BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Comptes rendus et analyses

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 4, nº 1 (1880), p. 305-317

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1880_2_4_1_305_0>

COMPTES RENDUS ET ANALYSES.

CANTOR (MORITZ). — VORLESUNGEN ÜBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK. Erster Band, von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr. - Leipzig, Teubner, 1880. In-8°, VIII-804 pages, 1 planche.

Écrire une histoire des Mathématiques qui fasse époque et, à ce titre, remplace enfin l'œuvre désormais vieillie de Montucla, nul ne pouvait mieux l'entreprendre que M. Cantor, soit que l'on considère ses aptitudes personnelles, ses longues études sur la matière, ou encore la part active qu'il a prise au mouvement historique de notre siècle. Le premier Volume, qu'il vient de faire paraître, ne trompera certes pas l'espoir du public compétent, et ce n'est peut-être pas assez dire, car il semble que l'illustre professeur d'Heidelberg se soit surpassé lui-même.

Si du temps où il écrivait les *Mathematische Beiträge* il a gardé, toujours aussi vives, cette fortune de conjectures suggestives, cette puissance de divination, si désirables dans l'étude des questions obscures et controversées, il a désormais acquis au plus haut degré les qualités indispensables à l'historien : je veux dire la prudence dans l'exposition des thèses neuves, et l'impartialité dans la discussion des opinions, fussent-elles le plus contraires aux siennes propres. D'autre part, dans le vaste champ d'une histoire générale, il se trouve plus à l'aise que dans le cadre restreint des diverses monographies que nous lui devons, et il a particulièrement réussi à ordonner un ensemble dont les diverses parties sont harmonieusement pondérées et où la profusion des détails n'empêche pas de suivre le clair développement des idées principales.

Il n'est plus possible aujourd'hui de prétendre garder le plan de Montucla, qui a embrassé toutes les Mathématiques, pures et appliquées. M. Cantor a sagement fait d'exclure de son cadre, aussi rigoureusement qu'il était possible, tout ce qui est étranger à la science abstraite du nombre et de l'étendue et appartient notamment en propre à l'histoire de l'Astronomie ou à celle, encore à faire, de la Mécanique.

Le Volume paru comprend, d'après son titre, les temps les plus anciens jusqu'à l'an 1200 après J.-C., c'est-à-dire jusqu'à Léonard de Pise; le deuxième doit aller jusqu'à Leibnitz, et le troisième s'arrêter après Lagrange. Mais l'ordre chronologique indiqué devait nécessairement plier dans une certaine mesure devant l'ordre géographique, et dès maintenant se trouve épuisée l'histoire des Grecs du Bas-Empire, des Hindous, des Chinois et des Mahométans.

M. Cantor s'est efforcé, nous dit-il dans sa Préface, d'utiliser et de mentionner tous les travaux modernes intéressant son sujet, et qui ont paru avant le 15 mars 1880, date à laquelle son manuscrit a été remis à l'imprimeur. L'examen des sources auxquelles il a puisé, et qui sont des plus diverses natures, témoigne de la conscience et du succès avec lesquels ce but a été poursuivi. Comme d'ailleurs M. Cantor n'est rien moins qu'un compilateur, comme il sait, dans la juste mesure, négliger ce qui n'a pas assez d'importance, son œuvre possède vraiment tout ce qu'il faut pour marquer une date et servir de point de départ aux travaux de l'avenir.

Le lecteur ne peut attendre ici une analyse complète d'un Livre aussi considérable; mais il désirera sans doute être particulièrement renseigné, d'un côté, sur ce qui s'y trouve, comme définitivement acquis à la science, de spécialement neuf et personnel à l'auteur, d'autre part, sur la position qu'a prise ou gardée M. Cantor en présence des problèmes importants sur lesquels la controverse reste toujours permise. Mais, même de ces deux ordres de questions, le premier peut à peine être effleuré. Entrer dans le détail des nombreuses erreurs anciennes définitivement condamnées, des nouvelles rejetées après examen décisif, des points secondaires éclaircis ou ramenés à leur signification véritable, ce serait annoter chaque page.

Je me contenterai donc de signaler en bloc l'analyse des documents relatifs aux Égyptiens, aux Babyloniens et aux Chinois, et en particulier, pour le premier de ces peuples, l'étude du *Manuel d'Ahmès* (papyrus de Rhind), dont la date est désormais fixée entre 2000 et 1700 ans avant J.-C.; il y a là un travail très remarquable et dont quiconque n'est pas égyptologue peut certainement tirer plus de profit que de la traduction de M. Eisenlohr.

La façon dont est présentée l'histoire des Mathématiques chez les Arabes, sa liaison avec l'histoire politique et la distinction établie entre les diverses écoles et les divers pays apportent également sur un sujet cette fois moins neuf des éléments d'ordre et de clarté qui faisaient défaut jusqu'à présent. Mais, pour voir comment M. Cantor sait renouveler la matière qu'on croirait le mieux épuisée, il suffit de comparer à ses écrits antérieurs les Chapitres d'Euclide, de Héron d'Alexandrie et des agrimenseurs romains.

Je bornerai donc ici ces indications, forcément trop succinctes, pour aborder la revue des problèmes principaux relatifs à la période qui nous occupe, problèmes sur lesquels une lumière plus ou moins grande est apportée, mais qui, de fait, n'en restent pas moins à l'ordre du jour. On peut les réduire aux suivants :

A quelle époque ont été acquises chez les Grecs les connaissances géométriques représentées, dans leur ensemble, par les *Éléments* d'Euclide?

A quelle époque a réellement pris corps la théorie des coniques, que nous connaissons par Apollonius?

Quelle est l'origine de l'Algèbre chez les Grecs et, dans cette science, la valeur respective de leurs travaux, de ceux des Hindous et de ceux des Arabes?

Quelle est la véritable histoire de nos chiffres modernes?

Je considère comme désormais tranchée la question de la reprise des études mathématiques au commencement du moyen âge, c'est-à-dire comme parfaitement établies l'indépendance de Gerbert et des abacistes par rapport aux Arabes, leur liaison avec la tradition romaine.

Géométrie élémentaire. — M. Cantor reporte à bon droit la réelle constitution de la science au moins au temps de Platon, c'est-à-dire aux travaux de Théétète et d'Eudoxe. Il faut évidemment s'arrêter à cette date (un siècle avant Euclide environ) pour les parties arithmétique et stéréométrique des *Éléments;* mais en ce qui concerne la Géométrie plane, correspondant aux six premiers Livres, la génération précédente, que représente Hippocrate de Chios, n'est peut être pas traitée assez favorablement, et il semble que sur Bretschneider M. Cantor ait fait un pas en arrière.

Il reste au moins dans l'opinion que le géomètre grec, en cherchant la quadrature de ses lunules, poursuivait celle du cercle. Mais, pour juger la question, nous n'avons plus à nous laisser prévenir par une vague assertion d'Aristote; nous possédons le long fragment d'Eudème, conservé par Simplicius.

Si l'on en retranche les interpolations maladroites de ce dernier, il reste quatre théorèmes intéressants qu'Eudème avait plus ou moins fidèlement extraits d'un Ouvrage d'Hippocrate, sans doute différent de ses *Éléments* et formant un ensemble complet.

Or le dernier théorème (*construction d'une lunule dont la surface, ajoutée à celle d'un cercle, soit équivalente à celle du triangle isoscèle inscrit dans la lunule, plus celle de l'hexagone régulier inscrit dans le cercle*) me semble prouver suffisamment, par son seul énoncé, que jamais Hippocrate ne s'est proposé de ramener la quadrature du cercle à celle de la lunule, le problème simple au problème complexe, qu'il a fait tout le contraire, en étudiant les cas singuliers où l'on peut obtenir la quadrature de la lunule avec la règle et le compas.

Si les trois autres théorèmes nous donnent trois quadratures de ce genre, ils ne fournissent pas de fait les constructions, et, comme la dernière exige la solution géométrique d'une équation complète du second degré, M. Cantor doute qu'Hippocrate la connût. Il est cependant parfaitement supposable que les constructions étaient données dans des lemmes préliminaires, qu'Eudème se sera naturellement dispensé de conserver, surtout si de son temps ils n'offraient rien de particulièrement neuf.

Cette supposition peut d'ailleurs être confirmée par la remarque suivante. Après la première quadrature, dérivée d'un triangle isoscèle, après la seconde, dérivée d'un trapèze à trois côtés égaux, il était naturel de passer, comme Bretschneider l'a fait remarquer, au pentagone à quatre côtés égaux et ainsi de suite. Mais on tombe alors sur une figure qui ne peut être réellement construite avec la règle et le compas; dans ces conditions, l'invention de la troisième quadrature, qui exigeait au reste une remarquable sagacité, me paraît prouver suffisamment qu'Hippocrate s'était astreint, tout comme l'aurait fait Euclide, à construire complètement ses lunules quarrables.

C'est admettre, ai-je dit, qu'il connaissait la solution géométrique d'une équation complète du second degré. Or cette solution nous apparait, dans les *Éléments* d'Euclide, sous la forme de la παραβολή avec ἔλλειψις ou ὑπερβολή, qui couronne en fait le Livre VI, et que M. Cantor, d'après le témoignage formel d'Eudème, attribue d'ailleurs avec raison à l'école pythagoricienne. Si ce fut sans doute son dernier effort, il n'en doit pas moins être antérieur à Hippocrate et, dès lors, tout semble concourir à faire croire que les *Éléments* composés par ce géomètre renfermaient, à très peu près, toutes les théories importantes des six premiers Livres d'Euclide, à l'exception peut-être du cinquième (théorie de la similitude), au moins refait par Eudoxe.

Théorie des coniques. — La seconde question que nous allons aborder a, jusqu'à présent, été moins mûrie que la précédente; on doit, en tout cas, à M. Cantor d'en avoir précisé un côté.

Les termes grecs que l'on vient de voir à l'instant désignent, à parler proprement, la construction de x dans l'équation

$$y^2 = px \mp mx^2,$$

y étant supposé donné. Le problème inverse (construire y, x étant donné) rentre dans les quadratures (τετραγωνισμός).

On reconnait l'origine des noms donnés aux trois sections coniques, mais ces noms ne paraissent pas avoir été mis en usage avant Apollonius. M. Cantor part de là pour soutenir, par une discussion très minutieuse et très subtile, la thèse qu'il faut dénier à Euclide la notion de la variation concomitante de x et de y dans les problèmes de la παραβολή et la connaissance que la courbe ainsi engendrée est une conique.

Les arguments qu'il met en avant méritent certainement d'être pris en considération; toutefois, il faudrait éviter d'exagérer la portée de la conclusion à en tirer. Quoiqu'il n'y ait d'ailleurs de preuves directes qu'en ce qui concerne la parabole, je ne pense pas que M. Cantor nie que non seulement Euclide ou Aristée l'ancien, mais déjà Ménechme connût la relation constante, pour chaque conique, entre l'ordonnée et l'abscisse à partir du sommet. Quand il employait les courbes de son invention pour résoudre le problème de la duplication du cube, il appliquait de telles relations, et il faut bien croire qu'elles lui servaient également pour construire ces courbes par points. D'ailleurs, la détermination de l'ordonnée en se donnant l'abscisse, ou celle de l'abscisse en se donnant l'ordonnée lui étaient également faciles. Exiger davantage au point de vue de la variation concomitante des deux coordonnées, c'est peut-être demander plus qu'on ne pourrait jamais prouver chez les Grecs.

Ce qu'on doit concéder au moins, en revanche, c'est que les premiers géomètres qui ont traité des coniques ne se sont pas préoccupés de prouver que la courbe construite par points pouvait être mise en coïncidence avec telle section de tel cône; ils l'ont probablement supposé implicitement, et, au dire de Pappus, c'est Apollonius qui a complété la théorie sur ce point. Mais il lui a fait faire aussi un autre progrès, sans doute plus notable, en considérant des sections quelconques de cônes quelconques. C'est ce dernier pas qui me semble avoir été le véritable motif de l'adoption des nouvelles désignations, d'ailleurs plus commodes ; par exemple, l'ancien nom de la parabole, *section du cône orthogone,* devenait impropre du moment où il était prouvé que cette courbe peut être engendrée sur un cône quelconque.

Algèbre. — Si sur les deux questions qui précèdent j'ai formulé quelques réserves, il n'en sera pas de même pour la troisième. M. Cantor a fait beaucoup pour retrouver aussi haut que possible les origines de l'Algèbre chez les Grecs, pour leur restituer leur juste part dans la constitution de la science arabe et pour montrer leur influence jusque chez les Hindous. Il serait évidemment disposé à aller encore plus loin, si l'on parvenait à découvrir quelque trace nouvelle. Peut-être considère-t-il encore Diophante comme plus original sur son terrain que Pappus en Géométrie; mais, en tout cas, il ne reste plus rien des thèses de Hankel, qui dans l'auteur des *Arithmétiques* voulait à peine voir un Grec, qui attribuait aux Hindous des démonstrations arabes de source évidemment hellène. Les légendes sur l'antiquité de la science dans l'Inde s'effacent en même temps ; Aryabhatta n'est plus né qu'en 476 après J.-C., le *Sûrya Siddhânta* est postérieur à Ptolémée. Baudhâyana et les autres auteurs des *Culvasûtras,* qu'on a voulu faire remonter avant la conquête d'Alexandre, ne semblent pas antérieurs au II^{e} siècle après J.-C.

Histoire des chiffres modernes. — Il ne s'agit pas d'ailleurs de dénier aux Hindous leur originalité incontestable, de leur retirer en particulier l'invention de notre numération écrite de position, avec notre emploi du zéro. Mais la question de l'origine de nos chiffres n'en reste que plus obscure; car il est parfaitement établi qu'ils ont été employés en Europe sur l'*abacus* avant la connaissance de l'usage moderne du zéro, tandis que les Arabes orientaux ont reçu leurs signes numéraux des Hindous, avec le système de position complet. Si dès lors des chiffres analogues aux nôtres se retrouvent chez les Arabes de l'Occident, avec un système de numération qui n'a aucun rapport avec celui des Hindous, il est clair que nos chiffres sont anciens en Occident et qu'ils y sont passés, non pas des Arabes aux Chrétiens, mais bien des seconds aux premiers. Dès lors aussi, la date réelle pour laquelle on peut prouver directement leur existence en Occident n'a plus qu'une importance secondaire, et l'on peut rester sceptique sur la question de l'authenticité de la *Géométrie* de Boèce, où ils figurent. M. Cantor n'en défend pas moins cette authenticité avec une grande vigueur, et j'avoue qu'il a fortement ébranlé ma conviction contraire.

La question de l'origine de nos chiffres n'existerait plus, pour ainsi dire, si les *apices* occidentaux étaient, comme forme, essentiellement différents des caractères indo-arabes. Mais au contraire, comme ils présentent une grande similitude, il faut leur chercher une origine commune. Ici on ne peut plus échapper aux hypothèses; le terrain solide se dérobe sous les pas.

M. Cantor retrouve la source dont il s'agit dans les lettres initiales des noms de nombre en sanscrit, d'après la forme de ces lettres au II^e siècle après J.-C. Il pense que, à une date où le système de position n'était pas encore inventé, les relations certaines qui ont existé, sous l'empire romain, entre l'Inde et l'Occident ont permis la communication des chiffres à quelque néopythagoricien; celui-ci s'en sera servi pour faciliter les calculs sur l'*abacus*, instrument d'ailleurs absolument étranger à l'Inde, et il aura fait, suivant la légende conservée par Boèce, remonter son invention au maître vénéré de l'école.

Quant aux noms bizarres qui accompagnent les *apices* sur les manuscrits du moyen âge, des diverses étymologies proposées, M. Cantor choisit pour chacun celle qui lui paraît la plus probable, et il arrive ainsi à admettre deux sources différentes, l'une sémitique, l'autre grecque. Quoique des recherches de ce genre prêtent beaucoup trop à la fantaisie pour qu'on puisse leur attribuer une importance sérieuse, et sur ce point je suis d'accord avec lui, il semble que l'on pourrait se contenter de la source grecque, si l'autre est démontrée insuffisante; car on possède, dans les *Theologumena*, une mine inépuisable de rapprochements pour n'importe quelle forme barbare. Seulement, il ne faudrait pas, comme les savants que suit M. Cantor, adopter des traductions incompatibles avec la symbolique pythagoricienne, voir par exemple, dans *igin* = 1, ἡ γυνή = la femme, dans *andras* = 2, ἄνδρες = hommes, ce qui est absolument le rebours de cette symbolique bien connue. Il est si facile de lire d'un côté ἡ γονή = la semence, de l'autre ἀνδρεία = courage, synonymies garanties expressément par Anatolius.

Je ne continuerai pas des explications de ce genre; j'en ai qualifié la valeur; mais je me permettrai d'émettre à mon tour une hypothèse. L'existence de ces noms cabalistiques, l'adoption de formes étranges en Occident pour figurer les neuf premiers nombres, ne peuvent-elles pas faire croire qu'il s'agit d'un procédé de calcul tenu secret à l'origine et inventé entre astrologues, ne fût-ce que pour rehausser leurs pratiques aux yeux du vulgaire? S'il en est ainsi, il n'y a peut-être pas de mot à l'énigme, tout, mots et caractères, pouvant avoir une origine arbitraire et conventionnelle, et il serait au fond assez indifférent de savoir si des astrologues hindous ont emporté dans leur patrie des caractères de ce genre, en même temps que les procédés de calcul empruntés à leurs confrères de l'Occident, ou bien s'ils leur ont laissé ce présent en échange.

On ne se méprendra pas sur la portée des observations qui précèdent; j'ai seulement réclamé, sur des questions toujours obscures, une liberté d'opinion que M. Cantor sera sans doute le dernier à refuser, et, pour ainsi dire, je n'ai pas puisé un seul argument à une autre source que son Livre même. Je vais au contraire terminer en présentant le relevé de quelques taches ou lacunes de détail, certainement inévitables dans une œuvre aussi considérable que la sienne, comme ne le savent que trop tous ceux qui se sont tant soit peu occupés d'érudition. On trouvera sans doute mes remarques bien minutieuses; je m'excuserai en disant que ce sont les seules que m'ait permises la lecture la plus attentive, étant donné que, d'une part, je ne veux ici toucher que des points hors de conteste, que de l'autre j'ai voulu m'abstenir de faire aucun emprunt aux divers essais que j'ai déjà publiés dans différents Recueils; je le devais d'autant plus que M. Cantor, ne les ayant pas connus assez à temps pour les utiliser dans le corps de son Volume, m'a fait l'honneur de leur consacrer une page de sa préface et notamment d'y adopter, sur l'âge auquel vivait Diophante, la conclusion de l'étude qui a été insérée ici même ([1]).

Page 161 : « Platon nomme Anaxagore un célèbre géomètre, » dit, en se référant à la *Liste des mathématiciens* conservée par Proclus M. Cantor, qui attribue naturellement un grand poids à l'opinion du chef de l'Académie. Mais Proclus, qui paraît ici avoir interpolé le texte d'Eudème, rappelle seulement que « Platon fait mention, » dans les *Rivaux*, d'Anaxagore et d'OEnopide comme ayant acquis » un nom dans les sciences (μαθήμασι) ». Or, nous possédons le dialogue dont il s'agit, et qui d'ailleurs n'appartient probablement pas à Platon lui-même; il est facile d'y vérifier qu'aucun éloge n'y est donné à ces deux mathématiciens, que leurs noms sont simplement cités à l'occasion d'une discussion entre jeunes gens sur un sujet d'Astronomie sphérique.

Page 172 : Le sophisme sur la quadrature du cercle par les nombres cycliques, rapporté par M. Cantor avant le temps d'Hippocrate de Chios, n'a pas de date assignable avant l'âge d'Alexandre d'Aphrodisias (IIe siècle de notre ère), qui est le garant de Simplicius. Cette mauvaise plaisanterie n'a donc guère le droit d'être rapprochée des tentatives sérieuses faites par les *sophistes* Antiphon et Bryson.

Page 183 : Diogène Laerce fait voyager Platon après trente-deux ans, d'abord à Cyrène, pour le mettre en rapport avec son maître en Géométrie, Théodore de Cyrène, puis en Italie, pour lui faire entendre les pythagoriciens Philolaos et Eurytus. M. Cantor abandonne à bon droit le second rapprochement, absolument insoutenable; mais il maintient la première donnée, qui est une invention de la même force, et ne mérite pas plus de créance. Nous devons nous en rapporter à Platon lui-même, qui, dans le *Théétète*, présente Théodore comme enseignant à Athènes, à l'époque où vivait Socrate, et penser qu'il avait suivi les leçons du premier avant de s'attacher au second.

Page 214 : « Le successeur immédiat de Platon, Speusippe, ne semble s'être signalé par aucun travail mathématique. » M. Cantor

([1]) 2e série, t. III, Ire Partie, p. 261.

paraît ici ignorer un passage important des *Theologumena*, X, que je vais reproduire :

« Speusippe... a composé... un petit Livre très profond *sur* » *les nombres pythagoriques*. Dans la première moitié il traite très » élégamment des nombres linéaires, polygones et de tous les plans » et solides de divers genres en nombres, des cinq figures attri- » buées aux éléments cosmiques, de leurs propriétés générales, » particulières et relatives, de l'*analogie* et de l'*anacoluthie* (pro- » portions géométriques entre trois ou quatre termes); après quoi, » dans la seconde moitié du Livre, il traite sans ambages de la » décade. » Suit un long extrait textuel, où je me contente de signaler le terme technique de *pyramide* (en nombres).

Ce passage fournit la preuve que la théorie des nombres polygones et pyramidaux remonte bien aux anciens Pythagoriciens, comme M. Cantor est au reste porté à le supposer; d'autre part, il permet de faire remonter à cette époque l'invention de l'*épanthème* de Thymaridas, auquel est dû, d'après Jamblique, le terme de nombre *linéaire* (premier), et que l'on place, sans raison sérieuse, vers le IIe siècle de l'ère chrétienne.

Page 224 : « Il n'est nulle part dit un mot d'*Éléments* qui auraient été composés par un Grec après Euclide. » Cette assertion est rigoureusement exacte; mais il est bon de remarquer que Proclus, dans son commentaire sur le premier Livre d'Euclide, cite d'Apollonius des définitions, démonstrations, solutions, qui semblent bien appartenir au moins à la tentative d'élever un monument rival de celui du maître élémentaire.

Page 256 : A côté de la mention du *salinon* d'Archimède, empruntée à la quatorzième proposition des *Lemmes*, on désirerait, d'après la même source (proposition 4), celle de son *arbelon*, figure sur laquelle Pappus nous a conservé un théorème très intéressant, peut-être dû au géomètre de Syracuse.

Page 276 : Le sens exact du titre de l'*Arénaire* d'Archimède est le *nombre des grains de sable*, ψαμμί-της étant un adjectif à côté duquel il faut suppléer ἀριθμός.

Par un lapsus de plume, M. Cantor a écrit (ligne 20) « la première octade de la septième période » au lieu de « la septième octade de la première période »; de même (ligne 24), « huitième période » au lieu de « huitième octade ». La première période d'Archimède, définie plus haut, comprend tous nos nombres jusqu'à 800 millions de figures. Les deux limites que calcule le Syracusain sont seulement 10^{51} et 10^{63}.

Je lis plus loin (p. 277) que ni avant, ni après Archimède on ne trouve en langue grecque rien de semblable à ces calculs. C'est oublier ceux d'Apollonius (*voir* p. 290), qui l'ont conduit à un nombre de cinquante-cinq figures. Quant à l'origine du problème de l'*Arénaire*, je ne puis voir aucune nécessité à aller la chercher dans l'Inde. Si le Bouddha sait calculer le nombre des atomes qui font la longueur d'un *yôjana* (quinze figures), Apollon Pythien « connaît le nombre des grains de sable et la mesure de la mer » (réponse de l'oracle à Crésus dans Hérodote), tout aussi bien que l'Elohim d'Abraham pourrait compter la poussière de la terre. La question, sinon la solution, est bien de tous les pays. Quant à la donnée d'un grand nombre comme produit de plusieurs, c'est un procédé qu'on trouve également dans des épigrammes grecques assez anciennes pour avoir été attribuées à Homère et à Hésiode.

Page 290 : Le nom donné par Apollonius au paramètre des coniques est ὀρθία et non ὀρθή, du moins d'après l'édition de Halley.

Page 304 : M. Cantor demande où Montucla a puisé sa donnée que la règle et le compas aient été inventés par un neveu de Dédale. Montucla ne le dit que du compas, et, de fait, la fable parle de la scie et du compas. On peut le voir dans Ovide (*Métamorphoses*, VIII, v. 244 et suiv.) ou dans Hygin. L'oncle, jaloux de ces inventions, précipite du haut d'une tour son neveu, que Minerve change en perdrix.

Page 321 : Il est impossible d'attribuer à Héron d'Alexandrie l'invention de la *dioptra*, dont se servait déjà un disciple d'Aristote, Dicéarque de Messine, pour mesurer la hauteur des montagnes (Théon de Smyrne, *Astronomici*, 3).

Page 339 : En signalant les imperfections des écrits héroniens, M. Cantor parle notamment du calcul (*Stereometrica*, I, 35) du volume d'une pyramide tronquée dont les bases rectangulaires ont l'une 20 pieds sur 14, l'autre 4 pieds sur 2. Un tel solide n'est point, à vrai dire, une pyramide tronquée ; mais il eût été équitable de remarquer qu'en tout cas le volume est calculé par une formule exacte et curieuse :

$$\left(\frac{20+4}{2}\times\frac{14+2}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{20-4}{2}\times\frac{14-2}{2}\right)24,$$

la hauteur étant de 24 pieds. La même formule se retrouve (*Stereometrica*, II, 40), et le solide est alors appelé *bomisque*. Comme elle s'applique évidemment aussi à la véritable pyramide tronquée, il n'y a, dans la première compilation citée, qu'une faute de rédaction, et encore n'est-elle pas bien prouvée, car sous la désignation κόλουρος εἴτουν ἡμιτελής, *tronquée ou imparfaite*, se cache peut-être la distinction de la véritable pyramide tronquée et du solide qu'on peut calculer par la même formule.

Page 413 : Dans les analyses du Traité de Diophante sur les nombres polygones, on a négligé jusqu'à présent une remarque importante pour apprécier à sa juste mesure le prétendu père de l'Algèbre. Le but du Traité est de montrer qu'on peut substituer à la définition ancienne du polygone p_m^r de m angles et de côté r, comme somme de r nombres commençant par l'unité et progressant suivant la différence $m-2$, celle qui résulte de la propriété que $8(m-2)p_m^r+(m-4)^2$ est un nombre carré. Or la définition est mauvaise, car, par exemple,

$$8(5-2)2+(5-4)^2=7^2;$$

donc 2 serait un pentagone, etc. S'il est d'ailleurs possible aux modernes d'élargir la première définition de façon à y faire rentrer la seconde, il faut pour cela introduire des notions sans aucun doute étrangères aux anciens.

Le dernier problème (mutilé) du Traité (*De combien de manières un nombre peut-il être polygone?*) ne fournit d'ailleurs rien qu'on puisse être tenté d'utiliser pour une généralisation de cette sorte. C'est un fragment indigne de Diophante; n'étant pas annoncé dans le préambule, il doit être rejeté comme un malencontreux essai d'addition fait par un homme qui, au bout de deux pages de calcul, n'a pas su avancer la question d'un pas.

Page 531 : L'origine de la valeur approximative $\pi=\sqrt{10}$, dans Brahmagupta, me paraît avoir été éclaircie par M. Léon Rodet (*Bulletin de la Société Mathématique de France*, 1879, p. 99).

$3\frac{1}{7}$ étant une approximation par défaut de $\sqrt{10}$, obtenue en divisant le reste par le double de la partie entière augmenté de l'unité, la seconde expression aura été substituée à la première, qui devait probablement la remplacer, au contraire, dans la réalité des calculs.

Paul Tannery.