Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques

Comptes rendus et analyses

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 8, nº 1 (1884), p. 209-211

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1884_2_8_1_209_0>

COMPTES RENDUS ET ANALYSES.

FIEDLER. — CYKLOGRAPHIE ODER CONSTRUCTION DER AUFGABEN ÜBER KREISE UND KUGELN UND ELEMENTARE GEOMETRIE DER KREIS UND KUGEL-SYSTEME. 1 vol. in-8°; 283 pages et 16 planches. Leipzig; 1882.

Le procédé employé par M. Fiedler pour résoudre systématiquement les problèmes dont il s'occupe dans son Livre consiste à représenter un cercle par deux points situés sur l'axe de ce cercle à une distance de son centre égale au rayon; si l'on n'a affaire qu'à des cercles situés dans un même plan, un seul de ces points suffit évidemment à la représentation; toutefois, il peut être utile de conserver les deux points en leur attribuant des significations distinctes; l'un représentant le cercle décrit dans un sens déterminé, ou, si l'on veut, avec un rayon positif, le second représentant le même cercle décrit dans le sens contraire (ou avec un rayon négatif).

L'auteur était depuis longtemps en possession de ce mode de représentation; s'il n'en a pas fait plutôt l'objet d'une publication spéciale, c'est qu'il était persuadé que cette méthode était connue de Steiner, comme l'étaient assurément un grand nombre des conséquences qui s'en déduisent le plus facilement. Nous devons toutefois faire observer que ce mode de représentation n'est pas absolument nouveau, ou tout au moins qu'il est lié intimement à une notion due à M. Chasles et qui a été utilisée par M. Cayley [*Sur le théorème de M. Casey* (*Annali di Matematica*)], par M. Laguerre (*Bulletin de la Société Philomathique*, 1870, et *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1872), et par M. Darboux [*Sur les relations entre les groupes de points, de cercles et de sphères dans le plan et dans l'espace* (*Annales scientifiques de l'École normale*, 2e série, t. I, 1872)]. Elle consiste en ce que tout cercle peut être regardé comme l'intersection de deux sphères de rayon nul, dont les centres sont situés à une distance du plan du cercle égale à $R\sqrt{-1}$, R désignant le rayon du cercle; le mode de représentation considéré par M. Fiedler consiste à employer, au lieu de ces deux points, imaginaires si l'on considère un cercle réel, les deux points réels dont la définition a été donnée plus haut. Le Mémoire de M. Darboux, en particulier, a évidemment échappé à l'éminent professeur de Zurich; l'auteur y a traité, en effet, en employant systématiquement ce mode de représentation, un grand nombre des problèmes dont s'est occupé M. Fiedler, en particulier le problème du cercle tangent à trois cercles donnés, et celui du cercle coupant quatre cercles donnés sous des angles égaux. Au surplus, les deux modes de représentation étaient trop voisins pour que la rencontre pût être évitée; M. Fiedler a même été conduit par son propre sujet à dire un mot de la représentation employée par M. Darboux et il en signale une des plus importantes propriétés : de telles rencontres n'ont rien qui doive étonner à une époque où l'activité scientifique est aussi considérable.

Le Livre de M. Fiedler est nettement élémentaire : l'auteur l'a voulu tel et a écarté un très grand nombre de propositions qu'il aurait pu déduire aisément de sa méthode.

Il débute par quelques notions relatives à la perspective, au rapport harmonique, aux figures homologiques; il passe ensuite à la considération des systèmes linéaires de cercles dans un plan, c'est-à-dire des systèmes de cercles dont les représentants sont en ligne droite, cercles qui ont un centre d'homothétie commun; il considère ensuite les systèmes planaires : trois cercles appartenant à un tel système ont un axe d'homothétie fixe; un cercle quelconque du système coupe cette droite sous un angle constant; il résout divers problèmes relatifs à la construction des cercles d'un système linéaire ou planaire qui satisfont à une ou deux conditions.

Le second Chapitre est consacré aux faisceaux et réseaux de cercles; il contient la théorie des axes radicaux et de la transformation par rayons vecteurs réciproques. Les réseaux de cercles sont représentés par des hyperboloïdes de révolution équilatères, admettant le plan du tableau comme plan de l'équateur.

Dans le Chapitre suivant, M. Fiedler s'occupe des cercles tangents à un cercle donné ou coupant un cercle donné sous un angle donné; ces systèmes de cercles sont représentés par des cônes ou des hyperboloïdes de révolution équilatères, tandis qu'ils sont représentés par des sphères dans le système de représentation employé par M. Darboux.

Dans ce même Chapitre, l'auteur traite des cercles coupant trois ou quatre cercles sous des angles égaux ou des angles donnés, des cercles tangents à trois cercles du cercle des neuf points dans ses rapports avec les cercles tangents aux trois côtés du triangle; il s'occupe enfin des problèmes analogues pour les sphères.

Le quatrième Chapitre contient une théorie élémentaire des coniques. Enfin, dans le cinquième et dernier Chapitre, l'auteur traite, pour les cercles tracés sur une sphère, les problèmes analogues à ceux qu'il a résolus pour des cercles situés dans un plan.

J. T.