

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

NARDUCCI

**Sur un manuscrit du Vatican, du XI^{Ve} siècle,
contenant un traité de calcul emprunté à
la méthode « Gobâri »**

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2^e série,
tome 7, n° 1 (1883), p. 247-256

http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1883_2_7_1_247_1

© Gauthier-Villars, 1883, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**SUR UN MANUSCRIT DU VATICAN, DU XIV^e SIÈCLE, CONTENANT UN TRAITÉ
DE CALCUL EMPRUNTÉ A LA MÉTHODE « GOBÂRI ».**

LETTRE DE M. NARDUCCI A M. ARISTIDE MARRE.

Ayant rencontré dans le manuscrit de la reine de Suède, n° 1285 de la Bibliothèque du Vatican, d'une écriture serrée, de la seconde moitié du xiv^e siècle, un Traité intitulé : *Introductorius liber qui et pulveris dicitur in mathematicam disciplinam*, j'ai cru d'abord qu'il s'agissait d'une traduction latine de quelque Traité arabe sur

le **GOBÂR** (*pulvis*). (Qu'il me soit permis ici une hypothèse : le calcul *gobâr* serait-il une explication de l'abacus des anciens à l'usage des Orientaux, ainsi que le mot même le ferait soupçonner?) Mais un examen attentif du manuscrit en question m'a convaincu que, quoique ce Traité ressemble d'assez près, au moins en partie, par la méthode, à la traduction du regretté Wœpcke, publiée par vous avec de savantes notes dans le XIX^e tome des *Atti* de l'Académie Pontificale des *Nuovi Lincei* (1), il s'agit ici d'un travail original écrit et publié en Occident. C'est, à mon avis, une transition entre l'abacus et l'algorithme, faisant connaître la méthode *gobâr* indépendamment des anciens systèmes de l'abacus.

Le manuscrit que je viens de citer est un in-folio de 164 feuillets en parchemin, numérotés, sauf le premier, aux *rectos* 1-163. Il est relié en cartons recouverts intérieurement de parchemin et extérieurement de peau rouge, avec six nervures sur le dos, aux armoiries pontificales et royales. Dans l'intérieur de la première couverture se trouve une ancienne liste des Traités que ce manuscrit renfermait, et par laquelle on voit qu'il y en avait deux qui maintenant ont disparu (2).

Ce manuscrit contient les Traités et pièces suivantes (3):

1° (ff. 1r-8r): *In nomine domini miseratoris et pij. Incipit liber in sciencia astrolabii quadraginta in se continens capitula.*

Commence après la liste des chapitres : « (P)rimum capitulum in inventione astrolabii et nominum super eum cadentium. Primum horum est armilla super quam suspenditur astrolabium. »

(1) *Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei*, tome XIX, anno XIX (1865-1866); Rome, 1866, p. 360-383, séance VII du 3 juin 1866, *Introduction au calcul gobâr et hawâi, Traité d'Arithmétique traduit de l'arabe par François Wœpcke, et précédé d'une Notice de M. Aristide Marre, sur un manuscrit possédé par M. Chasles, etc., et contenant le texte arabe de ce Traité.* Rome, impr. des Sc. math. et phys., 1866, in f° de x-19 p.

(2) Ce sont : *Liber qui dicitur flos florum divi Hermetis de regulis astrolabij et Liber amforitmorum Zaelis in astrologia.* Ils précédaient immédiatement le planisphère de Ptolémée. Le Traité qui forme l'objet de cette lettre y est appelé : *Liber pulveris est in arsmetrica.*

(3) Les mots en italiques sont écrits à l'encre rouge dans le manuscrit.

Finit : « *Finis liber operis astrolabii edicione abileacim de macherit qui dicitur almacherita.* »

2° (ff. -8r-12v) : *In nomine domini Ihesu incipiunt regule omnium planetarum.*

Commence : « Quicumque vult coequare planetas. »

3° (f. 13) : Tables lunaires et planétaires.

4° (ff. 14r-20v) : *Incipit introductorius liber qui et pulveris dicitur in mathematicam disciplinam.*

Commence : « Quisquis in quatuor matheseos disciplinis.

Le feuillet 20 v. se termine par un petit chapitre sur la soustraction, par une Table des grades, et par une Table de multiplication.

5° (ff. 21r-36r) : *Incipiunt canones in motibus celestium corporum.*

Commence : « Quoniam cuiusque accionis quantitatem. »

Finit : « *Expliciunt canones in motibus celestibus.* »

6° (ff. 36r-38r) : *De constitutione astrolabii liber incipit.*

Commence : « Astrologice speculationis exercitium habere uolentibus. »

Finit : « *Explicit liber de constitutione astrolabij.* »

7° (ff. 38r-41r) : *Incipit liber de opere astrolabij.*

Commence : « Nomina instrumentorum astrolabii hec sunt. »

Finit : « *Explicit opus astrolabij.* »

8° (ff. 41r-42v) : Écrit qui commence : « Cura in quo mense anni cuiusuis an possit fieri eclipsis solis uel lune uolueris inuenire », et mélanges astrologiques. Ces deux vers, qui se trouvent au v. du f. 41, nous donnent la date (1204?) de l'original :

« Anni bis centum minus uno milia quinque
» Recessere tue noua legis tempora Xpe ».

9° (ff. 43r-102v) : *Hic est liber in summa de significacionibus indiuiduorum superiorum super accidentia que efficiuntur in modo generationis et corruptionis de presentia eorum respectu ascendentium inceptioinum coniunctionalium et alio-*

rum. et sunt .8. tractatus et .263. differentie. editus a iafar astrologo qui dictus est albumasar.

Commence, après la division de l'Ouvrage « *Differentia prima in premissione inceptionum universalium multarum utilitatum. Omnia significationum indiuiduorum circularium sunt effectus inferiores.* »

10° (ff. 103r-138r) : *Incipit liber .4. tractatum Ptolomei alfilludhi in scientia astrorum. Et in primo tractatu sunt .24. capitula. Capitulum primum in collectione intellectus scientie iuditorum astrorum.*

Commence : « Verum yesure in quibus est prognosticabilis scientie stellarum perfectio. » On lit en marge : « Tetrastin grece latine quadripartitus arabice alambra » (*sic*). Le quatrième Traité est intitulé : « *Incipit Tractatus quartus libri alarba Bartolomei* », c'est-à-dire « Quadripartiti Ptolomaei. »

11° (f. 138) : *Scientia projectionis radiorum.*

Commence : « Cum projectione radiorum.

12° ff. (139r-152v) : *Incipit introductorius alcabici ad iudicia astrorum interpretatus a iohanne yspalensi, c'est-à-dire Jean de Séville.*

Commence : « *Incipit prologus alcabici. Postulata a domino pro bonitate uite ceyphaddala.* »

13° *Planisperium Ptolomei hermanni secundi translatio.*

Commence : « Quemadmodum Ptolomeus et ante eum nonnulli. »

A part l'intérêt que peuvent avoir pour l'Histoire des Sciences surtout les n^{os} 9, 10, 12 et 13, je reviens au n^o 4 qui forme l'objet de ma Lettre. En voici le prologue, à la col. 1 du f. 14r, jusqu'à la ligne 18.

« *Incipit introductorius liber qui et pulveris dicitur in mathematicam disciplinam.*

» Si quis in quattuor matheseos disciplinis exercitandus expedicius ad earum inquisitionis documenta uolet accedere, numerorum rationibus primum studeat insudare. Tocius enim philosophie

studium numerorum naturis a curiosis rerum naturalium investigationibus comprobatur inuiti. His namque solis diuersas uices temporum colligimus. His mundane concordie amicas proportiones comprehendimus. His etiam astrorum motus et multiplices errantium syderum uariationes custodimus. Prenosse autem numerorum rationum inuestigationi inhiantem oportet, qui dicantur digiti, qui articuli, quique compositi numeri. Quid sint etiam aggregationes diminutiones, quid multiplicationes, diuisiones, et insuper numerorum radicum adinventiones. Quibus singulis diligenter ordine et ratione exsecutis, facilius comparatur diligentie latioris ad ea que sequuntur intellectus ».

» Suit, jusqu'au f. 140. (col. 1, lig. 21), une exposition générale de la méthode, beaucoup plus étendue que celle que contient la traduction publiée par Wœpcke, mais que, dans sa substance, on peut dire identique, comme on pourra le voir par l'extrait qui suit :

» Numeri principium et origo unitas inuenitur. Est enim numerus unitatum collectio cuius, quia infinita est progressio et absque finis cognitione immensum producta, certis terminis et quibusdam limitibus propositis a philosophic ciuibus illius habetur disciplina. Vnitatem enim, que principium est numeri, primum limitem constituerunt, ex cuius multiplicatione numeros qui sunt ab ea in denarium composuerunt. Nam eam duplicando fecerunt binarium, et triplicando ternarium, et sic in ceteris. Rursus uero denarium secundum limitem posuerunt, ex cuius multiplicatione, duplicatione, triplicatione noueni, illos numeros qui sunt ad .x. in centum reddiderunt, id est .xx. xxx. xl., et qui secuntur. Post hec autem centum tercium limitem ponentes ex illius similiter multiplicatione. viiii. alios numeros constituerunt, id est .cc. ccc. cccc., et si qui sunt in ordine. Quartum uero limitem dixerunt mille, et quintum. \bar{x} ., et sic sequentem in decuplacione, precedentis procreantem limitem in infinitum processerunt. Quorum quosdam digitos, quosdam articulos, quosdam etiam compositos appellare uoluerunt. Si quidem omnes numeri procreati a primo limite dicuntur digiti, a ceteris uero limitibus prouenientes dicuntur articuli. Qui autem inter articulos inueniuntur uocantur compositi. Notandum etiam est quod singulis limitibus cum a se procreatis numeris diuersa indierunt (*sic*) nomina, vocantes scilicet primum limitem

cum suis numeris differentiam unitatum, et primam et secundam eum a se prouenientibus numeris differentiam decenorum, secundum et tertium cum suis procreatis numeris differentiam centenorum et terciam, et sic in ceteris denominationem a limitibus facientes, ordinem naturalem eorum observantes.

» Quibus ita subtiliter adiuuentis mentis in circuitu procedentes quamque differentiam (*sic*) numeros comprehenderunt. Quam ob rem, ut quod mentis exquisitione inuenerant uisui exponerent, novem notulas prolixitatem uitantes inuenerunt, quibus omnem numerum representare (*sic*) dispositione exercitantes se in hac per tria docuerunt. Quarum subscribuntur figure :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 (1)

» Inventas notas, ita disposuerunt, ut nouem numeros prime differentie representarent eas in priori loco constituerunt. Vt autem numeros secunde differentie circulum in dextra parte et notulas in sinistra parte circulum ut fierent in secundo loco scripserunt. Numeros vero tercie differentie eis significantes duos circulos proponentes in tercio loco posuerunt, similiter in ceteris. Erit igitur prima notula in primo loco posita significans unum; in secundo .x., in tercio centum, in quarto mille, in quinto decem millia, et sic in ordine. Et secunda nota in primo loco posita significat duo, in secundo xx., in tercio cc., in quarto duo millia, in quinto uiginti millia, et sic in ceteris intellige.

» Quod autem melius intelligatur demonstretur exemplo. Ponitur enim circulus in prima parte, et in secundo loco unitas, et representat .x. hoc modo $\overline{10}$, et si post ponatur binarius circulo significabit .xx. ita $\overline{20}$, et ternarius .xxx, $\overline{30}$, et quaternarius significabit .xl. positus ita $\overline{40}$, et sic de ceteris per ordinem. Sin

(1) Ces chiffres ont été ajoutés d'une main beaucoup plus récente, de la fin du xvi^e siècle, tandis qu'ils avaient été laissés en blanc par le copiste. Évidemment le nombre 10 a été ajouté arbitrairement. La forme des chiffres à substituer, suivant les divers exemples numériques du Traité, est la suivante :

1 . 3 . 3 . 3 . 4 . 5 . 1 . 8 . 9 .

A la place du 10, ajouté postérieurement, devait se trouver le *zéro*, représenté par un cercle comme aujourd'hui. En effet, il est appelé *circulus*, dans la suite de ce passage, et est représenté par un cercle dans les exemples qui suivent.

autem preponantur duo circuli, representabit eadem unitas in tercio loco posita centum hoc modo $\overline{100}$, et binarius ducenta, ita $\overline{200}$, et similiter omnes notule posite secundum numerum differentiarum habent representantare (*sic*) earumdem numeros. Si autem diuersarum differentiarum numeri insimul fuerint representandi, ponentur notule eos representantes naturali dispositione. Que representat scilicet numerum prime differentie ponetur in primo loco, et que representat numerum secunde differentie in secundo loco, et sic de tertia et quarta, et ceteris que secuntur. Verbi gratia, volens representare centum .xI. ponet tres unitates in ordine ita $\overline{111}$, prima igitur earum in primo loco posita, in dextera scilicet parte, representat unum, et secunda .x. et tertia. c. Si uero in dispositione cuiuslibet numeri interciderit differentia uacua, ponetur in loco eius circulus. Vt si numerus tercie et prime differentie esset significandus, id est ducenta quatuor, esset differentia secunda uacua. Ponetur itaque quaternarius in primo loco, et circulus in secundo, et binarius in tercio loco ita $\overline{204}$. Hec eadem in omni dispositione numerorum servanda est regula. Hostenso (*sic*) qualiter per dispositionem novem prepositarum figurarum et decimi circuli omnis numerus possit significari, qui sint etiam digiti, qui articuli et qui compositi numeri, transeundum est ad cetera capitula, et primum dicamus de numerorum aggregatione.

Or, voici les Chapitres dont le Traité se compose : F. 14 v., col. 1-2 : « *De numerorum aggregatione*. Aggregare est quoslibet duos numeros uel plures in unum colligere ».

Exemple : $625 + 586 = 1211$.

F. 14 v., col. 2-f. 15 r., col. 1 : « *De diminutione*. Diminuere est quemlibet numerum ex maiore se substrahere ».

Exemple : $12025 - 3604 = 8421$.

F. 15 r., col. 1 : « *De duplatione*. Duplare aliquem numerum est eius duplicati summam colligere ».

Sans exemple.

F. 15 r., col. 1-2 : « *De numerorum mediatione*. Mediare aliquem numerum est eum in duas euales partes secare ».

Sans exemple.

F. 15 r., col. 2-v., col. 2 : « *De multiplicatione*. Multiplicare est aliquem numerum in alium eum secundum unitates illius duplicare. Cuius qui voluerit exercitari notitia, necesse est multiplicationes digitorum omnium in se et ad inuicem commendare memorie. Multiplicationis itaque talis est doctrina ».

Exemple : $104 \times 206 = 21424$.

F. 15 v., col. 2-f. 17 r., col. 2 : « *De numerorum diuisione*. Diuidere est numerum per alium maiorem secundum quantitatem minoris partiri, uel maioris ad minorem facere ».

Exemples : $\frac{228604}{236} = 968 \frac{156}{236}, \frac{1800}{9} = 200$.

Ce second exemple est précédé de ces mots : « Notandum etiam est quod si post multiplicationem supra positi numeri et eius extractionem de diuidendo numero remanserunt circuli, post quos nullus sit numerus, illi sunt preponendi supraposito numero eo ordine quo sunt. Verbi gratia : Diuidendus est numerus, id est mille octingenti per nouem, quorum hec est figura

$\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 1800 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array} . »$

F. 17 r., col. 1-2 : « *De numerorum fractionibus*. Et si cuiusque numeri denominatio partium possit fieri infinitis modis secundum infinitos numeros, placuit tamen egyptiis denominationem suarum fractionum facere α . .lx. diuiserunt gradum unum in .lx. partes quas uocauerunt minuta. Item unumquodque minorum diuidentes in .lx. partes alias appellauerunt eas secunda, eo quod essent partes partium in secundo loco, deinde partientes quodque secundum in .lx. partes, dixerunt eas tercia, et similiter diuiserunt singula tercia in .lx. partes quas uocauerunt quarta, eo quod essent in quarto loco a primis fractionibus, id est a minutiis, et ita descendentes inuenerunt quinta et sexta et septima, et hoc usque in infinitum ».

F. 17 r., col. 2-v., col. 2 : « *De multiplicatione fractionum*. »

F. 17 r., col. 2-f. 18 r., col. 1 : « *De fractionum numerorum diuisione* ».

F. 18 r., col. 1-2 : « *De positione integrorum numerorum et fractionum*. »

Jusqu'ici les exemples sont appliqués aux diverses espèces de

grades, dont il est parlé ci-dessus. Les deux Chapitres suivants se rapportent à d'autres exemples numériques, savoir :

F. 18 r., col. 2-v., col. 1 : « *Item de diuersis fractionibus.* »

Exemples :
$$3 + \frac{1}{2} \times 8 + \frac{3}{11} = 28 + \frac{21}{22}$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{21}$$

F. 18 v., col. 1-2 : « *De diuisione diuersarum fractionum.* »

Exemple :
$$\frac{20 + \frac{2}{3}}{3 + \frac{1}{3}} = 6 + \frac{3}{65}$$

F. 18 v., col. 2-f. 19 r., col. 1 : « *De radicum (sic) numerorum.* Post traditam multiplicandi et diuidendi plenam doctrinam, restat de radicibus numerorum dicendum. Quarum scientia non solum ualet ad geometriam et astronomiam, uerum etiam ad totam quadriuii disciplinam ualde est necessaria, quod leuiter patet studenti in mathematica scientia. Videndum itaque est quid sit numerorum radix. Radix numeri est alter numerus in se multiplicatus reddens ipsum. Binarius enim radix dicitur quaternarii, quia in se ductus reddit quaternarium. »

F. 19 r., col. 1-2 : « *De inuentione radicis integri numeri.* »

F. 19 r., col. 2-v., col. 1 : « *De exemplo inueniende radicis.* Proponitur numerus (5625) cuius radix inuenienda est. »

F. 19 v., col. 1-2 : « *De radicibus fractionum.* »

F. 19 v., col. 2-f. 20 r., col. 1 : « *Exemplum de fractionibus :* cum autem radicem duorum et tercie atque decime unius uolueris inuenire. »

F. 20 r., col. 1-2 : « *Item de inuentione radicum alio modo.* »

F. 20 r., col. 2-v., col. 1 : « *Item de inuentione radicis numeri integri cum fractionibus.* »

Le Traité se termine (f. 20 v., col. 1-2) par deux Chapitres sans titre. Je rapporte le premier, comme preuve évidente que lorsque ce Traité fut composé, le système de l'abacus, dont les divers Traités qui nous restent se terminent par une section spéciale relative aux *minutiæ*, n'avait pas encore été entièrement abandonné :

« Scire autem oportet quod monas in .xii. diuiditur uncias. Vncia uero in .xxiiii. scripulos. Scripulus uero ex sex constat siliquis. Obulus autem ex tribus siliquis. Cerates uero continet unam et

semis siliquam. Siliqua autem unum continet calcum et terciam eius. Calcus autem ex tribus granis suam efficit quantitatem. Constat igitur calcum subsesquitercium esse ad siliquam, siliquam autem subsexquialteram esse ad ceratem. Cerates uero subdupla est ad obolum. Obolus autem medietas est scripuli. Scripulus uero subtripus est adragmam (*sic*), dragma autem quarta pars est semuntie et octaua uncie, et uncia duodecima pars unitatis. Unitas uero est quo unaqueque res dicitur una. Hac commoda introductione de multiplicatione et diuisione ceterisque premissis ad quadriuii tocius disciplinam dicta sufficiant. Si quid autem ad ea que sequuntur necessarium pretermissum est, diligens lector per premissa leuiter poterit inuenire. »

Par l'analyse détaillée de ce Traité, qui ne me paraît pas dépourvu d'intérêt pour l'histoire des Sciences, j'en reviens au point même d'où j'étais parti dès le commencement de cette lettre, c'est-à-dire, en d'autres termes, que ce Traité paraît pouvoir clore les savantes recherches de Michel Chasles, insérées dans les *Comptes rendus* de l'Académie des Sciences (¹), et être classé parmi les points de départ de celles de Woepcke : *Sur l'introduction de l'arithmétique indienne en Occident* (²).

Veillez agréer, etc.

Rome, le 26 juillet 1883.

HENRI NARDUCCI.

(¹) *Explication de l'abacus de Boèce* (IV, 96). — *Sur l'origine de notre système de numération* (VIII, 72). — *Explication des Traités de l'abacus, et particulièrement du Traité de Gerbert* (XVI, 156). — *Règles de l'abacus* (XVI, 48). — *Analyse et explication du Traité de Gerbert* (XVI, 281). — *Développements et détails historiques sur divers points du système de l'abacus* (XVI, 1393). — *Recherche des traces du système de l'abacus, etc.* (XVII, 143).

(²) Rome, imprim. des Sc. math. et phys., 1859, in-4° de 72 p. Voyez aussi du même auteur : *Mémoire sur la propagation des chiffres indiens*, dans le *Journal asiatique*, 6° série, tome I, Paris, 1863, p. 27-79, 234-290, 442-529. Une savante ré-cension de ces deux écrits de Woepcke, par M. J. de Goeje, se trouve dans les pp. 457-466 du volume intitulé : « *De Gids. Acht en twintigste jaargang; Derde serie. Tweede jaargang*. Amsterdam, 1864. »