BULLETIN DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Comptes rendus et analyses

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 7, nº 1 (1883), p. 325-339

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1883_2_7_1_325_0>

COMPTES RENDUS ET ANALYSES.

MAXIMILIEN MARIE. — HISTOIRE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES. — Tome I : *De Thalès à Diophante;* tome II : *De Diophante à Viète.* Paris, Gauthier-Villars ; 1883. 2 vol. in-12 de VIII-286 et VIII-316 pages.

« L'histoire que j'ai désiré écrire est celle de la filiation des idées et des méthodes scientifiques. Il ne faut donc chercher dans cet Ouvrage ni tentatives de restitutions de faits inconnus ou d'Ouvrages perdus, ni découvertes bibliographiques, ni discussions sur les faits incertains ou les dates douteuses, ni hypothèses sur la science des peuples qui ne nous ont transmis aucun monument certain de leur savoir. » C'est en ces termes que l'auteur précise le but qu'il s'est proposé, le plan qu'il a suivi.

En France, nous ne possédons point encore d'Ouvrage qui retrace sous une forme rapide l'histoire des Sciences : pour les Mathématiques, les deux volumes de Bossut sont rares et d'ailleurs bien imparfaits : l'Histoire de M. Hoefer pèche sous le rapport de la compétence mathématique ; des histoires raisonnées de la Physique et de la Chimie sont encore à faire. Il faut donc savoir gré à l'éminent professeur d'avoir cherché à combler ces lacunes. En qualité de géomètre, il devait insister surtout sur les Mathématiques. Les lecteurs qui connaissent la tournure de son esprit et les tendances concrètes de ses travaux devinent quelle partie des Mathématiques a été traitée le plus favorablement.

D'ordinaire les géomètres méprisent l'érudition : à quoi bon feuilleter les index, lire les manuscrits, collationner les textes pour arriver à quoi ? Souvent en dernier lieu à une traduction qui est une simple identité algébrique. M. Maximilien Marie n'est pas de ce nombre : on pourrait lui reprocher cependant d'avoir été parfois trop géomètre. Quelques inexactitudes de détail et quelques inadvertances plus ou moins regrettables pourraient être signalées ; mais ces défauts disparaîtront facilement d'une seconde édition.

L'auteur fait commencer son Histoire à la Grèce. Certains lecteurs regretteront peut-être de n'y rien trouver sur l'Égypte, sur

Babylone, sur la Chine : ceux qui savent combien ce champ, riche en investigations laborieuses, est pauvre encore de faits bien établis, le regretteront moins. Au reste, ce n'est pas dans un simple compte rendu que l'on peut discuter toutes les questions que soulève le présent Ouvrage : nous nous contenterons de résumer les idées personnelles et d'esquisser à grands traits, en laissant dans l'ombre les sciences physiques, le tableau que M. Maximilien Marie lui-même a peint sommairement.

L'auteur a divisé son histoire en périodes; il résume d'abord les principales conquêtes de chaque période, puis il passe aux auteurs qu'il étudie individuellement dans leur vie et dans leur œuvre.

Caractérisant l'esprit mathématique des Grecs, M. Maximilien Marie insiste surtout sur la tournure géométrique de leurs recherches. Les Grecs raisonnaient toujours sur les grandeurs elles-mêmes, jamais sur leurs mesures : la pensée de séparer leur Algèbre de leur Géométrie, c'est-à-dire l'art de raisonner de l'objet du raisonnement ne leur est jamais venue. Et cependant beaucoup de leurs recherches constituent une véritable Algèbre; à cette science il ne manque que le nom et elle sera d'une grande utilité le jour où les mathématiciens, ayant perfectionné le calcul numérique, inventeront les notations.

Les connaissances qui nous sont parvenues sur les premiers mathématiciens grecs sont très incomplètes. Thalès, Anaximandre, Anaximène, voilà les trois noms auxquels se rattachent les progrès de la Mathématique avant Pythagore. Quelques aperçus sur la similitude des figures, l'invention du gnomon et quelques notions sur l'Astronomie : voilà en somme tout ce que les Grecs leur attribuent le plus communément. Encore n'est-il pas très sûr que ces découvertes soient de leur invention; peut-être les ont-ils seulement rapportées d'Égypte : Thalès au moins a certainement voyagé dans ce pays.

Le mystère s'éclaircit un peu avec Pythagore; mais ici encore règne une grande obscurité. Il paraît certain qu'il admettait le mouvement de la terre, au moins le mouvement diurne. Quant à son célèbre théorème de l'équivalence entre le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle et la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit, il est bien moins authentique; toutefois Pythagore contribua beaucoup à l'avancement des Sciences, non seulement par ses découvertes, mais encore par l'immense autorité dont il jouissait dans toute la Grèce : désormais ces sciences seront regardées comme indispensables à la Philosophie, et c'est en effet des écoles pythagoriciennes que nous voyons sortir les mathématiciens des âges suivants.

L'auteur leur accorde de courtes mentions; mais il s'arrête un peu plus sur Philolaüs, dont nous pouvons nous faire une idée par les réfutations d'Aristote. Nous savons que Philolaüs admettait le système héliocentrique à peu près comme nous le connaissons aujourd'hui, c'est-à-dire avec le double mouvement de la Terre et la révolution des planètes autour du Soleil. M. Marie pense que ce sont là ses propres inventions et non celles de son maître Pythagore.

Nous arrivons à l'ère des grands philosophes grecs. C'est à Platon qu'il faut attribuer l'introduction de cette méthode de recherches qui suppose le problème résolu. Nous n'avons pas de découvertes mathématiques à noter de la part de son grand disciple Aristote. Mais les sciences physiques doivent beaucoup, sinon à ses découvertes personnelles, au moins à sa vaste synthèse de toutes les connaissances. Revenant aux mathématiciens, notons Eudoxe de Cnide, Ménechme, enfin Dinostrate, l'inventeur de la célèbre quadratrice, qui devait servir à la quadrature du cercle, l'un des deux grands problèmes de l'antiquité grecque; l'autre était la duplication du cube.

Les recherches progressent et se multiplient; mais nous ne sommes que très imparfaitement renseignés sur la part de chacun dans les progrès accomplis; ici, un nom; là le titre d'un Ouvrage, et c'est tout. Mais, si nous ne connaissons pas les hommes, nous connaissons d'autant mieux les résultats de leurs travaux. Un esprit supérieur a résumé tous ces efforts en une œuvre à laquelle il a attaché pour toujours son nom. Toute cette partie des Mathématiques portera désormais le nom de *Géométrie euclidienne*. M. Marie nous donne une analyse très complète des *Éléments;* il insiste sur le caractère algébrique de plusieurs théorèmes qui sont pourtant prouvés par Euclide d'une manière toute géométrique. Au point de vue d'une histoire générale, il semble qu'il aurait pu insister plus longuement sur les autres Ouvrages du célèbre géomètre.

Avec Euclide finit la première période de la Mathématique grecque. Avant de passer aux suivantes, M. Marie nous donne un aperçu des résultats obtenus dans la théorie des coniques. Il est impossible de préciser l'œuvre de chacun. Mais Apollonius de Perge ayant eu la probité de séparer ses propres découvertes de celles de ses prédécesseurs, nous sommes en état de déterminer avec quelque précision les progrès de toute l'époque.

C'est durant la seconde période que, d'après M. Marie, le calcul numérique commence à s'introduire dans les recherches théoriques à propos de certains rapports présentant un intérêt spécial dans les recherches astronomiques; cependant la distance qui sépare les notions de raison et de rapport n'est pas encore franchie : il y a une raison entre les longueurs de la circonférence et du rayon d'un cercle, et l'on va chercher la grandeur de la circonférence dont on donne le rayon; mais on ne pensera pas encore à chercher le rapport de la circonférence au diamètre.

Aristarque, de Samos, qui ouvre la seconde période, est surtout connu comme astronome. Dans le *Traité des distances du Soleil et de la Lune,* le seul qui nous soit parvenu, il admet que l'angle sous lequel on voit la distance de la Lune et du Soleil, au moment de la lune dichotome, diffère d'un quadrant de 3°; la différence n'est en réalité que de 9′. Mais, si Aristarque, faute d'instruments précis, se trompe nécessairement sur les données numériques, la méthode est d'une justesse parfaite. En dehors de ce Traité, nous savons encore, par un passage de l'*Arénaire* d'Archimède, qu'Aristarque adhérait aux opinions des pythagoriciens sur le mouvement de la Terre.

Ératosthène est connu surtout par son évaluation de la grandeur du méridien, la première, nous dit l'auteur, qui ait été recherchée par des moyens rationnels. Il l'a trouvée de 252000 stades, nombre qui, d'après une opinion émise par Vincent et accueillie avec quelque scepticisme par l'auteur, se rapprocherait de beaucoup des évaluations modernes.

Après Ératosthène vient un des savants les plus célèbres de toute l'antiquité : Archimède. L'étude de ses travaux est un des Chapitres les plus intéressants du Livre. Rien en effet ne saurait exciter autant notre admiration pour les mathématiciens de l'antiquité que de voir Archimède sans Calcul infinitésimal parvenir à des résultats si considérables. Suivant l'ordre adopté par Peyrard, M. Marie étudie d'abord le *Traité de la sphère et du cylindre*, puis les *Traités des conoïdes et sphéroïdes, des hélices, de l'équilibre des plans, de la quadrature de la parabole, des corps portés par un fluide, de la mesure du cercle*, enfin *l'Arénaire*. Partout M. Marie s'est appliqué à faire ressortir non seulement l'ingénieuse simplicité des solutions, mais encore leur caractère algébrique. C'est ainsi que la V^{e} proposition du second Livre du *Traité de la sphère et du cylindre* contient une équation du troisième degré ayant trois racines réelles. L'exposé de la VIII^{e} proposition du second Livre des *Corps qui sont portés sur un fluide* nous semble particulièrement remarquable. M. Marie s'en sert pour démontrer sa thèse : que « les grands mathématiciens grecs étaient en possession d'une véritable méthode de calcul algébrique, dont ils n'ont laissé aucune trace dans leurs écrits, parce qu'ils n'ont pas voulu faire à part la théorie de ces procédés logistiques, soit qu'ils en regardassent la possession comme inhérente au génie et intransmissible par cela même, soit que, n'ayant pas imaginé les signes auxquels nous recourons pour rendre nos formules saisissables, ils aient reculé devant la longueur des explications qu'ils auraient dû fournir en langage ordinaire, soit enfin qu'ils craignissent de n'être pas compris » (p. 118).

Ce qui nous est parvenu des Livres d'Archimède nous donne une idée exacte de son œuvre mathématique. Mais la plupart de ses inventions physiques ne nous sont parvenues qu'à travers les récits parfois exagérés et presque toujours confus de ses contemporains. Des quarante machines qui lui sont attribuées par les Anciens, nous ne pouvons citer comme parfaitement authentique que son application de la vis à élever l'eau dans un cylindre tournant simplement autour de son axe.

Il est presque contemporain d'Archimède, cet autre grand géomètre qui, comme lui, a poussé la Géométrie au delà des frontières que semblait lui assigner l'application des méthodes élémentaires. La gloire d'Apollonius de Perge, aux yeux de ses contemporains, a au moins égalé celle d'Archimède. M. Marie étudie un à un les Livres du fameux *Traité des coniques*. Il nous donne l'énoncé des propositions les plus remarquables ; souvent il donne *in extenso* en langage moderne les démonstrations. Outre le *Livre des coni-*

ques, Apollonius avait laissé sur les méthodes arithmétiques un Ouvrage dont nous ne pouvons nous faire une idée.

Ctésibius, d'Alexandrie, n'est connu que comme père ou précepteur de Héron l'Ancien. Héron est l'auteur de la fontaine qui porte son nom et de plusieurs ouvrages physiques. Mais ce ne serait là qu'une très petite partie de sa gloire, si l'on parvenait à établir (assertion avancée par plusieurs historiens modernes) qu'il est l'auteur du *Traité de la Dioptre,* un des livres les plus célèbres dans les sciences mathématiques. On disait au moyen âge : apprendre Euclide, Ptolémée, Héron, comme nous disons : apprendre la Géométrie, l'Astronomie, la Géodésie.

Mais ce *Traité de la Dioptre* est-il bien de Héron l'Ancien? Voilà un problème qui ne nous semble pas encore entièrement résolu. L'affirmative a été soutenue par Venturi et, dans ces derniers temps, par M. Cantor. M. Marie se range décidément du côté de la négative. D'après lui le Traité en question serait ou de Héron le Jeune, mathématicien du VIII^e siècle, ou peut-être d'un troisième géomètre du même nom, mais qui serait en tous cas postérieur à Ptolémée. On trouve en effet dans *la Dioptre* la formule de la mesure de l'aire d'un triangle en fonction des mesures de ses côtés :

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

Si cette formule était de Héron l'Ancien, Ptolémée l'aurait appliquée et avec quels avantages! lui qui, pour résoudre un triangle, le décompose toujours en deux triangles rectangles. En outre, comment admettre que cette formule soit d'un mathématicien du II^e siècle avant l'ère chrétienne, quand on ne voit nulle part, dans les auteurs grecs, même la formule $S = \frac{1}{2} bh$, si simple pourtant et qui aurait dû nécessairement précéder l'autre de beaucoup? Comment admettre tout un système compliqué, dont l'essentiel consiste à mesurer des surfaces par des longueurs linéaires, quand on voit que les Grecs n'ont pas les formules des mesures des surfaces et des volumes, dont les équivalences nous fournissent le plus souvent des relations entre les éléments linéaires? Comment admettre qu'un Grec si peu accoutumé à faire abstraction de l'objet du raisonnement ait pu imaginer un produit de quatre lignes? Ce sont là des objections très sérieuses, et elles sont présentées avec beaucoup de force par M. Maximilien Marie.

Les méthodes pour l'évaluation numérique, dans certains cas particuliers des grandeurs géométriques définies par des figures qui ne pourraient pas les fournir d'une façon utile, ne prennent corps qu'après Héron, et c'est même là ce qui constitue la caractéristique de la troisième période, d'Hipparque à Diophante. L'auteur nous montre comment les Grecs comptaient avec leurs fractions sexagésimales, qu'ils ne poussaient cependant pas au delà des secondes. Il nous développe les points principaux de la trigonométrie d'Hipparque et de Ptolémée; il nous montre comment, à l'aide du théorème sur le quadrilatère inscrit, on arrive à calculer la corde d'un arc assez petit pour pouvoir former la raison de la progression arithmétique des arcs d'une table suffisamment complète. A l'aide de ces cordes qui remplaçaient toutes nos fonctions trigonométriques, on calculait les triangles rectangles, puis des triangles quelconques, en les décomposant en triangles rectangles. Dans le cas où l'on connaissait un côté et les angles, on se servait aussi de notre formule sur la proportion des sinus qui, bien entendu, était exprimée comme s'appliquant aux cordes des arcs doubles. Des procédés analogues, plus compliqués, s'appliquaient à la Trigonométrie sphérique.

La plupart de ces progrès sont l'œuvre d'Hipparque; mais ce n'est pas là le plus grand mérite de cet homme étonnant, un des plus grands sans doute de toute l'antiquité. Hipparque fut surtout astronome, et comme tel il a, par l'intermédiaire de son successeur Ptolémée, fait la loi à tous les siècles suivants, jusqu'à la grande réformation de Copernic. C'est aussi par l'intermédiaire de Ptolémée que nous pouvons juger aujourd'hui ses travaux, car de tout ce qu'il a écrit nous ne possédons guère que le *Commentaire d'Aratus,* ouvrage de début et de peu d'importance d'ailleurs. Ses grandes découvertes sont toutes postérieures à ce Livre. La première fut celle de la précession des équinoxes. Hipparque assigna ensuite à la longueur de l'année une nouvelle valeur, qui est trop forte de $6^{m}\frac{1}{3}$; il remarqua l'inégalité dans les mouvements en longitude de la Lune et du Soleil et leur attribua d'après cela des orbes circulaires excentriques; il détermina l'excentricité et la ligne des apsides de l'orbite du Soleil avec une grande exactitude; il ne fit pas, il est vrai, une théorie complète de la Lune, mais il détermina la durée de la révolution synodique, de la révolution anomalistique et de celle de la ligne des nœuds, ainsi que l'inclinaison du plan de l'orbite lunaire sur l'écliptique; il essaya de déterminer les distances des astres, et sa valeur pour la parallaxe horizontale de la Lune est d'une exactitude surprenante; il détermina les durées des révolutions des cinq planètes connues alors. Voilà certes assez de résultats pour justifier le jugement de Delambre : « C'est le plus grand de tous dans les sciences qui ne sont pas purement spéculatives. »

D'Hipparque à Ptolémée nous avons, comme le dit justement M. Marie, plus d'écrivains que de savants : Possidonius, connu par ses relations avec Cicéron; Nicomède, l'inventeur de la conchoïde, qui porte son nom; Sosigène, qui opéra la grande réforme du calendrier romain; Manilius, auteur du poème latin intitulé *Astronomicon;* Sérénus, auteur de Livres sur les sections du cylindre et du cône; Ménélaüs, dont les *Sphériques* contiennent quelques problèmes importants sur la Trigonométrie sphérique; enfin Théon de Smyrne, auteur de deux Ouvrages sur l'Arithmétique et l'Astronomie. M. Marie donne une analyse complète des travaux de Théon, non point qu'ils soient bien importants, mais ce sont les seuls à peu près qui puissent nous donner une idée de l'enseignement pythagoricien à cette époque. Outre quelques formules sur les propriétés des nombres, énoncées d'ailleurs sans aucune démonstration, on y trouve nombre de considérations absurdes ou chimériques.

Cependant la vraie science marchait encore. Ptolémée est un contemporain de Théon. M. Marie s'efforce de rendre justice à cet astronome célèbre, longtemps porté aux cieux, puis précipité tout à coup de son piédestal. Il cherche à séparer les découvertes de Ptolémée de celles qu'avaient faites Hipparque et ses successeurs; c'est à eux qu'appartiennent pour la plupart les observations dont se sert Ptolémée; il a emprunté aussi à Hipparque ses méthodes et même jusqu'à une partie de ses calculs; toutefois ce qu'il dit des planètes lui appartiendrait en propre; il est aussi entièrement original dans sa théorie de la Lune, où il appliqua son fameux *épicycle*, qui lui permit de dresser des Tables très exactes. Dans son système du monde il faisait décrire aux planètes des épicycles dont les centres parcouraient des cercles concentriques à la Terre; enfin le plan de l'épicycle éprouvait un balancement convenable. On pourra lire dans le Livre de M. Marie comment, à l'aide de ces suppositions, Ptolémée arrivait à accorder son hypothèse avec le mouvement apparent des planètes. Outre le grand Ouvrage astronomique, nommé généralement *Almageste*, nous avons de Ptolémée plusieurs autres. dont les plus importants sont la *Géographie* et l'*Optique*. Il a découvert aussi quelques théorèmes géométriques de grande importance.

Ce premier Volume se termine par un Chapitre intitulé: *L'Algèbre des géomètres grecs;* c'est cette science perdue que M. Marie s'est efforcé de restituer autant que possible avec des éléments fournis principalement par les écrits d'Euclide.

Le deuxième Volume s'ouvre avec la quatrième période, qui va de Diophante à Copernic. Nous voyons s'opérer la convergence entre les travaux des géomètres et les travaux des arithméticiens, jusque-là étrangers les uns aux autres.

Chez les Hindous, les Mathématiques s'étaient développées dans un tout autre sens qu'en Grèce. A côté de notions géométriques très faibles et parfois même ridiculement fausses, ils avaient ce qui manqua aux Grecs, un système arithmétique d'une haute perfection. C'est par leur influence et celle des Arabes que s'opéra le rapprochement de la Géométrie et de l'Arithmétique grecques. Cependant M. Marie nous fait remarquer que la plupart des savants de cette époque, « quoique ayant directement ou indirectement bénéficié des recherches des Hindous, n'en sont pas moins restés les disciples immédiats des Grecs ». Il cherche donc à rattacher leur Algèbre à la Géométrie. Il remarque que leurs valeurs connues sont toujours et leurs valeurs inconnues très souvent commensurables.

Le Chapitre sur Diophante renferme la traduction d'un grand nombre de questions arithmétiques; elles nous donnent la plus haute idée du génie mathématique de Diophante; mais en même temps elles nous prouvent qu'il n'était pas en possession d'une méthode générale pour la résolution des équations. L'isolement de l'inconnue est la suite d'un artifice quelconque, qui en somme n'est applicable qu'au cas spécial. Mais Diophante a-t-il vraiment ignoré toute formule générale? M. Marie ne le pense pas; il suppose au contraire « que Diophante en sait plus long qu'il ne veut en avoir l'air », et c'est surtout l'examen des conditions de possibilité, ajoutées dans quelques problèmes, qui lui suggèrent à juste titre cette idée.

Avec Pappus nous revenons aux géomètres. De tous ses Ouvrages nous ne possédons que les *Collections mathématiques,* Ouvrage très incomplet, très maltraité des copistes et qui était destiné à servir de commentaire à d'autres, que pour la plupart nous ne possédons plus. M. Marie donne une analyse très complète des fragments du second Livre d'après Delambre, et des autres d'après Commandin. On y trouve un grand nombre de théorèmes géométriques très remarquables, entre autres le premier exemple d'une surface courbe quarrable, plusieurs théorèmes sur la théorie des transversales, le théorème connu sous le nom de Guldin, une théorie de la sphère différente de celle de ses prédécesseurs, etc. En somme, M. Marie, tout en admirant beaucoup les travaux de Pappus, trouve que toutes les voies ouvertes par lui ne menaient et ne pouvaient mener qu'à un groupe de théorèmes, très intéressants sans doute, mais forcément restreint.

Après Pappus, si nous poursuivons l'histoire des mathématiciens gréco-romains, nous entrons en pleine décadence. Le nom d'Hypatia a eu un grand retentissement à cause de sa mort. Mais de ses travaux mathématiques, nous ne connaissons que les titres.

Il faut franchir plusieurs siècles pour retrouver un mathématicien d'un mérite réel : Boèce, un Romain, ministre du roi des Ostrogoths, longtemps comblé de la faveur royale, enfin emprisonné et mis à mort. Il nous a laissé plusieurs Traités; mais c'est surtout l'Arithmétique qui nous intéresse ici. Nous y trouvons notre système de numération écrite. Gerbert, Adelhart de Bath et tous ceux qu'on a nommés justement *Abacistes* ont écrit sur l'abacus des Traités qui, en somme, ne sont qu'une paraphrase de Boèce. C'est donc bien de ce dernier que provient en grande partie la science arithmétique du moyen âge; mais lui-même, où l'avait-il puisée? Doit-on admettre que ces méthodes ont existé de tout temps en Grèce, et alors pourquoi les grands géomètres ne nous en ont-ils laissé aucune mention? Ces méthodes se sont-elles développées au contraire dans la période de décadence? Ont-elles été importées de l'Inde, où nous voyons à cette époque briller les recherches numériques? On a émis ces différentes hypothèses et on les a défendues avec beaucoup d'érudition. Pour nous, nous croyons avec Chasles, Th.-H. Martin, Cantor, à l'origine grecque et latine de ce système. Boèce en fait honneur aux Pythagoriciens : les chiffres ont, avec les sigles latins des noms de nombre corréspondants, des ressemblances frappantes; il a suffi de supprimer les colonnes du vieil abacus et de remplacer les anciens jetons par des chiffres pour arriver à notre système de numération écrite. M. Marie se range du côté de ceux qui soutiennent l'importation hindoue. Le premier arithméticien hindou que nous connaissons (Aryabhâta) est à peu près contemporain de Boèce. Mais son système est déjà très développé et il est très probable qu'il a eu des prédécesseurs. Ce serait donc à ces géomètres que Boèce aurait emprunté ses connaissances.

Jamais Aryabhâta n'avait été aussi parfaitement traité dans une histoire. C'est d'après la traduction de M. Rodet que l'auteur analyse l'*Aryabhatiyam*. Nous y voyons une valeur remarquablement approchée de $\pi\,(=3{,}1416)$, la résolution complète de l'équation du second degré, les formules pour la somme des carrés et des cubes, et enfin une table trigonométrique. Cette dernière est remarquable, non seulement parce qu'elle donne les sinus sans passer, comme l'ont fait les Grecs, par les cordes, mais aussi par l'emploi d'une formule d'interpolation, qui est d'une exactitude absolue. Mais si l'Aryabhatiyam nous fait admirer toute la hauteur de l'esprit hindou, il nous en montre aussi les bornes. Nous y trouvons une formule singulièrement fausse pour le volume de la pyramide.

Plus d'un siècle après Aryabhâta vient Brahma-Gupta. Nous avons de lui des Traités d'Arithmétique (*Ganita*) et d'Algèbre (*Kuttakâ*) qui sont tous deux des Chapitres d'un Ouvrage astronomique, le *Brahma-Sphûta-Siddhânta*. Ces Traités cèdent en importance à l'Aryabhatiyam; ils contiennent entre autres choses l'énoncé du théorème pour l'aire du quadrilatère inscrit en fonction de ses côtés, formule entièrement inconnue des Grecs; l'auteur pense que la formule d'Héron pourrait bien dériver de celle de Brahma-Gupta.

Pendant ce temps s'éteignaient en Occident les dernières lumières de la civilisation gréco-romaine. Anthemius, Eutocius, Dioclès, Dionysidore ne sont que des commentateurs sans valeur. Héron le Jeune aurait beaucoup plus d'importance si en effet le

Traité de la Dioptre était de lui. Mais, en somme, on peut dire que pendant cette période la science sommeille en Europe : ce sont les écrivains des peuples mahométans ou, comme on est convenu de les appeler d'après la langue dans laquelle ils écrivaient, les Arabes qui, en profitant de l'enseignement des Hindous et des Grecs, lui donneront un nouvel essor.

Le travail de M. Maximilien Marie, généralement complet sur les travaux scientifiques de l'Inde, l'est moins sur les travaux des Arabes. Les Mémoires de Wœpcke semblent pour la plupart lui avoir échappé; il est néanmoins en progrès sur ses prédécesseurs français.

Le nom de Mohammed ben-Muza al-Kharizmi est un des plus célèbres de cette époque. C'est d'une expression employée dans ses Ouvrages que vient le mot *Algèbre* et c'est le mot *Alkhârizmi* qui a donné naissance au mot *algorithme,* désignation ultérieure de toute une partie de l'Arithmétique. Son *Traité d'Algèbre* existe dans plusieurs traductions latines. M. Marie nous en donne une analyse d'après la traduction publiée par Libri. L'Ouvrage est composé de cinq Parties, dont la dernière ne contient que des problèmes; les quatre premières sont consacrées à la méthode. M. Marie pense que ces Parties ne sont pas toutes d'Al-Khârizmi. En effet, la première et la troisième Partie contiennent à elles seules les formules nécessaires pour la résolution de l'équation du second degré, tandis que cette résolution même, dans le second Livre, est faite à l'aide de figures géométriques assez compliquées. L'auteur suppose que ce second Livre pourrait appartenir aux Hindous, antérieurs à Aryabhâta.

Musa ben-Schaker a composé un grand Ouvrage sur *Les sources de l'Histoire*. Mais il est connu surtout comme le père des trois frères Ahmed, Haçen et Mohammed, tous trois mathématiciens distingués, à ce point qu'on leur a attribué longtemps l'Ouvrage d'Al-Khârizmi. Tous trois ils ont laissé des écrits sur différentes parties des Mathématiques.

Thébit ben-Corrah était surtout astronome. Il a imaginé le système de la trépidation, qui a été suivi par la plupart des astronomes du moyen âge. Au contraire, Mohammed ben-Geber-Albatani, connu sous le nom d'Albategnius, a rendu des services signalés en substituant le sinus à la corde, et en déterminant avec une exactitude remarquable, l'obliquité de l'écliptique, l'excentricité de l'orbite solaire, la longueur de l'année tropique.

Le mouvement scientifique en Orient est à son apogée et pendant ce temps nous ne trouvons guère à enregistrer en Occident qu'un nom célèbre : celui de Gerbert, dont la *Regula de abaco computi* et surtout la haute influence contribuent vigoureusement au développement de l'Arithmétique.

Les peuples les plus éloignés, naguère les plus barbares, prennent part au mouvement; un petit-fils de Tamerlan devient un astronome célèbre. Aboul-Wéfa introduit l'usage des tangentes et cotangentes, sécantes et cosécantes. Ebn-Jounis résout un grand nombre de problèmes trigonométriques. Alpétrage complète la théorie des mouvements des astres, en ajoutant une neuvième sphère. Alhazen (Hassan ben-Haïthem) fait des recherches importantes sur l'Optique, Avicenne sur la Médecine. On s'applique à traduire, à commenter les Ouvrages des Hindous et des Grecs, et pour certains écrits nous sommes réduits aujourd'hui encore à recourir aux textes arabes : c'est ainsi qu'on a cru retrouver dans le *Traité des connues* de Alhazen des traces du *Traité des Porismes* d'Euclide.

Ici, comme ailleurs, les Juifs ont joué le rôle d'intermédiaires. Les Européens ignoraient généralement l'arabe : ce sont les Juifs qui les ont mis au courant des progrès. Le plus célèbre est Aben-Ezra, qui a laissé un grand nombre d'Ouvrages scientifiques et parmi eux un *Traité d'Arithmétique*, dont M. Marie nous résume les particularités. Son coréligionaire, Jean de Séville, a également laissé un *Traité de l'Algorisme;* mais il est connu surtout par un grand nombre de traductions latines et espagnoles qu'il publia après sa conversion au christianisme.

Bientôt, l'esprit scientifique s'éveille en Occident. Les Arabes avaient presque toujours traité séparément la Géométrie grecque et l'Arithmétique hindoue. Léonard de Pise, au contraire, s'efforce de les rapprocher. Ses Livres ont une influence considérable en Europe; cependant ils sont bien moins populaires que les compilations de Sacrobosco (Jean de Holywood). Plus célèbre encore est le nom de l'alchimiste Albert de Bolldstaedt, surnommé le Grand par ses contemporains, mais dont le mérite aux yeux de la postérité est bien effacé par Roger Bacon.

En Orient, à la même époque, paraissent deux Ouvrages importants : *Traité des instruments astronomiques* de Haboul-Hhassan-Ali et les *Tables Ilkhaniennes* de Nassir-Eddin, petit-fils de Gengiskhan. Pour l'Occident, ces tables sont remplacées par les Tables alphonsines, dressées en 1252 par l'ordre d'Alphonse VII, roi de Castille.

Désormais, la science occidentale marche d'un pas assuré. Avec Purbach et son élève Regiomontanus, nous sommes au xv^e siècle. Le premier s'applique surtout à amender le système de Ptolémée ; le second donne le premier un Traité complet de Trigonométrie. L'Algèbre de cette époque est représentée par Lucas de Burgo (Paccioli), Nicolas Chuquet. Leur contemporain, Jean Werner, a passé longtemps pour l'inventeur de la méthode trigonométrique de la *prostaphérèse,* dont on se servait généralement avant l'invention des logarithmes ; il paraît cependant qu'elle était déjà employée par les Arabes.

Le grand nom de Copernic (1473-1543) inaugure la v^e période. Malgré un grand nombre de travaux, la vie du grand Polonais ne nous est pas encore parfaitement connue. Il n'est pas possible de déterminer exactement l'époque à laquelle il imagina son système. Il paraît qu'il l'avait déjà entièrement développé en 1512. Mais, heureux dans son coin, il craignait d'entamer une lutte qu'il savait inégale. Longtemps en vain, ses amis le prièrent de le publier ; il ne se rendit que très tard à leurs vœux ; cette œuvre incomparable, intitulée : *De Revolutionibus Orbium cœlestium libri VI,* parut seulement après sa mort, dédiée inutilement au pape Paul III.

M. Marie nous donne une courte analyse du Livre *De Revolutionibus.* Il s'est appliqué surtout à exposer les méthodes par lesquelles Copernic détermine les rayons des orbites, les excentricités des planètes ; il fait remarquer que, de toutes les preuves qui nous font admettre aujourd'hui la théorie du mouvement de la Terre, Copernic ne pouvait faire valoir que celle de la plus grande simplicité ; c'est sans doute ce qui explique le mauvais accueil que lui firent beaucoup de ses contemporains.

De Copernic à Cardan, nous relevons plusieurs savants distingués : Estienne de la Roche, auteur d'un *Traité d'Arithmétique, d'Algèbre et de Géométrie,* Michel Stifel, Sébastien Munster, qui le premier a disposé le style du cadran solaire parallèlement à l'axe du monde, Nonius, qui imagina un instrument analogue au vernier, Jean Fernel, qui, outre plusieurs Ouvrages sur la médecine, s'est fait connaître par sa mesure du degré du méridien, et enfin Tartaglia, véritable inventeur de la formule pour la résolution des équations cubiques. Ayant eu l'imprudence de la montrer à Cardan, celui-ci s'en empara et la publia. Cependant il restera toujours à ce dernier le mérite d'en avoir trouvé la démonstration et de l'avoir discutée dans tous les cas. Cette discussion se trouve dans l'Ouvrage intitulé : *Ars magna,* dont M. Marie donne une analyse complète. Nous y voyons que Cardan résolvait l'équation du second degré à l'aide de figures géométriques, un peu différentes de celles de Mohammed ben-Musa, mais tout aussi bizarres. Pour l'équation du troisième degré, il se sert aussi de figures géométriques; il reconnaît 57 cas différents de cette équation, dont 13 principaux et 44 dérivés; il termine par des équations de degrés supérieurs, réductibles au troisième. Outre l'*Ars magna,* M. Marie analyse encore le *Sermo de plus et minus* de Cardan, qui est de moindre importance. Cardan s'efforce d'y prouver, entre autres choses, que moins par moins peut donner parfois moins.

De Cardan à Viète, nous ne trouvons que peu de noms célèbres. Parmi les plus connus, sont Ludovico Lilio, le réformateur du calendrier; Erasme Reinhold, l'auteur des Tables dites Pruténiques; Gérard Mercator, inventeur du système de projection qui porte son nom; Rheticus, l'adhérent zélé de Copernic et l'auteur de Tables trigonométriques, publiées par Othon Ferrari, qui résolut l'équation du quatrième degré; Bombelli, qui reconnut la réalité des racines dans le cas irréductible; Danti, qui mentionne la diminution de l'obliquité de l'écliptique; enfin Ludolph Van Ceulen, qui donna la valeur de π jusqu'à 35 décimales.

CH. HENRY et EM. MEYERSON.