BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

JOSEPH PEROTT

Sur l'infinité de la suite des nombres premiers

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 5, nº 1 (1881), p. 183-184

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1881_2_5_1_183_1>

SUR L'INFINITÉ DE LA SUITE DES NOMBRES PREMIERS;

PAR M. JOSEPH PEROTT.

Considérons la suite des nombres naturels

$$(1) \qquad 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ N,$$

et désignons par le symbole $\theta(N)$ le nombre qui indique combien il y a de nombres dans cette suite qui ne sont divisibles par aucun carré; nous aurons

$$\theta(N) > N - \sum_{k=1}^{k=n} E\left(\frac{N}{p_k^2}\right),$$

$p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ désignant les nombres premiers de la suite (1).

A plus forte raison,

$$\theta(N) > N\left(1 - \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{p_k^2}\right) > N\left(2 - \frac{\pi^2}{6}\right) > \frac{1}{3}N.$$

Or, tous les nombres *sans facteur quadratique* de la suite (1) seront nécessairement de la forme

$$p_1^{t_1} p_2^{t_2} p_3^{t_3} \ldots p_n^{t_n} \quad (t_s = 0, 1),$$

et ils seront, par conséquent, au nombre de 2^n.

Donc

$$2^n > \frac{1}{3}N,$$

et

$$N > n > \log \text{acoust} \frac{1}{3}N,$$

ce qui prouve que, la possibilité de continuer la suite des nombres naturels persistant toujours, le nombre des nombres premiers de cette suite pourra devenir aussi grand qu'on voudra.