alpha\omega + \beta}{\gamma\omega + \delta}$, où $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sont quatre entiers tels que

$$\alpha\delta - \beta\gamma = 1.$$

Lorsque ω est un nombre imaginaire on sait qu'il y a un nombre de même classe et un seul qui est *réduit*, c'est-à-dire dont l'affixe est dans le *domaine fondamental* $\Big($limité par le cercle $x^2 + y^2 = 1$, et les demi-droites $x = \pm \frac{1}{2}$ dirigées de ce cercle vers les $y > 0\Big)$.

Une définition semblable des nombres réduits est impossible pour des nombres réels. On ne peut pas définir des nombres réels réduits par des conditions de grandeur, de façon que tout nombre réduit soit de même classe qu'un seul nombre réduit, ou même qu'un nombre limité de nombres réduits. C'est un fait bien connu qui tient à ce que le groupe modulaire appliqué aux nombres réels est continu.

Cependant ce qui est impossible en général, devient possible, avec une certaine modification, pour les nombres *quadratiques*. Car soit ω un tel nombre, racine de

$$a\omega^2 + b\omega + c = 0 \qquad (a,\ b,\ c \text{ entiers, } b^2 - 4ac > 0);$$

par le procédé de Gauss, on définit un nombre limité de formes de même classe que la forme (a, b, c) et qui sont réduites. En prenant cette méthode sous la forme sous laquelle je l'ai exposée dans mes *Éléments de la théorie des nombres,* on a le résultat suivant. Disons qu'un nombre quadratique réel est réduit lorsqu'il est plus grand que 1, *et que son conjugué est compris entre* -1 *et* 0. Alors *tout nombre quadratique réel a un nombre limité de nombres qui sont de même classe que lui et qui sont réduits.* La modification dont il a été parlé plus haut consiste en ce que les conditions de grandeur portent, en même temps que sur le nombre, aussi sur son conjugué.

On est alors porté à se demander s'il est nécessaire que deux nombres soient quadratiques conjugués pour qu'une telle définition soit valable, et la réponse est qu'il n'en est rien.

Définition. — Nous appelons *couple réduit* un ensemble de deux nombres réels ω, ψ, tels que

$$-1 < \psi < 0 < 1 < \omega.$$

Nous disons que deux couples ω, ψ et ω', ψ' sont de même classe lorsque

$$\omega' = \frac{\alpha\omega + \beta}{\gamma\omega + \delta}, \qquad \psi' = \frac{\alpha\psi + \beta}{\gamma\psi + \delta} \qquad (\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta \text{ entiers, } \alpha\delta - \beta\gamma = 1).$$

Problème I. — Étant donné un couple ω, ψ, trouver un couple réduit de même classe. Pour cela on réduit ω en fraction continuelle. Soient $\frac{P_{2n-2}}{Q_{2n-2}}$, $\frac{P_{2n-1}}{Q_{2n-1}}$ deux réduites consécutives, la première étant d'ordre pair, soit ω_{2n} le quotient complet qui vient après. On a

$$\omega = \frac{P_{2n-1}\,\omega_{2n} + P_{2n-2}}{Q_{2n-1}\,\omega_{2n} + Q_{n-2}}, \qquad P_{2n-1}\,Q_{2n-2} - P_{2n-2}\,Q_{2n-1} = 1,$$

et l'on aura $\omega_{2n} > 1$.

Si de plus on définit ψ_{2n} par

$$\psi = \frac{P_{2n-1}\,\psi_{2n} + P_{2n-2}}{Q_{2n-1}\,\psi_{2n} + P_{2n-2}},$$

on démontre facilement que pour n suffisamment grand, on a

$$-1 < \psi_{2n} < 0.$$

Le couple ω_{2n}, ψ_{2n} répond à la question.

Problème II. — Étant donné un couple ω, ψ, trouver tous les couples réduits de même classe. D'après I on peut supposer que le couple ω, ψ soit lui-même réduit. Alors on démontre la règle suivante. *On réduit ω et $-\frac{1}{\psi}$ en fractions continuelles. Soit $\frac{P_h}{Q_h}$ la réduite de rang h du premier développement $\left(\text{en appelant la première réduite } \frac{P_0}{Q_0}\right)$, et $\frac{P_{-h}}{Q_{-h}}$ la réduite de rang h du second.*

Les substitutions

$$\begin{pmatrix} Q_{2n-2} & -P_{2n-2} \\ -Q_{2n-1} & P_{2n-1} \end{pmatrix},$$

où n prend toutes les valeurs entières de $-\infty$ à $+\infty$, étant appliquées au couple ω, ψ, donneront tous les couples réduits de même classe.

En général, cela donne une infinité de couples réduits. Pour qu'il n'y en ait qu'un nombre limité il faut qu'on trouve deux couples identiques, c'est-à-dire que

$$\frac{Q_{2n-2}\omega - P_{2n-2}}{-Q_{2n-1}\omega + P_{2n-1}} = \frac{Q_{2m-2}\omega - P_{2m-2}}{-Q_{2m-1}\omega + P_{2m-1}},$$

$$\frac{Q_{2n-2}\psi - P_{2n-2}}{-Q_{2n-1}\psi + P_{2n-1}} = \frac{Q_{2m-2}\psi - P_{2m-2}}{-Q_{2m-1}\psi + P_{2m-1}}.$$

Donc ω et ψ satisfont à une même équation du second degré à coefficients rationnels, et comme ils ne sont pas égaux, ils sont quadratiques conjugués.

SÉANCE DU 14 MARS 1918.

PRÉSIDENCE DE M. MAILLET.

Élection :

Est élu, à l'unanimité, membre de la Société, M. Huber, présenté par MM. Barriol et Elcus.

Communications :

M. Giraud : *Sur les substitutions elliptiques et paraboliques de certains groupes hyperfuchsiens.*

Soit $f(x, y, z; x_0, y_0, z_0)$ une forme d'Hermite du type

$$uu_0 + vv_0 - ww_0,$$

u, v, w étant trois formes linéaires en x, y, z; l'indice zéro ajouté à une lettre sert ici à désigner l'imaginaire conjuguée de la lettre privée d'indice. Si les coefficients de f sont des entiers d'un certain corps k quadratique imaginaire, et si l'on considère le groupe des transformations automorphes de f dont les coefficients sont des entiers du corps k, on sait qu'on peut faire correspondre à ce groupe un des groupes nommés *hyperfuchsiens* par M. Picard.

On trouve aisément que, dans tous les corps k, sauf dans le corps $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)$, on peut se borner au cas où la substitution automorphe a *un* pour déterminant : les autres cas ne donnent pas de nouvelles substitutions hyperfuchsiennes.

Les *multiplicateurs* de la substitution automorphe sont alors donnés par une équation en s telle que

$$s^3 - as^2 + a_0 s - 1 = 0,$$

où a est un entier du corps. Si la substitution est elliptique ou parabolique, les modules des trois multiplicateurs sont égaux à un, et réciproquement. On trouve que la condition nécessaire et suffisante pour cela est que le point d'affixe a soit à l'intérieur ou sur le contour d'une hypocycloïde à trois rebroussements ayant son centre à l'origine et l'un de ses points de rebroussement au point d'abscisse 3, de l'axe réel. Une conséquence immédiate est que le nombre des systèmes possibles de multiplicateurs est fini, fait qui pouvait du reste être prévu sans calcul (et qui est vrai même pour des cas beaucoup plus généraux). Voici la liste de ces systèmes; les multiplicateurs ayant pour modules *un*, on n'écrit ici que leurs arguments; deux valeurs imaginaires conjuguées de a donnant des multiplicateurs imaginaires conjugués, on n'écrit qu'une seule de ces valeurs.

Valeurs de a communes à tous les corps, c'est-à-dire réelles, et arguments des multiplicateurs :

$$a = -1,\quad \text{arg.}\, 0,\quad \pi,\quad \pi;\qquad a = 0,\quad \text{arg.}\, 0,\quad \pm\frac{2\pi}{3};$$

$$a = 1,\quad \text{arg.}\, 0,\quad \pm\frac{\pi}{2};\qquad a = 2,\quad \text{arg.}\, 0,\quad \pm\frac{\pi}{3};\qquad a = 3,\quad \text{arg.}\, 0,\quad 0,\quad 0.$$

Corps (i); autres valeurs de a et des arguments :

$$a = i,\quad \text{arg.}\frac{\pi}{2},\quad \frac{\pi}{4},\quad -\frac{3\pi}{4};\qquad a = -1 + i,\quad \text{arg.}\,\pi,\quad \frac{5\pi}{6},\quad \frac{\pi}{6};$$

$$a = -1 + 2i,\quad \text{arg.}\,\pi,\quad \frac{\pi}{2},\quad \frac{\pi}{2}.$$

Corps $(i\sqrt{2})$:

$$a = -1 + i\sqrt{2},\quad \text{arg.}\,\pi,\quad \frac{\pi}{4},\quad \frac{3\pi}{4}.$$

Corps $\left(\dfrac{-1 + i\sqrt{7}}{2}\right)$:

$$a = \frac{-1 + i\sqrt{7}}{2},\quad \text{arg.}\frac{2\pi}{7},\quad \frac{4\pi}{7},\quad \frac{8\pi}{7}.$$

Le corps $\left(\dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)$ donne pour a des valeurs égales au produit d'un des entiers réels ci-dessus par une puissance de $e^{\frac{2i\pi}{3}}$: cela a pour effet de multiplier tous les multiplicateurs par cette même puissance, et de ne pas changer la substitution hyperfuchsienne correspondante. En dehors de cela, il y a lieu, dans ce corps, de considérer le cas où la substitution automorphe considérée a pour déterminant une unité autre que *un :* on peut ramener tous les cas nouveaux à celui où ce déterminant est $e^{\frac{i\pi}{3}}$. Les multiplicateurs correspondants sont donnés par l'équation

$$s^3 - as^2 + a_0 e^{\frac{i\pi}{3}} s - e^{\frac{i\pi}{3}} = 0,$$

où a est un entier du corps. C'est alors le point $ae^{-\frac{i\pi}{9}}$ qui doit être à l'intérieur ou sur le contour de l'hypocycloïde précédente. Voici la liste de ces cas; au lieu des multiplicateurs de la substitution automorphe considérée, on a inscrit ceux de la substitution à coefficients non entiers obtenue en multipliant tous les coefficients de la première par $e^{-\frac{i\pi}{9}}$, substitution qui a alors le déterminant *un* :

$$a = 0, \text{ arg. } 0, \pm \frac{2\pi}{3}$$

(les mêmes arguments ont déjà été rencontrés d'une autre manière);

$$a = 1, \quad \text{arg.} \frac{5\pi}{9}, \quad \frac{14\pi}{9}, \quad \frac{17\pi}{9}; \qquad a = -1, \quad \text{arg.} \frac{\pi}{18}, \quad \frac{8\pi}{9}, \quad \frac{19\pi}{18};$$

$$a = \frac{3 + i\sqrt{3}}{2}, \quad \text{arg.} \frac{2\pi}{9}, \quad \frac{2\pi}{9}, \quad \frac{14\pi}{9};$$

$$a = \frac{5 + i\sqrt{3}}{2}, \quad \text{arg.} \frac{2\pi}{9}, \quad \frac{17\pi}{9}, \quad \frac{17\pi}{9}.$$

Les plus petites puissances de ces substitutions elliptiques qui soient la substitution identique ont pour exposant 8, 12 ou 7 ou des diviseurs de l'un de ces nombres. Notamment, dans aucun cas ce n'est la cinquième puissance.

Il faut remarquer que ces considérations ne prouvent pas l'existence effective de substitutions correspondant à chacun des cas énumérés.

M. Lalesco : *Sur l'addition des noyaux non orthogonaux.*

Lorsque deux noyaux $P(x, y)$ et $Q(x, y)$ ne sont pas orthogonaux, la fonction $D(\lambda)$ de Fredholm, relative au noyau-somme

$$N(x, y) = \lambda P(x, y) + \mu Q(x, y)$$

est donnée par la formule

$$D_N(\lambda, \mu) = D_P(\lambda) \times D_Q(\mu) - \frac{\lambda}{1}\frac{\mu}{1}\int_a^b D_P\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}\lambda\Big) D_Q\begin{pmatrix} y_1 \\ x_1 \end{pmatrix}\mu\Big) d(x_1, y_1)$$

$$+(-1)^r \frac{\lambda^r \mu^r}{r!\, r!}\int_a^b D_P\left(\begin{matrix} x_1 \dots x_k \\ y_1 \dots y_k \end{matrix}\lambda\right)$$

$$\times D_Q\left(\begin{matrix} y_1 \dots y_k \\ x_1 \dots x_k \end{matrix}\mu\right) d(x_1, y_1)\, d(x_2, y_2) \dots d(x_k, y_k) + \dots,$$

les expressions sous le signe $\int$ étant les mineurs de Fredholm.

Lorsque, par exemple, $Q(x, y) = f(x)g(y)$, la formule se réduit, pour $\lambda = \mu$, à

$$D_N(\lambda) = D_P(\lambda)\left[1 + \lambda\int_a^b f(s)g(s)\,ds\right] - \lambda^2\int_a^b D_P\left(\begin{matrix} s \\ t \end{matrix}\lambda\right) g(s)f(t)\,ds\,dt.$$

Les valeurs caractéristiques du noyau $N(x, y)$ sont alors données par l'équation

$$1 + \lambda\int_a^b f(s)g(s)\,ds + \lambda^2\int_a^b g(s)\mathfrak{P}(s, t)f(t)\,ds\,dt = 0$$

qui s'étudie facilement. Ce cas particulier est utile dans la théorie des équations différentielles linéaires, d'ordre fini.

M. Montel : *Un nouveau théorème sur la convergence des séries de fonctions analytiques.*

Soient $f_1(z)$, $f_2(z)$, ..., $f_n(z)$, ... une suite infinie de fonctions analytiques bornées dans leur ensemble à l'intérieur d'un domaine connexe (D). Si cette suite converge uniformément sur un arc (γ) arbitrairement petit du contour limitant le domaine (D), *elle converge aussi uniformément dans tout domaine intérieur à* (D) et don la frontière peut comprendre des portions de (γ).

Ce théorème, généralisation d'une proposition classique de Weierstrass peut servir de base à l'étude de la correspondance des points des contours dans la représentation conforme d'un domaine (Δ) sur un cercle (C). On en déduit aisément qu'à tout point accessible de la frontière (L) de (Δ) correspond un point bien déterminé de la circonférence du cercle (C), par une extension naturelle de la méthode que M. Picard a fait connaître pour le cas d'un point de (L) commun à deux arcs analytiques de (L). Le même théorème permet d'examiner la nature de la correspondance entre les points frontières pour le cas des points non accessibles de (L).

SÉANCE DU 11 AVRIL 1918.

PRÉSIDENCE DE M. MAILLET.

SÉANCE DU 16 MAI 1918.

PRÉSIDENCE DE M. MAILLET.

Communications :

M. Lalesco : *Sur la théorie générale des fonctions orthogonales.*

Les fonctions orthogonales peuvent être classées suivant l'*ordre* des équations différentielles linéaires qui les engendrent. A ce point de vue, les fonctions orthogonales les plus simples, du *premier* ordre, sont les fonctions trigonométriques $\sin nx$ $\cos nx$. Chaque équation différentielle linéaire irréductible d'ordre n définira un certain nombre de classes de fonctions orthogonales d'ordre n.

Les fonctions orthogonales engendrées par les équations intégrales peuvent être incorporées dans cette classification car l'auteur a montré que toute équation de Fredholm revient à un problème plurilocal pour une équation différentielle linéaire d'ordre *infini*.

Pour l'étude analytique des fonctions orthogonales d'un ordre déterminé n, il faut dégager une classe de fonctions *centrales* à laquelle on rattachera ensuite toutes les autres. L'auteur propose comme fonction centrale, la solution *périodique gauche* de l'équation différentielle linéaire générale d'ordre n; elle correspond, dans une théorie systématique des problèmes plurilocaux, aux conditions bilocales les plus simples.

L'étude analytique des fonctions orthogonales périodiques gauches peut être entreprise par les mêmes moyens que celle des séries trigonométriques. En premier lieu, le théorème de Riemann reste vrai pour ces fonctions et peut servir de clef de voûte pour toute la théorie. Les expressions asymptotiques des fonctions orthogonales d'ordre n à l'aide des fonctions du premier ordre s'obtiennent facilement par des procédés d'un caractère général et propres à la théorie des équations intégrales.

M. Cahen : *Sur les séries de Dirichlet.*

M. Maillet : *Sur certaines catégories de fractions continues.*

Voir le *Bulletin de la Société*, t. XLVI, 1918, p. 1-9 : *Sur certains types de fractions continues arithmétiques.*

SÉANCE DU 13 JUIN 1918.

PRÉSIDENCE DE M. MAILLET.

Communications :

M. Laisant : *Procédé élémentaire de formation des triangles rectangles héroniens.*

Soit $\frac{p}{q}$ une fraction quelconque, $\frac{q}{p}$ son inverse. Si l'on forme la demi-différence, puis la demi-somme de $\frac{p}{q}$ et $\frac{q}{p}$, on obtient deux fractions ayant même dénominateur $\frac{a}{b}, \frac{c}{b}$:

a, b mesurent les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle dont c mesure l'hypoténuse.

Si p et q ont un facteur commun δ, les trois nombres a, b, c sont divisibles par δ^2.

Si p et q sont impairs, a, b et c sont pairs.

Si p et q sont premiers entre eux, l'un de ces termes étant pair et l'autre impair, le triangle héronien de côtés a, b, c est primitif.

Remarques. — I. Si $p = 1$, on aura $c - a = 2$.

II. Si $q - p = 1$, on aura $c - b = 1$.

III. Si l'on pose $p' = q$, $q' = p + 2q$, on aura $a' - b' = -(a - b)$.

Il suit de là que si l'on forme la suite récurrente ayant pour échelle $u_{n+2} = 2u_{n+1} + u_n$

$$u_1, u_2, \ldots u_n, u_{n+1}, \ldots,$$

en prenant pour p et q deux termes consécutifs, la différence $a - b$ restera la même en valeur absolue pour tous les triangles obtenus.

Par exemple,

$$1, \quad 2, \quad 5, \quad 12, \quad 29, \quad \ldots,$$

nous donne la suite indéfinie des triangles tels que $a - b = \pm 1$.

M. Giraud : *Sur certains groupes automorphes à n variables.*

Considérons une forme quadratique à $n+2$ variables, décomposable en 2 carrés négatifs et n carrés positifs, par exemple, si $n \geqq 2$, la forme

$$x_1 x_{n+2} + x_2 x_{n+1} + x_3^2 + x_4^2 + \ldots + x_n^2$$

(pour $n=2$, c'est $x_1 x_4 + x_2 x_3$). Considérons les substitutions linéaires à coefficients réels qui changent cette forme en elle-même. On peut leur faire correspondre des transformations birationnelles quadratiques de la façon suivante : égalons la forme à zéro, et posons

$$g = -x_2 : x_1, \qquad g' = x_{n+1} : x_1, \qquad h_k = x_{k+2} : x_1 \qquad (k = 1, 2, \ldots, n-2);$$

les variables g, g', h_k subissent un groupe de transformations birationnelles quadratiques isomorphe au groupe linéaire.

De ce groupe, on peut extraire une infinité dénombrable de transformations formant aussi un groupe. On a alors les propositions suivantes :

I. Si ce groupe est discontinu pour un point du domaine

$$x_1 x_{n+2,0} + x_{1,0} x_{n+2} + x_2 x_{n+1,0} + x_{2,0} x_{n+1} + 2 x_3 x_{3,0} + \ldots + 2 x_n x_{n,0} < 0,$$

il est discontinu dans tout ce domaine (m_0 désigne le conjugué de m, quel que soit m).

II. Si ce groupe est discontinu dans ce domaine, on peut former des séries du type Θ de Poincaré qui sont convergentes uniformément et absolument dans toute la portion de ce domaine où

$$\text{partie réelle de } (g + g') > 0.$$

III. On sait former le polyèdre fondamental de ces groupes en utilisant (méthode du rayonnement) les multiplicités

$$\begin{aligned}
&|x_1 \xi_{n+2} + x_{n+2} \xi_1 + x_2 \xi_{n+1} + x_{n+1} \xi_2 + 2 x_3 \xi_3 + \ldots + 2 x_n \xi_n|^2 \\
+ &|x_{1,0} \xi_{n+2} + x_{n+2,0} \xi_1 + x_{2,0} \xi_{n+1} + x_{n+1,0} \xi_2 + 2 x_{3,0} \xi_3 + \ldots + 2 x_{n,0} \xi_n|^2 \\
+ &\lambda (x_1 x_{n+2,0} + x_{1,0} x_{n+2} + x_{2,0} x_{n+1} + x_2 x_{n+1,0} + 2 x_3 x_{3,0} + \ldots + 2 x_n x_{n,0}) \\
&\times (\xi_1 \xi_{n+2,0} + \xi_{1,0} \xi_{n+2} + \xi_{2,0} \xi_{n+1} + \xi_2 \xi_{n+1,0} + 2 \xi_3 \xi_{3,0} + \ldots + 2 \xi_n \xi_{n,0}) = 0.
\end{aligned}$$

Ces multiplicités jouent d'ailleurs un grand rôle dans les démonstrations des deux premiers théorèmes, ainsi qu'une certaine intégrale $(2n)^{\text{uple}}$.

Le même mode de calcul, appliqué à des formes quadratiques qui ne sont pas du type indiqué en commençant, donne lieu à des groupes pour lesquels la proposition I n'est plus vraie. Les questions de convergence des séries Θ deviennent également alors beaucoup plus compliquées.

SÉANCE DU 11 JUILLET 1918.

PRÉSIDENCE DE M. MAILLET.

SÉANCE DU 14 NOVEMBRE 1918.

PRÉSIDENCE DE M. MAILLET.

Élection :

Est élu, à l'unanimité, membre de la Société, M. P. Humbert, présenté par MM. Appell et d'Ocagne.

Communications :

M. Fouché : *Démonstration géométrique des propriétés fondamentales des surfaces et des normalies.*

1. Je commence par établir les propriétés fondamentales des congruences linéaires.

Lorsqu'on fait varier les deux paramètres dont dépend la position d'une droite (X) de la congruence, un point M marqué sur cette droite décrit une certaine trajectoire, et la vitesse de ce point est la résultante des vitesses qui correspondent respectivement à la variation de chacun des deux paramètres, d'où il suit que les tangentes aux diverses trajectoires du point M sont toutes dans un même plan. Deux suites de droites prises dans la congruence à partir de la droite (X) forment deux surfaces réglées dont les plans tangents en M sont définis par la droite (X) et les tangentes aux deux trajectoires du point M. Or, ces deux surfaces réglées sont tangentes en deux points F et F_1 de la génératrice commune (X). Donc, les tangentes aux deux trajectoires du point F et la droite (X) sont dans un même plan. Alors, pour toute autre variation des deux paramètres, la tangente à la trajectoire du point F sera aussi dans ce plan, ce qui revient à dire que toutes les surfaces réglées de la congruence passant par la droite (X) sont tangentes entre elles au point F et par conséquent aussi au point F_1. F et F_1 sont les deux foyers de la droite (X). Il est aisé de déduire de là, par des raisonnements simples, les autres propriétés de la congruence, et en particulier l'existence des deux développables contenant (X).

2. Le théorème des tangentes conjuguées consiste en ceci : « Un point M se déplaçant sur une surface, suivant une trajectoire (T), le plan tangent en M admet une caractéristique (C). Si le point M décrit une seconde trajectoire tangente à (C), la caractéristique du plan tangent sera tangente à la trajectoire primitive (T) ». On démontre généralement ce théorème en prouvant que (C) et la tangente à (T) sont deux diamètres conjugués de l'indicatrice. On peut l'établir géométriquement comme il suit :

Traçons sur la surface une suite continue de courbes (T). La surface est l'enveloppe des développables circonscrites le long de chacune de ces lignes. Soient (T_1) et (T_2) deux de ces courbes infiniment voisines. Les développables correspondantes se coupent suivant une courbe (E); et quand (T_2) se rapproche indéfiniment de (T_1), les deux courbes (T_2) et (E) ont la même limite (T_1). Par un point M_1 de (T_1) menons la génératrice de la développable circonscrite le long de (T_1) : c'est la caractéristique du plan tangent quand M_1 se déplace sur (T_1). Cette génératrice rencontre (E) en un point N d'où nous menons la génératrice de la seconde développable qui touche la surface en un point M_2 de (T_2). Les plans tangents en M_1 et M_2 à la surface sont aussi tangents respectivement aux deux développables et se coupent suivant la tangente (D) menée en M à (E). On peut alors tracer sur la surface une courbe passant par M_1 et M_2 et tangente en ces deux points aux génératrices des deux développables. Si le point M_2 se rapproche indéfiniment du point M_1 en suivant cette courbe, la caractéristique du plan tangent sera la limite de la droite (D) laquelle est la tangente en M_1 à la trajectoire (T_1), ce qui démontre le théorème.

3. Il résulte de ce qui précède que les tangentes conjuguées en un point d'une surface forment dans le plan tangent une involution. Il y a donc un couple de rayons conjugués rectangulaires. Il est aisé d'en conclure qu'on peut tracer sur la surface, à partir de chaque point M, deux lignes telles que la tangente à chacune d'elles en un point quelconque est perpendiculaire à la tangente qui lui est conjuguée. Ce sont les lignes de courbure qui sont ainsi normales aux génératrices

des développables circonscrites correspondantes. Si maintenant on fait tourner toutes ces génératrices, chacune d'un angle droit dans le plan normal à la ligne de courbure, on obtiendra une suite de normales à la surface; mais d'après une propriété bien connue des courbes gauches, ces nouvelles droites formeront encore une surface développable. Ainsi se trouve établie l'existence des lignes de courbure considérées comme directrices de normalies développables.

Les normalies développables qui correspondent aux deux lignes de courbure passant par un point M admettent comme génératrice commune la normale MX, et leurs plans tangents le long de cette normale sont rectangulaires comme les deux lignes de courbure qui leur servent de base. Donc dans toute congruence de normales, les deux développables qui passent par une même droite sont rectangulaires.

4. De ce théorème fondamental on peut déduire les autres propriétés des normalies, celles des centres de courbure principaux, et les propriétés des deux nappes de la développée, au moins les principales. Pour trouver la relation entre le rayon de courbure d'une section normale et la direction de son plan, on remarque d'abord que le centre de courbure de cette section est à l'intersection de la normale au point considéré M de la surface avec le plan normal à la courbe en un point infiniment voisin M'. Si le point M décrit la section normale, la normale à la surface décrit une surface développable dont on connaît les plans tangents en trois points, savoir en M, et aux deux centres de courbure principaux, qui sont les foyers de la normale MX dans la congruence des normales. Quant au plan tangent au centre de courbure cherché G, on reconnaît facilement qu'il est perpendiculaire au plan de la section normale. Or, comme il y a correspondance homographique entre les points de contact et les directions des plans tangents, on obtiendra la position du point G et par suite le rayon de courbure cherché en écrivant que le rapport anharmonique des quatre points M, C, C', G est égal au rapport anharmonique des tangentes des quatre angles que font les quatre plans tangents avec une direction fixe. On en pourra déduire l'équation et les propriétés de l'indicatrice.

M. Bioche : *Sur la droite de Simson.*

On sait que, si d'un point M du cercle circonscrit à un triangle ABC, on abaisse des perpendiculaires sur les trois côtés du triangle, les pieds de ces perpendiculaires sont sur une droite qu'on appelle *droite* *de Simson.* On sait aussi que si M décrit le cercle circonscrit à ABC la droite de Simson enveloppe un hypocycloïde à trois rebroussements; les côtés du triangle et ses hauteurs sont tangents à cette courbe. Si D est le point de concours des hauteurs de ABC, chacun des triangles DAB, DAC, DBC a ses côtés et ses hauteurs tangents à l'hypocycloïde. Il est donc naturel de se demander si l'enveloppe des droites de Simson, correspondant à un des quatre triangles ayant pour sommets trois des points A, B, C, D, n'est pas la même que celle qui correspond à chacun des autres.

C'est ce qui a lieu en effet.

Les points de rebroussement de l'hypocycloïde correspondant à ABC sont sur le cercle concentrique au cercle des neuf points de ABC et ayant un rayon triple de celui-ci. Or, le cercle des neuf points est le même pour les quatre triangles.

D'autre part, si O est le centre du cercle circonscrit à ABC, la droite OA fait, avec la droite joignant le centre du cercle des neuf points à un rebroussement, l'angle $\frac{2K\pi}{3} + \frac{2(B-C)}{3}$ (les angles étant comptés dans le sens ABC); or si O_1 est le centre du cercle circonscrit à DBC, la droite O_1D est parallèle à OA et la différence des angles à la base est encore $B-C$. Donc l'hypocycloïde correspondant à DBC a les mêmes rebroussements que celle qui correspond à ABC. Par suite, *si l'on considère quatre points* A, B, C, D *tels que l'un d'entre eux soit le point de rencontre des hauteurs du triangle formé par les autres, une droite de Simson correspondant à l'un de ces triangles est aussi droite de Simson pour les trois autres.*

M. G. Giraud : *Sur une équation aux dérivées partielles se rattachant aux théories des fonctions hyperfuchsiennes et hyperabéliennes.*

Soit Γ un groupe hyperfuchsien ou hyperabélien; on suppose que le polyèdre fondamental rayonné de Γ n'a qu'un nombre fini de faces, et que le prolongement analytique des fonctions automorphes correspondantes ne sort pas du domaine fondamental (ou *principal*) conservé par Γ, savoir du domaine

$$XX_0 + YY_0 < 1,$$

dans le cas hyperfuchsien, ou du domaine

$$XX_0 < 1, \quad YY_0 < 1,$$

dans le cas hyperabélien; les indices zéro distinguent les imaginaires conjuguées. Alors toutes les fonctions automorphes de X et de Y correspondantes s'expriment rationnellement au moyen de trois d'entre elles ξ, η, ζ, liées elles-mêmes par une relation algébrique

$$\varphi(\xi, \eta, \zeta) = 0. \tag{1}$$

Posons alors, dans le cas hyperfuchsien,

$$u = \log\left[144\left|\frac{\partial(X, Y)}{\partial(\xi, \eta)}\right|^2(1 - XX_0 - YY_0)^{-3}\right],$$

et dans le cas hyperabélien,

$$u = \log\left[64\left|\frac{\partial(X, Y)}{\partial(\xi, \eta)}\right|^2(1 - XX_0)^{-2}(1 - YY_0)^{-2}\right].$$

En outre, soient

$$\xi = x + iy, \qquad \eta = z + it,$$

x, y, z, t étant réels. *u est alors uniforme sur la surface algébrique* (1) *et satisfait à l'équation*

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial y\,\partial z}\right)^2 = e^u, \tag{2}$$

et à l'inégalité

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} > 0. \tag{3}$$

Ces conditions (2) et (3) peuvent aussi s'écrire

$$\frac{\partial\left(\dfrac{\partial u}{\partial \xi}, \dfrac{\partial u}{\partial \eta}\right)}{\partial(\xi_0, \eta_0)} = \frac{e^u}{16}, \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial \xi\,\partial \xi_0} > 0.$$

La généralisation qui s'introduit par la considération de plusieurs exemples de fonctions automorphes d'un nombre quelconque n de variables est la suivante : u doit satisfaire à l'équation

$$\frac{\partial\left(\dfrac{\partial u}{\partial \xi_1}, \dfrac{\partial u}{\partial \xi_2}, \ldots, \dfrac{\partial u}{\partial \xi_n}\right)}{\partial(\xi_{1,0}, \xi_{2,0}, \xi_{n,0})} = ke^u,$$

où $k > 0$, et aux inégalités signifiant que l'hermitien en x_1, $x_2, \ldots, x_n$,

$$\sum_{p=1}^{n}\sum_{q=1}^{n} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi_p\,\partial \xi_{q,0}}\, x_p x_{q,0}$$

est défini positif. Pour $n = 1$, on retrouve l'équation bien connue par les travaux de M. Picard, suivis de ceux de Poincaré,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = e^u.$$

Un problème analogue à celui que ces illustres géomètres ont traité peut dès maintenant se poser relativement aux conditions (2) et (3).

SÉANCE DU 12 DÉCEMBRE 1918.

PRÉSIDENCE DE M. MAILLET.

Élections :

Sont élus, à l'unanimité, membres de la Société, M. Angelesco, présenté par MM. Appell et Lalesco; M. Lefschety, présenté par MM. Picard et Breitling.

Communication :

M. Auric : *Sur la déformation des milieux homogènes amorphes ou cristallins.*

Dans un milieu homogène soumis à une déformation infiniment petite, une sphère de centre O et de rayon suffisamment petit devient une quadrique, à la condition de négliger les infiniment petits d'ordre supérieur.

Un milieu sera dit homogène (comme en cristallographie) lorsque toute propriété, scalaire ou vectorielle, du point O dans la direction OM aura lieu pour un autre point quelconque O_1 dans la direction $O_1 M_1$ parallèle à OM et de même sens.

La théorie mathématique actuelle repose entièrement sur la détermination des éléments de la quadrique transformée de la sphère en chaque point du milieu et la déformation de celui-ci est définie par les coefficients mêmes de l'équation de cette quadrique.

On admet habituellement, bien que cette double hypothèse ne corresponde nullement au cas le plus général de la déformation : 1° que le centre de la sphère reste le centre de la quadrique; 2° que le trièdre principal de celle-ci était, avant la déformation, un trièdre trirectangle de la sphère.

Sous l'influence des idées de Cauchy et de ses disciples, le milieu a toujours été considéré comme continu au sens mathématique : or, les progrès de la cristallographie et de la théorie atomistique semblent indiquer que cette notion du continu doit être abandonnée et remplacée par l'hypothèse d'un ou plusieurs groupements périodiques d'éléments suffisamment petits, juxtaposés suivant un ou plusieurs systèmes de réseaux.

Pour toute déformation, et d'une manière générale, pour tout changement du milieu, il n'y aura autour d'un point O qu'un domaine D, plus ou moins étendu, véritablement intéressé à ce changement, au point de vue des conséquences qui en résulteront pour le point O : suivant que ce domaine D est de l'ordre de grandeur des éléments ci-dessus définis ou contient un très grand nombre de ces éléments, le milieu se comportera à l'égard de ce changement, soit comme un milieu cristallin, soit comme un milieu amorphe en moyenne.

Les actions analogues à la gravité sont proportionnelles à la masse, c'est-à-dire au volume des éléments; celles analogues à la capillarité sont proportionnelles à la tension superficielle, c'est-à-dire à leur surface : on comprend dès lors très bien que pour des éléments suffisamment petits, ces dernières actions deviennent tout à fait prépondérantes par rapport aux premières.

La recherche de la quadrique transformée d'une sphère infiniment petite revient en somme à étudier le changement produit dans la distance de deux points infiniment voisins; cette étude fournirait des renseignements très intéressants sur la déformation du milieu, mais à la condition de ne pas négliger systématiquement les translations et les rotations subies par la droite joignant ces deux points.

Pour ne pas compliquer une question déjà fort difficile, nous estimons qu'il convient de rechercher tout d'abord s'il existe dans une déformation infiniment petite autour d'un point des éléments géométriques simples, tels que plans, quadriques, etc., restant homothétiques à eux-mêmes.

En ce qui concerne les plans, le résultat est bien connu (1); il existe toujours un ou trois plans réels restant, dans le voisinage d'un point O, homothétiques à eux-mêmes; la solution dépend d'une équation générale en S du troisième degré, ce qui explique la possibilité de deux racines imaginaires; lorsque les trois racines sont réelles, on obtient aisément autour du point O, au moyen de ces trois plans, la

(1) *Voir* Appell, *Traité de Mécanique rationnelle*, t. III, p. 272, exercice 6.

maille parallélépipédique du réseau cristallin correspondant au milieu.

En ce qui concerne les quadriques, la question n'a jamais été étudiée, bien qu'elle ne présente aucune difficulté; il faut, bien entendu, prendre leur équation sous sa forme la plus générale, c'est-à-dire admettre que leur centre ne coïncide pas nécessairement avec le point O; on connaît, en effet, des cristaux, tels que la tourmaline, qui possèdent des propriétés différentes en un même point suivant qu'on considère une direction ou la direction opposée.

Dans ces conditions, la recherche des quadriques homothétiques dépendra d'une équation du neuvième degré, puisqu'il y a neuf coefficients à rendre proportionnels; il y aura toujours au moins une quadrique réelle satisfaisant à la question et pouvant représenter, à une première approximation, l'élément infinitésimal caractéristique du milieu : d'autres quadriques réelles pourront également être envisagées et, s'il existe deux quadriques imaginaires conjuguées, on pourra les remplacer par la courbe réelle biquadratique donnée par leur intersection.

On pourrait, soit étudier les différents cas particuliers fournis par ces quadriques ainsi que leurs positions respectives par rapport à la maille du réseau, soit au contraire examiner les cas plus généraux de surfaces cubiques, biquadratiques, etc., restant homothétiques entre elles.

Nous renverrons à une Note ultérieure l'exposé des résultats ainsi obtenus et nous nous bornerons à donner ici la discussion relative aux différentes mailles possibles.

En adoptant les notations du Traité de M. Appell (t. III, p. 237), l'équation en S s'écrit :

$$\begin{vmatrix} u'_x - S & u'_y & u'_z \\ v'_x & v'_y - S & v'_z \\ w'_x & w'_y & w'_z - S \end{vmatrix} = 0.$$

Si l'équation a trois racines réelles, nous avons vu que la maille du réseau s'en déduit immédiatement.

L'équation peut avoir une racine réelle qui correspond à un plan réel Π et deux racines imaginaires conjuguées qui représentent deux plans imaginaires se coupant suivant une droite réelle Δ.

Il y a lieu de rechercher dans le plan réel Π les droites qui restent parallèles à elles-mêmes. On voit aisément que cette question dépend d'une équation en S du deuxième degré et que les solutions sont les asymptotes de l'indicatrice correspondante.

Si ces asymptotes sont réelles, on obtiendra deux nouvelles droites qui formeront avec la première Δ un trièdre réel et l'on sera ramené au cas général.

Si les asymptotes sont imaginaires, l'indicatrice sera une ellipse qui restera homothétique à elle-même; on aura donc comme élément infinitésimal du milieu non un parallélépipède, mais un cylindre droit ou oblique, à base elliptique, dont les génératrices seront parallèles à la droite réelle Δ.

On peut dire que ces éléments possèdent un plan de polarisation parallèle à la base du cylindre.

Ce résultat est également obtenu si le trièdre réel se réduit à un seul plan : car dans ce cas l'élément infinitésimal est non plus un cylindre, mais une ellipse contenue dans ce plan.

Rapport de la Commission des Comptes.

(MM. Humbert, président; Fouret, Bioche.)

Messieurs et Chers Collègues,

Conformément à l'article 16 de nos Statuts et aux articles 33 et 34 de notre Règlement administratif, j'ai l'honneur de vous présenter le résultat de l'examen auquel a procédé la Commission chargée par votre Conseil d'administration de vous faire un rapport sur la gestion de notre trésorier et sur la situation morale et financière de notre Société.

La Commission a tout d'abord examiné les comptes de l'exercice 1913-1914, arrêtés au 2 août 1914, M. Servant, trésorier, ayant été mobilisé.

La Commission, à l'unanimité, approuve les comptes de M. Servant et lui donne quitus de sa gestion.

Pendant la durée des hostilités, M. Cahen a bien voulu assurer la charge de la trésorerie, mais il a été impossible d'arrêter chaque année les comptes de façon définitive, aussi MM. Cahen et Servant nous ont présenté un compte d'ensemble relatif à la période totale de la guerre arrêté au 31 décembre 1918.

Bilan au 31 décembre 1918.

	fr
Caisse	1176,15
Société Générale	3362,51
Portefeuille	24007,09
Stock Bulletin	5377,25
Cotisations arriérées	3500 »
Pertes et profits	2856,85
Total	40279,85

Facture Gauthier-Villars (évaluation)	3807,15
Cotisations d'avance	770 »
Réserves inaliénables	1600 »
Portefeuille disponible, dépréciation	5492,29
Créances douteuses	3500 »
Capital au 31 octobre 1913	25110,41
Total	40279,85

Ce bilan appelle quelques observations :

La situation de caisse et de banque est satisfaisante et permet de faire face aux dépenses courantes.

Le chiffre des pertes des exercices 1914-1918 est peu important et il faut remarquer qu'il est occasionné uniquement par la dépréciation du portefeuille disponible. Ce résultat, dû à la sage administration de MM. Cahen et Montel, permet d'envisager avec la plus grande confiance l'avenir de la Société.