

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

J. BERTRAND

Sur les unités électriques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2^e série,
tome 7, n° 1 (1883), p. 72-85

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1883_2_7_1_72_1>

© Gauthier-Villars, 1883, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>



MÉLANGES.

SUR LES UNITÉS ÉLECTRIQUES ⁽¹⁾;

PAR M. J. BERTRAND.

L'unité est une grandeur arbitraire à laquelle on compare, pour les mesurer, toutes les grandeurs de même espèce qu'elle; telle est

⁽¹⁾ *A Treatise on Electricity and Magnetism*, by James Clerk Maxwell. Oxford, at the Clarendon Press, 1873. — *Reports of the Committee on Electri-*

la définition très correcte proposée dès le début des études mathématiques, souvent même dès la première leçon d'Arithmétique; elle est irréprochable et ne souffre aucune exception. Les choix sont libres, non indifférents; il existe des raisons souvent évidentes, quelquefois plus cachées, pour établir une dépendance entre les unités. Un mauvais choix peut compliquer les formules, faire disparaître, avec l'homogénéité, la mise en évidence des lois qui s'en déduisent; mais il n'entraîne aucune erreur.

La Géométrie, par des exemples très élémentaires et très simples, peut rendre ces remarques plus précises et plus claires. Les longueurs, les surfaces et les volumes sont le sujet des études, des mesures et des calculs géométriques. Trois unités sont donc arbitraires, aucune dépendance entre elles n'est nécessaire. Le mètre étant choisi pour unité de longueur, rien n'empêcherait d'y associer, comme unité de surface, la superficie du lac de Genève, et, pour unité de volume, celui du plus gros diamant connu. Les géomètres, les écoliers mêmes, trouveraient facile de mettre les énoncés classiques en harmonie avec ces conventions nouvelles. On devrait dire, par exemple : la surface d'un triangle a pour mesure le produit de sa base par une fraction de sa hauteur dont la valeur numérique se calculerait aisément. La surface d'un cercle s'exprimerait par le carré du rayon multiplié par un nombre qui ne serait plus égal à π , et, pour mesurer le volume d'une sphère, on devrait multiplier le cube du rayon par un facteur différent de $\frac{4}{3}\pi$. Le savant auteur d'un Rapport fait à l'Association Britannique sur cette théorie des unités, si bien étudiée par elle, paraît voir dans l'introduction de ces facteurs, qu'on a depuis nommés *parasites*, un grave inconvénient qu'il faut avant tout éviter. Chacun, dit-il, comprendra qu'il serait absurde d'en-

cal Standard's appointed by the British Association for the advancement of Science, reprinted by permission of the Council. London, E. et F.-N. Spon, 1873. — *Leçons sur l'électricité et le magnétisme*, par E. Mascart et J. Joubert, t. I, Paris, G. Masson, 1882. — *Ueber die verschiedenen Maassysteme zur Messung electrischer und magnetischer Grossen*, von R. Clausius. Separat-Abdruck aus den *Verhandlungen des naturhist. Vereins der preuss. Rheinlande und Westfalens*, Band XXXIX, 1882. — *Sur les unités électriques*, par M. Maurice Levy, conférence faite à la Société d'encouragement. Paris, Gauthier-Villars, 1882. — *Des grandeurs électriques et de leur mesure en unités absolues*, par E.-E. Blavier. Paris, Dunod, 1881.

seigner la Géométrie en choisissant l'unité de capacité de telle sorte que le volume du cube fût mesuré par 6 fois $\frac{1}{4}$ le cube de son côté, et l'unité de surface telle qu'un rectangle fût égal à 0,000023 fois le produit de ses côtés. Ces coefficients, choisis au hasard par l'auteur, n'ont rien cependant qui soit plus incommode que le facteur π , par exemple, introduit dans la mesure classique du cercle. Qui a songé cependant à bannir le nombre π de la Géométrie? Les géomètres ne le désirent nullement, fort heureusement, car leurs efforts seraient inutiles.

Lorsque les unités sont choisies, les formules sont déterminées, elles changent avec les unités : il y faut introduire des coefficients nouveaux. Le système adopté depuis Euclide, de son temps sans doute déjà fort ancien, permet cependant de changer de longueur sans qu'aucun des énoncés s'en ressente. C'est ainsi que la substitution du mètre à la toise a laissé subsister, sans changement aucun, les théorèmes et les formules de la Géométrie; il n'en eût pas été de même si, les longueurs étant mesurées en mètres, on avait voulu, pour unité de surface, conserver la perche ou l'arpent.

Ces vérités sont évidentes; si nous y insistons, c'est comme introduction seulement à l'étude de cas plus compliqués. Ajoutons qu'une formule de Géométrie, quelle qu'elle soit, l'unité de longueur y restant arbitraire, convient, par cela même, à un nombre infini de figures différentes. Si, par exemple, les côtés d'un triangle étant 3, 4, 5, on en déduit, par l'application d'une formule, que la surface est 6, cela prouve à la fois qu'un triangle dont les côtés sont 4^m, 5^m et 3^m, a pour surface 6^{m²}, et que celui dont les côtés sont 4^{km}, 5^{km} et 3^{km}, a pour surface 6^{km²}. On peut même affirmer, par cela même qu'il existe une formule indépendante de l'unité de longueur, que les triangles dont les côtés sont proportionnels ont leur surface dans le rapport du carré des côtés homologues.

En Mécanique, les grandeurs en présence sont plus nombreuses; pour mesurer les longueurs, les temps, les forces, les masses, les vitesses et les accélérations, on serait en droit d'adopter six unités distinctes et indépendantes; les formules changeraient alors avec le choix que l'on voudrait faire. On pourrait obtenir, quelles que fussent les conventions, la durée de l'oscillation du pendule; mais, si l'on veut à la seconde, par exemple, prise d'abord pour

unité de temps, substituer la minute, il faudra changer la formule et introduire un coefficient nouveau qui, naturellement, serait $\frac{1}{60}$. Dans la formule classique, ce changement s'accomplit de lui-même et résulte de la convention d'après laquelle, avec l'unité de temps, il faut changer l'unité de masse et par suite le nombre qui représente la gravité.

Les mécaniciens, dans leurs formules, laissent trois unités arbitraires dont les autres dépendent. Le nombre de ces unités fondamentales est lié aux principes mêmes de la science : on ne doit ni le diminuer ni l'accroître. M. Blavier, dans un savant Ouvrage cité en tête de cet article, a écrit : Le nombre des unités absolues doit être aussi restreint que possible. Si l'assertion était admise, elle conduirait à n'en adopter qu'une seule. Qui empêcherait en effet, après avoir adopté le mètre pour unité de longueur, de prendre, pour unité de temps, le temps employé par un point de l'équateur terrestre à parcourir, dans sa rotation diurne, un arc égal à l'unité de longueur, et pour unité de force le poids à l'équateur de l'unité de volume d'eau distillée? On définirait ensuite l'unité de masse et l'unité d'accélération, comme on le fait dans les livres classiques. Le mètre, dans ce système, serait la seule unité indépendante. Le savant auteur indique lui-même la possibilité d'une convention qui réduirait à deux le nombre des unités fondamentales ou indépendantes : « On aurait pu », dit-il, « réduire à deux le nombre des unités fondamentales en faisant intervenir la loi de la gravitation universelle. Les unités de longueur et de masse étant fixées, on aurait pris pour unité de force celle avec laquelle s'attirent deux masses égales à l'unité situées à l'unité de distance; puis, de l'unité de force, on aurait déduit l'unité de temps; mais, en fait, on a adopté trois unités fondamentales. » On a eu pour cela d'excellentes raisons, et la règle doit être, contrairement à l'assertion que nous venons de rapporter, d'en adopter le plus grand nombre qui soit compatible avec la condition de pouvoir exprimer tous les théorèmes de la Science par des formules indépendantes du choix de ces unités. Si l'on accroit plus qu'il ne convient le nombre des unités fondamentales, il faudra changer les formules avec les unités adoptées; si on le diminue plus qu'il n'est nécessaire, les formules, il est vrai, pourront subsister, quelles que soient les unités, mais la restriction

inutilement imposée au choix qu'on peut faire de celle-ci restreindra sans nécessité la généralité des résultats exprimés par chaque formule. Si, par exemple, pour réduire le nombre des unités fondamentales à deux, l'unité de longueur et l'unité de masse, on adoptait l'unité de force indiquée plus haut, on ne pourrait plus faire varier l'unité de longueur sans changer avec elle l'unité de temps : le cube de l'une serait dans un rapport constant avec le carré de l'autre, et les formules de la Science pourraient se partager en deux groupes, les unes dans lesquelles la convention nouvelle ne jouerait aucun rôle et qui resteraient vraies, quelles que fussent les unités de longueur et de temps, les autres qu'il faudrait changer avec le rapport du cube de l'une de ces unités au carré de l'autre.

La possibilité de disposer des unités dans l'application de toutes les formules et de représenter par les mêmes nombres les mesures relatives à des problèmes différents, fait apparaître avec une simplicité merveilleuse plus d'une loi importante de la Science. Si l'on a, par exemple, déduit des équations de la Mécanique la durée de l'oscillation d'une corde de longueur égale à l'unité, tendue par un poids égal à l'unité et dont la masse entière soit égale aussi à l'unité de masse, ce problème résolu fournit immédiatement, non comme déduction, mais comme traduction pure et simple du résultat obtenu, la formule générale qui comprend tous les cas, et il ne peut en être autrement, puisque la longueur unité, la force unité et la masse unité sont indépendantes et toutes trois arbitraires. Les conventions connues, en y rattachant l'unité de temps, fixent le sens du résultat. On pourrait contester l'intérêt de cette remarque; un cas particulier, en effet, dans un problème de ce genre, n'est pas moins difficile que le cas général, et l'on ne gagne rien à y réduire le problème. Mais, pour ce cas particulier auquel tout se réduit, rien n'empêche d'interroger l'expérience, et, par une seule observation, de prévoir alors toutes les autres.

L'étude des unités, en Mécanique comme en Géométrie, peut être faite, on le voit, à deux points de vue distincts : la dépendance à établir entre les diverses unités et celles qui, restant arbitraires, sont nommées *fondamentales*, et le choix de ces unités arbitraires rattachées autant que possible à des grandeurs im-

muables aisées à retrouver à toute époque. Les savants français, dans le système métrique, ont donné le type le plus parfait des unités absolues pour la longueur et le poids. La seconde, liée à la durée du jour, remplit également toutes les conditions désirables; mais ces unités, adoptées quand la science du mouvement avait acquis déjà une grande perfection, n'ont conduit à changer aucune des formules ni l'énoncé d'aucune loi.

Pour la théorie de l'électricité, les conventions relatives aux unités ont été proposées dans un ordre inverse; on a choisi d'abord les unités nommées *absolues* qui, comme le mètre, le gramme et la seconde, inscrites en permanence dans la nature, peuvent être retrouvées et vérifiées à toute époque. Gauss et Weber, en les proposant, se préoccupèrent peu des changements qui pourraient résulter d'un choix nouveau des unités fondamentales. Un éminent géomètre anglais, Maxwell, a le premier, je crois, étudié cette dépendance, et, dans un Ouvrage mémorable, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, il a donné le tableau de toutes les variations résultant du changement des unités.

Cette théorie présente une singulière anomalie : deux systèmes sont offerts aux physiciens. Tous les auteurs les font connaître sans exprimer aucun étonnement. Ils sont inconciliables, mais on laisse le choix libre. La résistance, dans l'un d'eux, est assimilée à une vitesse; dans l'autre, à l'inverse d'une vitesse.

La résistance d'un circuit est une vitesse! Cette proposition, énoncée dans les ouvrages classiques par des auteurs dignes de toute confiance, a dû se poser comme une énigme à l'esprit de plus d'un lecteur; mais l'étonnement cesse quand, en examinant la proposition de plus près, on en explique le sens véritable : toute grandeur étant mesurée par un nombre, et tout nombre représentant une vitesse, l'assimilation d'une résistance à une vitesse, si elle signifiait simplement qu'à chaque résistance correspond une vitesse numériquement égale, n'aurait véritablement aucun sens. Mais il y a plus : si l'on change l'unité de longueur et l'unité de temps, les conventions faites sur l'unité de résistance prescrivent de la remplacer par une unité nouvelle; le nombre qui sert de mesure à la résistance d'un certain circuit sera changé; celui qui mesure la vitesse changera aussi, et, malgré ces chan-

gements, leur égalité subsiste. Mais cette égalité est purement numérique, elle a lieu entre les nombres qui représentent deux grandeurs absolument différentes, comme celle que l'on pourrait signaler entre 10^{ks} et 10^{km} , et qui persisterait, si l'on prenait pour unités successivement le gramme et le mètre, le milligramme et le millimètre, le centigramme et le centimètre. Aurait-on cependant le droit de dire, si une convention prescrivait, pour un motif quelconque, de prendre pour unité de longueur une fraction arbitraire du mètre, et pour unité de poids la même fraction du gramme, que les longueurs, par là, deviennent des poids? Ils le seraient ni plus ni moins que, dans le système qui nous occupe, les résistances des vitesses.

Pour faire comprendre plus clairement encore ce qu'un tel rapprochement a d'arbitraire, j'ai cherché, par une convention rationnelle, à faire naître, dans une théorie toute différente, un résultat de forme analogue.

La pression dans un gaz est, d'après la définition adoptée par les physiciens, la force normale exercée sur l'unité de surface de la paroi du récipient qui l'enferme.

On peut choisir un système d'unités qui donne le droit de dire, dans le sens, bien entendu, expliqué plus haut : *La pression, dans un gaz, est le carré d'une vitesse.*

Supposons, en effet, que, voulant embrasser dans les mêmes conventions, les théories chimiques et mécaniques à la fois, on se soit préoccupé tout d'abord de la loi de Gay-Lussac : les équivalents chimiques des gaz représentent, à la même température et à la même pression, des volumes égaux ; si on les représente par des poids, ils sont proportionnels aux densités que l'on a droit de prendre pour leur mesure, et, si l'on choisit enfin pour équivalent unité celui de l'hydrogène, tous les autres deviendront des nombres absolus indépendants du choix des unités fondamentales. L'unité des masses, pour que les densités soient invariables, doit être proportionnelle à l'unité de volume. Les formules de la Mécanique ne seront, par là, nullement altérées, et l'on pourra toujours, F, L, M, T représentant une force, une longueur, une masse et un temps, écrire

$$F = \frac{ML}{T^2};$$

par conséquent,

$$\frac{F}{L^2} = \frac{M L^2}{L^3 T^2}$$

Le premier membre peut représenter une force rapportée à l'unité de surface, par conséquent la pression dans un gaz; le facteur $\frac{M}{L^3}$, par convention, est invariable quand les unités changent, et $\frac{L^2}{T^2}$ représente le carré d'une vitesse, ce qui conduit au théorème énoncé.

Dans ce rapprochement relatif à un ordre de phénomènes mieux connus et d'un mécanisme moins mystérieux que les transports électriques, personne, je crois, ne verra autre chose qu'une convention entièrement arbitraire comme le choix des unités qui la fait naître.

Lorsque, dans le choix d'un système d'unités, on se propose un but défini à l'avance, on doit exiger qu'il soit atteint. Si l'on veut, au contraire, se borner à définir les unités avec exactitude et précision, tous les systèmes sont légitimes. Aucun des auteurs de grande renommée et de grand mérite qui ont traité jusqu'ici la question ne paraît avoir énoncé formellement un principe général et un but à atteindre. Les conventions proposées peuvent dès lors être plus ou moins commodes; dans aucun cas il n'y a lieu de les déclarer fausses. Lorsque, passant en revue, comme on l'a fait, quelques-unes des lois mathématiques démontrées ou admises dans la Science, le choix que l'on fait a pour but de simplifier les équations qui les expriment, le système peut changer avec les lois qu'on a choisies, sans cesser jamais d'être légitime.

L'action de deux masses électriques étant proportionnelle au produit des masses et inversement proportionnelle au carré de la distance, on choisit, par exemple, l'unité de masse électrique de telle sorte que, dans la formule qui exprime cette loi, le coefficient numérique soit réduit à l'unité; chaque unité, à son tour, se trouve définie en vue d'une équation acquise antérieurement à la Science et dans laquelle elle réduit à l'unité un coefficient que la loi physique laisserait arbitraire. Une telle manière de procéder rend la contradiction impossible; mais si, prenant l'analogie pour guide, nous regardons comme désirables dans le système des

unités électriques les conditions qui sont remplies pour les unités géométriques, mécaniques ou calorifiques, nous constaterons sans peine que, dans la théorie électrique, elles ne le sont pas.

Les divers systèmes adoptés, en dehors des théories électriques, sont tels, que les formules exprimant les lois de la Science puissent rester invariables lorsqu'on change d'une manière arbitraire les unités fondamentales, laissées aussi nombreuses que possible.

Cette condition, par exemple, est remplie pour la Mécanique; dans toutes les formules de la Science, l'unité de temps, l'unité de longueur et l'unité de masse sont arbitraires; elles peuvent varier, on en déduit les autres lois suivant une loi connue, et les formules ne sont pas changées.

Les deux tableaux proposés par Maxwell et considérés depuis, par tous les auteurs, comme également acceptables, ne satisfont pas à cette condition. Il importe d'insister sur ce point.

Si, dans un système de conducteurs isolés ou parcourus par des courants, on se donne les forces électromotrices mises en jeu, les résistances électriques des diverses parties de l'appareil, les courants d'induction qui prennent naissance, les forces d'attraction ou de répulsion mutuelles mises en jeu, toutes les circonstances enfin du phénomène, on pourra mesurer toutes les grandeurs par des nombres qui serviront de définition au système. Si l'on change les unités fondamentales, les nombres restant les mêmes, les grandeurs de tout genre qu'ils représentent, longueurs, temps, masses, forces, vitesses, intensités de courants, charges électriques, résistances, etc., changeront à la fois. Le système nouveau qu'elles définissent sera-t-il possible? Nous pouvons aisément démontrer le contraire, soit qu'on adopte le système électrostatique ou que l'on préfère celui qu'on a nommé *électrodynamique*.

L'application des deux tableaux proposés par Maxwell à un problème quelconque dans lequel figurent à la fois des actions électrostatiques et électrodynamiques montre en effet que, dans chacun des deux systèmes proposés, à un changement d'unité correspondent, pour la mesure de ces forces de nature diverse, des multiplicateurs différents. Sans reproduire ici le tableau tout

entier, bornons-nous à rappeler que, dans le système électrostatique, on lit :

Masse électrique..... $F^{\frac{1}{2}}L$,

Intensité d'un courant..... $F^{\frac{1}{2}}\frac{L}{T}$.

Si donc l'unité de force, l'unité de longueur et l'unité de temps sont les unités fondamentales, il suffirait de changer l'unité de temps, en laissant les deux autres invariables, pour changer la mesure des intensités de courant, et, par conséquent, l'évaluation numérique des forces provenant des actions électrodynamiques, sans altérer celle des forces dont l'origine est électrostatique. Le système nouveau, au point de vue mécanique, ne serait donc pas semblable à l'ancien, puisque, parmi les forces mises en jeu, quelques-unes restant invariables, les autres seraient multipliées par un facteur arbitraire.

Dans le système électrodynamique, on lit :

Masse électrique..... $F^{\frac{1}{2}}T$

Intensité d'un courant..... $F^{\frac{1}{2}}$

et, si l'on change l'unité de temps, les mesures des forces électrostatiques seront multipliées par un facteur arbitraire, celles des forces électrodynamiques restant invariables. Ces nombres nouveaux, si l'on revient aux unités anciennes, représenteront un système dont la similitude avec le système primitif est impossible. Quelle est la cause de cette déception? On pourrait se borner à répondre que, en définissant le système des unités, on ne s'est nullement proposé la condition que nous cherchons à vérifier; il n'y a donc pas à s'étonner qu'elle ne soit pas remplie; non seulement on n'a jamais prétendu rendre toutes les formules générales, mais les auteurs soigneux, en exposant cette théorie, ont expressément signalé les coefficients qui doivent varier dans certaines formules avec le choix des unités. Il ne saurait, par suite, être question ici d'erreur commise, mais de choix plus ou moins habile, et nous conservons le droit de chercher si l'on pourrait, par d'autres conventions, rendre *toutes* les formules indépendantes des unités fondamentales et mettre en évidence les lois de la similitude électrique. La réponse négative semble résulter de l'étude même tant

de fois déjà reproduite ; si les systèmes proposés exigent tous deux que, dans certaines formules, un coefficient change avec le choix des unités, c'est qu'il a été impossible de tout concilier. M. Maurice Lévy, dans le savant travail qu'il a consacré à cette question, signale en effet une relation nécessaire entre trois coefficients qui figurent dans le premier membre d'une équation dont le second est une vitesse. Tous trois ne peuvent donc pas rester invariables, et, si l'on change les unités, de manière à altérer l'expression numérique des vitesses, l'un des coefficients au moins doit changer.

En examinant cependant les formules mises tout d'abord en présence, on reconnaît que l'une d'elles, acceptée à la fois dans les deux systèmes comme restant invariable, quelles que soient les unités, pourrait être supprimée sans inconvénient :

L'intensité d'un courant est mesurée par la quantité d'électricité qui, dans l'unité de temps, traverse une section du fil.

Ce principe, qu'il ne semble pas possible de vérifier expérimentalement, est proposé comme un axiome, et c'est pour maintenir invariable, sans y introduire aucun coefficient numérique, l'exactitude de l'équation qui l'exprime, qu'on s'est interdit de rendre toutes les autres à la fois générales. En supposant même que l'on puisse justifier cette conception du courant et l'assimilation à un flux d'électricité, ou même à un double flux de deux masses égales et de signes différents, la proportionnalité, seule, non l'égalité des deux membres de l'équation, pourrait en résulter, et l'on aurait le droit d'introduire comme multiplicateur de l'un d'eux un facteur variable avec le choix des unités. M. Maurice Lévy en fait judicieusement la remarque, mais il ajoute : « On considérerait comme très incommode d'avoir à faire usage d'un coefficient pour passer de l'unité d'électricité à l'unité de courant ; aussi le système qui l'exigerait n'est pas utilisé. »

Ce système, cependant, est le seul qui puisse mettre en évidence la loi complète des similitudes électriques. On doit remarquer, en outre, que l'équation dont il s'agit ne figure en fait, et ne semble pouvoir figurer à aucun titre, dans la solution d'aucun problème. La quantité d'électricité qui, dans l'unité de temps, traverse la section d'un fil conducteur ne peut se présenter en effet, à côté de l'intensité, ni comme donnée ni comme inconnue ;

on ne la mesure directement dans aucun appareil, on ne cherche dans aucun cas à la déterminer par le calcul. Loin de pouvoir être considérée comme incommode, l'introduction d'un coefficient variable dans l'équation qui lie l'intensité à la masse électrique en mouvement resterait donc absolument inaperçue, et l'on pourrait, par conséquent, réduire à l'unité en même temps les deux coefficients dont un seul disparaît dans chacun des systèmes devenus classiques.

Le système ainsi obtenu, qui semble présenter plus d'avantages qu'aucun autre, ne différerait d'ailleurs de celui qu'on a nommé *électrodynamique* que par le changement de l'unité d'électricité statique et des grandeurs qui en dépendent immédiatement.

Je ne puis terminer cet article sans parler d'une remarque, très singulière assurément, dont peut-être, cependant, on a exagéré l'importance.

Si, après avoir choisi les trois unités fondamentales, de longueur, de temps et de force, on rapporte les grandeurs électriques successivement aux unités correspondantes dans les deux systèmes nommés *électrostatiques* et *électrodynamiques*, on obtiendra pour chacune d'elles des mesures différentes. Le rapport de ces deux mesures peut, pour toutes les grandeurs, être assimilé à une vitesse ou à une puissance d'une vitesse dont l'exposant est 1, 2 ou -1 ; cette vitesse, la même pour tous les rapports, change d'expression numérique avec le choix des unités, mais représente toujours une même rapidité, que l'on peut calculer, et qui, chose singulière, diffère fort peu de la vitesse de la lumière.

Aucune explication plausible n'a été donnée de ce rapprochement réellement singulier, dans lequel on a vu la preuve d'une dépendance nécessaire, quoique cachée, entre les deux théories. Y a-t-il vraisemblance, en suivant, sans aucune préoccupation des théories optiques, des conventions logiquement enchaînées relatives à l'électricité seulement, de rencontrer fortuitement la vitesse de la lumière ou, tout au moins, une vitesse peu différente? Une rencontre aussi imprévue a très justement attiré l'attention. Il faut remarquer cependant que, sur la route qui y conduit, se placent des conventions qu'on aurait pu ne pas faire. Le résultat, d'ailleurs, dans les systèmes adoptés, ne répond, en dehors de la coïncidence des chiffres, à aucune conception physique.

Il en serait autrement si, adoptant le système d'unité qui permet de représenter toutes les formules sans introduire de coefficients variables, on renonçait à définir l'intensité du courant comme égale à la quantité d'électricité qui traverse, dans l'unité de temps, une des sections du fil. Les conventions seraient les suivantes : l'attraction de deux masses électriques étant démontrée *proportionnelle* à leur produit et en raison inverse du carré de la distance, on décide qu'elle est égale au produit des masses divisé par le carré de la distance, et par là se trouve définie l'unité de la masse électrique.

L'action de deux éléments de courant étant supposée représentée par la formule même d'Ampère, sans adjonction d'aucun coefficient constant ou variable, l'unité d'intensité se trouve définie.

Ces conventions étant admises, si l'on regarde l'intensité d'un courant comme *proportionnelle* à la quantité d'électricité qui, dans l'unité de temps, traverse la section du fil, il n'est plus possible de transformer cette proportionnalité en égalité, et le flux électrique, dans cette hypothèse, se trouvera représenté par le produit de l'intensité par la vitesse de la lumière. Lors donc qu'on assimile le circuit voltaïque à un courant continu d'électricité, si l'on veut supposer la vitesse de celle-ci égale à la vitesse de la lumière, chaque unité de longueur du fil contiendra, à chaque instant, une masse électrique numériquement égale à l'intensité du courant.

La même conclusion s'appliquerait à l'hypothèse plus satisfaisante, quoique sujette encore à de grandes difficultés, dans laquelle on suppose deux courants d'électricité positive et négative cheminant en sens opposé avec des vitesses égales.

Dans la comparaison des deux systèmes qu'on a nommés *électrostatique* et *électrodynamique*, le rapport des nombres qui représentent une même grandeur électrique se trouve, pour toutes successivement, intimement lié à une vitesse qui diffère peu de celle de la lumière. Cette circonstance soigneusement remarquée n'ajoute rien à l'importance, quelque grande qu'on veuille la faire, du premier rapprochement. Les divers éléments électriques se rattachent, en effet, les uns aux autres par des relations simples qui peuvent servir de définition. Le produit de la résistance par le carré de l'intensité, par exemple, doit représenter un

travail, et, comme conséquence, la variation du nombre qui représente l'intensité dépend nécessairement de celui qui représente la résistance. La force électromotrice divisée par la résistance donne l'intensité ; cette relation peut lui servir de définition, et, quand on change d'unités, les variations de deux des trois grandeurs ainsi enchaînées déterminent celles de la troisième. C'est pour cela que la vitesse de la lumière, introduite, fortuitement ou non, dans le rapport de deux mesures, ne pouvait manquer de se retrouver dans toutes les autres.

Nous indiquions, quelques pages plus haut, par quelles considérations un physicien aurait pu être conduit à adopter pour unité de masse la masse de l'unité de volume d'hydrogène, en laissant d'ailleurs indéterminées les unités de longueur et de temps. La pression d'un gaz dans ce système, c'est-à-dire la force exercée sur l'unité de surface, peut être assimilée numériquement, quelles que soient les unités fondamentales restées arbitraires, au carré d'une vitesse. Un calcul facile fait connaître cette vitesse, égale, pour l'air atmosphérique, à 1^{km} environ par seconde (1070^{m}), peu différente, on peut le constater, de la moitié de la vitesse imprimée à un point de l'équateur solaire par la rotation de l'astre sur lui-même.

Loin de moi la pensée d'assimiler les deux cas ; personne assurément n'oserait, sur un tel indice, chercher une dépendance entre la théorie des gaz et le phénomène de la rotation solaire ; et, si la vitesse de la lumière, inopinément introduite dans l'étude des unités électriques, a mérité la plus soigneuse attention, c'est que, indépendamment de ce rapprochement inexplicé, les physiciens et les géomètres, depuis longtemps déjà, attendent des progrès de la Science la fusion complète des deux théories.