

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Comptes rendus et analyses

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2^e série,
tome 5, n° 1 (1881), p. 185-194

http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1881_2_5_1_185_0

© Gauthier-Villars, 1881, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

COMPTES RENDUS ET ANALYSES.

SEYDLER (D^r A.), soukr. docent fysiky na C. K. Universitě Karlo-Ferdinandské, adjunkt na C. K. Hvězdárně Pražské, mimořádný člen Král. České společnosti nauk. — ZÁKLADOVÉ THEORETICKÉ FYSIKY. DÍL PRVNÍ. VŠEOBECNÝ ÚVOD A MECHANIKA. — THEORETICKÁ MECHANIKA PRO VYSOKÉ ŠKOLY. — V Praze, 1880. In-8°, 400 pages (1).

(Analyse rédigée par l'auteur.)

La Mécanique étant la science du *mouvement des masses causé par des forces*, on peut étudier séparément :

- 1° Le mouvement, ce qui est l'objet de la *Cinématique*;
- 2° Les masses dans leurs relations purement géométriques, les autres relations se rapportant à d'autres parties de la Physique générale; elles font l'objet de la *Géométrie des masses*;
- 3° Les forces, aussi dans leurs relations purement géométriques, ce qui conduit à la *Géométrie des forces*, qu'il ne faut pas confondre avec la Statique, comme on le fait ordinairement.

Après cette triple étude, que l'on peut considérer comme préparatoire, on peut se proposer, deux des trois éléments étant connus, de déterminer le troisième : par exemple, de trouver les forces nécessaires pour imprimer à des masses données un mouvement donné. L'étude de cette question, abstraction faite de toute particularisation des masses et des forces, est l'objet de la *Mécanique générale*. Cette dernière, par des raisons plutôt pratiques et historiques que tirées de la nature du sujet, se divise en :

- 4° Statique;
- 5° Dynamique (ces deux mots étant pris dans leur acception ordinaire).

L'étude des forces spéciales fera l'objet des deux Volumes suivants. On peut partager ces forces en deux groupes distincts : celui

(1) SEYDLER (A.), privat-docent de Physique à l'Université I. et R. de Charles-Ferdinand, adjoint à l'Observatoire I. et R. de Prague, membre extraordinaire de la Société royale des Sciences de Bohême. — *Éléments de Physique théorique*. 1^{re} Partie : *Introduction générale et Mécanique. Mécanique théorique pour les écoles supérieures*. Prague, 1880.

des forces naturelles, comme la gravitation, agissant à des distances quelconques, et celui des forces agissant seulement à des distances très-petites et produisant le plus souvent des mouvements vibratoires. D'après cela, la Physique mécanique comprendra, outre la Mécanique générale, deux autres parties, embrassant l'une les phénomènes de la gravitation, du magnétisme, de l'électricité, l'autre les phénomènes dus aux actions intermoléculaires dans les masses, lesquels sont surtout des phénomènes vibratoires (Acoustique, Optique et théorie de la chaleur). L'auteur considère cette division comme la plus rationnelle, malgré les objections qu'elle peut soulever, la Science (s'il est permis d'employer cette comparaison) n'étant pas un espace à une dimension, comme l'est l'exposition qu'on en peut faire, mais bien un espace à n dimensions, n étant un nombre inconnu, mais très grand.

Après ces remarques générales, nous passons à l'indication détaillée du contenu de la Table des matières.

LIVRE I. — INTRODUCTION GÉNÉRALE.

A. *L'Analyse et la Géométrie dans la Physique* (§§ 1-3).

Le but unique de ce Chapitre est d'indiquer au lecteur les parties de ces deux branches des Mathématiques qui sont les plus importantes dans l'étude de la Physique théorique.

B. *Sur la réduction des résultats de l'observation* (§§ 6-14).

Exposé des méthodes qui servent à donner aux résultats de l'observation la forme la plus convenable pour leur étude ultérieure. Séries trigonométriques, interpolation, méthode des moindres carrés.

Ce Livre n'est pas lié organiquement aux Livres suivants; l'auteur a toutefois jugé nécessaire de le mettre en tête de son Ouvrage, pour orienter le lecteur (A) et pour suppléer à l'absence d'Ouvrages traitant ces matières dans le pays où il écrit.

LIVRE II. — CINÉMATIQUE.

A. *Notions fondamentales.*

§§ 15-16. Du mouvement relativement 1^o à l'espace, 2^o au temps.

§ 17. Mouvements simples (translation, rotation).

§ 18. Mouvements équivalents.

§ 19. Équivalence de deux translations.

§ 20. Équivalence d'une translation et d'une rotation.

§ 21. Équivalence de deux rotations.

§ 22. Équivalence des mouvements infiniment petits.

L'auteur fait usage du signe \sphericalangle , introduit dans la Science par Bellavitis pour exprimer l'équivalence (*equipollence*) géométrique. Notices bibliographiques, page 61.

B. *Mouvement d'un point.*

§ 23. Notions fondamentales. Vitesse du point.

§ 24. Problèmes relatifs à la vitesse.

§ 25. Accélération.

§ 26. Notions qui se rattachent à celle de l'accélération.

§§ 27-28. Problèmes relatifs à l'accélération. Mouvement rectiligne. Mouvement curviligne.

§§ 29-30. Exemples du mouvement curviligne. Mouvement central.

§§ 31-32. Mouvement sur une courbe ou sur une surface donnée.

§ 33. Accélération du deuxième, du troisième, . . . ordre (suraccélération, suivant Resal).

L'auteur a eu soin, dans le Chapitre B et dans les suivants, d'attirer l'attention du lecteur sur les nombreux exemples classiques qui se rapportent à l'étude du mouvement d'un point, et que l'on rencontre dans les OEuvres de Newton, d'Euler, etc.

C. *Mouvement d'un système plan.*

D. *Mouvement d'un système ayant un point fixe.*

E. *Mouvement d'un système dans le cas général.*

Ces trois Chapitres, qui embrassent l'analyse du mouvement de tous les systèmes *invariables* (purement géométriques), sont disposés d'une manière tout à fait symétrique. Chacun d'eux contient :

(a) Mouvement relativement à l'espace seul, sans égard au temps employé pour l'effectuer (§§ 34, 38, 42);

- (b) La vitesse dans le mouvement (§§ 35, 39, 43);
- (c) L'accélération (§§ 36, 40, 44);
- (d) Exemples et exercices.

§ 46. Sur les degrés de liberté dans le mouvement d'un système. — Il m'a paru important de développer les notions fondamentales relatives au nombre des conditions auxquelles un système est assujéti. La plupart des Traités présentent à cet égard une lacune, qui, *pour les commençants*, peut devenir la source de nombreuses erreurs.

F. *Mouvement relatif.*

- § 47. Notions fondamentales.
- § 48. Accélération dans le mouvement relatif.
- § 49. Exemples. Mouvement relatif, à la surface de la Terre.

G. *Théorie de la déformation.*

- § 50. Notions fondamentales.
- § 51. Étude analytique de la déformation.
- § 52. Dilatation de la longueur, de l'aire et du volume.
- § 53. Déformation simple et déformation dans le cas général.
- § 54. Axes de déplacement et axes de déformation. J'appelle *axe de déplacement* toute droite qui conserve, pendant la déformation, la même direction; les axes de déformation sont, d'après le langage adopté, les axes principaux de l'ellipsoïde de déformation.
- § 55. Notices historiques et bibliographiques. — Ces Notes, relatives à la Cinématique tout entière, ont pour but d'indiquer au lecteur les sources concernant les théorèmes les plus intéressants. Elles n'ont d'autre prétention que d'orienter le lecteur sur le terrain de la Cinématique, sous forme de Notes aphoristiques; mais je n'ai pas cherché à en faire un abrégé, si concis qu'il soit, de l'histoire de la Science. Cette même remarque s'applique aussi à toutes les Notes analogues placées à la fin de chaque Livre.

LIVRE III. — GÉOMÉTRIE DES MASSES.

A. *Notions fondamentales.*

- § 56. La masse comme quantité. — On arrive à la définition

abstraite, donnée par Cauchy, de la masse comme *quantité de matière*. Malheureusement, dans la langue tchèque, le mot *hmota* signifie à la fois *masse* et *matière*. Quant au terme *Géométrie des masses*, je l'ai trouvé pour la première fois dans un Mémoire de Haton de la Goupillière (*Journal de l'École Polytechnique*, XXXVII^e Cahier, 1857). Comme l'idée d'une branche de la Mécanique traitant des relations géométriques de la masse et coordonnée avec la Cinématique est beaucoup plus ancienne, je soupçonne que ma connaissance imparfaite de la Bibliographie ne m'a pas permis de remonter à la vraie origine de cette expression.

§ 57. La densité comme quantité. Calcul de la masse.

§ 58. L'équation de continuité de la masse.

§ 59. Théorème de Green.

§ 60. Moments des masses. — J'appelle *moment d'une masse de n^{ième} degré relativement à un point, à un axe ou à un plan* l'intégrale $\int p^n dm$, p étant la distance de l'élément dm au point, à l'axe ou au plan. On pourrait désigner ces divers moments par les mots *moment polaire, axial ou planaire*. Ces notions sont l'extension des notions des divers moments, introduites par Somof dans sa *Рациональная Механика*.

B. *Le centre des masses* (centre de gravité).

§ 61. Moments plans du premier degré.

§ 62. Propriétés principales du centre de gravité.

§ 63. Détermination du centre des masses à l'aide de la Géométrie.

§ 64. Détermination du centre des masses à l'aide du calcul.

C. *Moments d'inertie*.

§§ 65-66. Moments axiaux du second degré. Moments principaux d'inertie.

§ 67. Calcul des moments d'inertie.

§ 68. Notes historiques et bibliographiques.

LIVRE IV. — GÉOMÉTRIE DES FORCES.

A. *Notions fondamentales*.

§§ 69-70. Développement *empirique* ou *historique* de la notion

de force. Les lois du mouvement de Newton. Unité convenable. Deux éléments dans l'idée de force. Diverses classes de forces.

§ 71. Développement *théorique* de la notion de la force.

Dans ces trois paragraphes, j'ai cherché à éclaircir l'idée, si difficile à concevoir, de la force, de manière à rapprocher autant que possible la définition purement empirique de la force et sa définition théorique.

§ 72. Objet de la Géométrie des forces. — Ce paragraphe, très important au point de vue de mon Ouvrage et de la classification que j'y ai adoptée, donne les raisons qui m'ont porté à séparer la Géométrie des forces de la Statique. *Le but principal de la première branche de la Mécanique est de trouver tous les systèmes de forces équivalents à un système donné, et surtout de trouver le système équivalent le plus simple.* La recherche de l'équivalence des forces, tout à fait semblable à celle de l'équivalence des mouvements, est donc l'objet de la Géométrie des forces, et cette recherche est aussi nécessaire pour la Dynamique que pour la Statique. La raison qui a empêché jusqu'à présent la séparation de la Géométrie des masses et de la Statique, dans laquelle on l'introduit en la dissimulant, bien qu'on soit forcé d'en exposer les principes avant ceux de la Statique proprement dite, est, pour ainsi dire, accidentelle. Il y a bien des questions de Statique dont on trouve la solution à l'instant même où l'on a terminé le travail *préparatoire*, c'est-à-dire la réduction des forces au système le plus simple, d'après les principes de la *Géométrie des forces*, et il est vrai que cette circonstance ne se produit jamais dans la Dynamique. Mais la même chose arrive très souvent dans la Dynamique quand on a terminé un autre travail préparatoire, savoir la discussion d'un certain problème de Cinématique. Conclura-t-on de là qu'il faille refuser à l'une des deux premières branches, la Géométrie des forces et la Statique, une existence indépendante, et que ce soit la Statique qui doit être rayée, et admettra-t-on qu'il faille en faire autant pour la Dynamique, en la considérant comme une simple combinaison de la Cinématique, de la Géométrie des masses et de la Géométrie des forces? Mais la supposition même que la Statique et la Dynamique ne seraient que des branches accessoires de la Mécanique et que la solution de chaque problème de Mécanique pourrait s'effectuer par les seuls principes des trois premières branches de cette science

n'est pas admissible. On le voit immédiatement pour la Dynamique; car la manière de combiner les résultats trouvés dans les branches préparatoires de la Mécanique pour résoudre un problème donné dépend de la nature du problème, et il y a une foule de théorèmes relatifs à cette combinaison, théorèmes qui sont propres à la Dynamique et tout à fait indépendants des théorèmes tirés des autres branches de la Mécanique. Mais cette même remarque a lieu aussi pour la Statique. Si nous cherchons la courbe formée par un fil flexible soumis à certaines forces, il ne suffit pas de chercher le système de forces équivalent au système donné et en même temps le plus simple; il faut employer certains théorèmes appartenant à la Statique proprement dite. La *Géométrie des forces* ne rend donc pas superflue cette autre branche de la Mécanique appelée *Statique*; mais, d'autre part, elle n'en constitue pas une partie, étant plutôt coordonnée avec la Cinématique et la Géométrie des masses. Si l'on considérait l'ensemble des matières traitées dans la Géométrie des forces et dans la Statique comme trop restreint pour former deux branches de la Mécanique indépendantes, c'est plutôt la Statique, *subordonnée à la Dynamique*, que l'on devait faire rentrer dans celle-ci, dont, à la rigueur, elle ne forme qu'un cas particulier, bien que très important.

Remarquons la belle symétrie de la division de la Mécanique que nous proposons. La Géométrie des masses en est comme le vestibule, cette partie pouvant être traitée la première, comme étant la plus simple. La Cinématique et la Géométrie des forces, qui offrent tant d'analogie et qui fournissent deux systèmes de théorèmes tout à fait semblables, comme l'a remarqué Poinsot, sont les deux ailes de l'édifice. La Dynamique en forme l'étage supérieur, dont une partie, reposant sur la Géométrie des forces, représente la Statique. Qu'on nous pardonne d'avoir risqué cette image, dont l'idée nous a été suggérée surtout par la grande affinité entre la Cinématique et la Géométrie des forces, affinité que l'on chercherait vainement dans la Statique proprement dite.

§ 73. Notions de la force vive et du travail.

B. *Équivalence des forces.*

§ 74. Théorèmes auxiliaires sur l'équivalence des forces.

§ 75. Forces agissant sur un point (avec une nouvelle démonstration du parallélogramme des forces).

§ 76. Forces agissant suivant une même droite.

§ 77. Forces parallèles dans le plan. Couple de forces.

§§ 78-79. Couples dans des plans parallèles. Couples dans l'espace.

§ 80. Forces dans un plan.

§ 81. Forces dans l'espace. Premier théorème fondamental sur l'équivalence des forces (équivalence d'un système quelconque de forces à une force résultante et un couple résultant).

§ 82. Forces dans l'espace. Second théorème fondamental sur l'équivalence des forces (équivalence d'un système quelconque de forces à deux forces, représentées par deux arêtes opposées d'un tétraèdre de volume constant).

§ 83. Travail de forces équivalentes.— Ce paragraphe contient l'important théorème, source commune du principe des vitesses virtuelles et du principe de d'Alembert, que *le travail élémentaire de tous les systèmes de forces équivalents est une quantité de grandeur constante.*

LIVRE V. — STATIQUE.

A. Problèmes de la Statique.

§ 84. Objet de la Statique. — Restriction de la Statique générale aux problèmes dans lesquels on peut supposer l'indestructibilité et l'impénétrabilité de la matière. Autre restriction, imposée seulement par des raisons pratiques, pour ne pas trop étendre le domaine de la Statique générale, et conservant les seuls problèmes où l'on n'est pas forcé de définir par des conditions spéciales la matière dont on étudie l'état d'équilibre. Cette dernière restriction permet d'éliminer de la Statique générale la théorie de l'élasticité, l'Hydrostatique et l'Aérostatique.

§ 85. Équilibre des forces agissant sur un point.

§ 86. Équilibre des forces agissant sur un système (invariable) libre.

§ 87. Équilibre d'un système (invariable) soumis à certaines conditions.

§ 88. Équilibre des forces agissant sur un système variable. Fils et chaînes.

§ 89. Suite. Courbes formées par des fils en équilibre.

B. *Principes de la Statique.*

§ 90. Principe des vitesses virtuelles.

§ 91. Étude analytique de ce principe. Exemples.

§ 92. Diverses démonstrations de ce principe.

§ 93. Propriétés de maximum et de minimum de l'équilibre.

Principes statico-dynamiques.

Les principes de la *conservation du mouvement du centre de gravité* et de la *conservation des aires* sont, à vrai dire, des principes appartenant à la science de l'équilibre, bien qu'ils se démontrent ordinairement dans la Dynamique. J'ai cru devoir fixer l'attention du lecteur sur cette circonstance, bien que j'aie renvoyé cependant à la Dynamique la démonstration de ces principes.

§ 94. Notes historiques et bibliographiques.

LIVRE VI. — DYNAMIQUE.

A. *Problèmes de la Dynamique.*

§ 95. Objet de la Dynamique. — Mêmes restrictions que pour la Statique.

§ 96. Mouvement de translation d'un système matériel.

§ 97. Mouvement de rotation d'un système matériel.

§ 98. Suite. L'ellipsoïde central.

§ 99. Mouvement général d'un système matériel. Réduction des forces instantanées.

§ 100. Suite. Réduction des forces accélératrices.

Les §§ 96-100 traitent de la recherche des *forces* qui peuvent produire un *mouvement donné*; les §§ suivants 101-104 sont consacrés au problème inverse : *Trouver le mouvement produit par des forces données*.

§§ 101-102. Mouvements de translation et de rotation produits par des forces instantanées.

§§ 103-104. Mouvement produit par des forces accélératrices

1^o sur un système libre, 2^o sur un système assujéti à certaines conditions.

B. *Principes de la Dynamique.*

§ 105. Principe de d'Alembert.

§ 106. Principe du mouvement et de la conservation du mouvement du centre de gravité.

§ 107. Principe des aires et de la conservation des aires.

§ 108. Principe des forces vives.

§ 109. Autres principes de la Dynamique (principes de Gauss, de Hamilton, de la moindre action).

§ 110. Principes de la Mécanique et principes de la Physique.

Les principes de la Mécanique sont des théorèmes abstraits : les uns sont des propositions *axiomatiques*, qui deviennent évidentes quand on a donné une définition rigoureuse pour chaque notion contenue dans la proposition ; les autres sont des théorèmes généraux, résultats embrassant un grand nombre de cas spéciaux et qui exigent une démonstration pour être acceptés. A chaque principe de Dynamique correspond un principe de Physique ; c'est toujours un résultat de l'expérience et de l'induction qui nous apprend que nous pouvons appliquer tel ou tel théorème de Mécanique abstraite à l'explication des phénomènes naturels. Par exemple, le *principe d'inertie* est une proposition axiomatique, quand nous définissons la force comme la cause de tout changement de vitesse, la cause de l'accélération ; il devient un principe physique, un résultat de l'induction, qui jusqu'à présent nous en a confirmé la vérité, quand nous appelons *force* un ensemble de circonstances extérieures, par exemple la présence de la Terre vis-à-vis de la masse en mouvement ; il nous dit que de telles circonstances ne sont pas, *d'après notre expérience*, nécessaires pour maintenir le mouvement uniforme, non accompagné d'un changement de vitesse. Le présent paragraphe forme, pour ainsi dire, le pont servant à passer de la Mécanique abstraite à la Mécanique concrète, c'est-à-dire à la Physique mécanique, qui étudie les divers cas concrets de mouvement dans l'univers.

§ 111. Notes historiques et bibliographiques.

