FRÉDÉRIC RITTER

À propos d'une lettre de Fermat sur le fameux problème d'Adrien Romain, résolu par F. Viète

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 4, nº 1 (1880), p. 171-182

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1880_2_4_1_171_1>

MÉLANGES.

A PROPOS D'UNE LETTRE DE FERMAT SUR LE FAMEUX PROBLÈME D'ADRIEN ROMAIN, RÉSOLU PAR F. VIÈTE;

PAR M. FRÉDÉRIC RITTER,
Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées.

Dans la Communication si intéressante de divers documents inédits faite par M. C. Henry dans le *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche* publié par M. le prince B. Boncompagni (octobre 1879, p. 735-737), se trouve une Lettre de Fermat à Huygens, traitant du fameux problème d'Adrien Romain, résolu par François Viète. Importante à divers titres, cette Lettre contient cependant une allégation inexacte en ce qui concerne la généralité que le géomètre belge aurait voulu donner à la solution de la question proposée.

Le texte de la Lettre tel qu'il a été publié est assez incorrect ; on y relève des fautes d'orthographe et de ponctuation, et, ce qui est plus grave, des fautes dans la notation algébrique, qui rendent sa lecture difficile.

Comme un grand nombre de personnes qui cultivent les Mathématiques sont peu habiles à comprendre les textes latins, nous croyons devoir donner ici la traduction de cette Lettre.

« *Pierre Fermat, du Parlement de Toulouse, à très excellent et très illustre Christian Huygens.*

» Il m'est arrivé l'année dernière d'examiner, avec plus d'attention que je ne l'avais encore fait, la fameuse réponse de François Viète au problème d'Adrien Romain. Étant tombé sur le passage du sixième Chapitre où ce mathématicien, d'un esprit si pénétrant, se demande si Adrien Romain a jamais cherché à connaître la loi de formation et les propriétés de son équation, je me suis demandé à mon tour si Viète avait trouvé et donné une solution suffisamment générale de cette fameuse équation. L'énoncé d'Adrien Romain, rectifié par Viète, est le suivant :

» *Etant donnée en nombres algébriques l'équation*

$$\begin{aligned}
&45(1) - 3795(3) + 95634(5) - 1138500(7) + 7811375(9) \\
&\quad - 34512075(11) + 105306075(13) - 232676280(15) \\
&\quad + 384942375(17) - 488494125(19) + 483341800(21) \\
&\quad - 378658800(23) + 236030652(25) - 117679100(27) \\
&\quad + 46955700(29) - 14945040(31) + 3764565(33) \\
&\quad - 740459(35) + 11150(37) - 12300(39) + 945(41) \\
&\quad - 45(43) + 1(45)
\end{aligned}$$

égal à un nombre donné, trouver la valeur de la racine.

» La traitant par sa méthode, Viète a sans doute ramené, d'une manière aussi élégante que très savante, la solution de cette question aux Sections angulaires, et il a construit avec un rare bonheur la Table que l'on trouve à la page 318 de l'édition d'Elzevir et que l'on peut étendre aussi loin qu'il plaira par la méthode qu'il a employée et qui permet de reconnaître à quelles Sections angulaires se rapportent les équations du même type. Si, dans la série correspondant aux nombres impairs, on prend l'équation 1 C — 3 N égal à un nombre donné moindre que 2, la question est ramenée à la trisection d'un angle ([1]). De même, la résolution de l'équation 1 QC — 3 C + 5 N égal à un nombre donné moindre que 2 est ramenée à la division d'un angle en cinq parties égales; enfin celle de l'équation 1 QQC — 7 QC + 14 C — 7 N égal à un nombre donné moindre que 2, est ramenée à la division d'un angle en sept parties égales. Et si vous prolongez indéfiniment la Table de Viète suivant la méthode indiquée par lui, l'équation proposée par Adrien Romain correspondra à celle qui occupe le rang marqué

([1]) Fermat emploie ici la notation de Viète qui désigne l'inconnue par N, son carré par Q, son cube par C, sa quatrième puissance par QQ, et ainsi de suite.

par le nombre 45. La solution de la question serait ainsi ramenée à la division d'un angle en quarante-cinq parties égales. Toutefois, il y a lieu de remarquer que, pour toutes ces équations on ne peut faire usage des Sections angulaires et de la méthode de Viète, nous l'avons déjà dit, qu'au seul cas où le nombre donné qui doit être égalé aux nombres algébriques ne dépasse pas 2. Lorsque ce nombre est plus grand que 2, le mystère des Sections angulaires garde le silence, et l'on reconnaît facilement que l'on ne peut plus en faire usage.

» Cependant Adrien avait posé d'une manière générale la question: *Etant donné le dernier terme, trouver le premier.* Ce n'est donc plus à Viète ni aux Sections angulaires, mais à d'autres, que l'on doit demander assistance. Dans le premier cas, nous l'avons déjà dit, lorsque 1 C — 3 N est égal à un nombre moindre que 2, la question est ramenée à la trisection de l'angle. Mais si 1 C — 3 N est égal, par exemple, à 4 ou à tout autre nombre plus grand que 2, les analystes ne peuvent trouver la solution de l'équation proposée que par la méthode de Cardan; et pour tous les autres cas en nombre indéfini, trouver, si c'est possible, une solution au moyen de l'extraction des racines, c'est ce que jusqu'à ce jour aucun analyste n'a encore tenté de faire. Mais, très illustre Huygens, que tout ce qu'il est permis de découvrir dans cette partie de l'Algèbre soit placé sous vos auspices, vous pour lequel tous les savants ont, et avec raison, une profonde vénération, vous qu'ils considèrent comme l'homme le plus éminent en matières scientifiques.

» Soit donc proposé de faire 1 QC — 5 C + 5 N égal au nombre 4 ou à tout autre nombre plus grand que 2. La méthode de Viète pour ce cas reste complètement muette. Cependant, et je l'affirme hardiment, on peut répondre d'une manière générale à la question d'Adrien pour toutes les équations contenues dans la Table, lorsque le nombre donné est plus grand que 2, et l'on peut toujours obtenir très commodément les solutions des équations proposées. J'ai en effet remarqué et je puis démontrer que, pour tous les cas dont je viens de parler, les équations peuvent être résolues comme les équations cubiques, que l'on ramène, par les méthodes de Cardan ou de Viète, à l'extraction de la racine cubique d'une racine carrée, savoir : les équations quadrato-cubiques à l'extraction de la racine quadrato-cubique d'une racine carrée; les équations quadrato-quadrato-cubiques à l'extraction de la racine quadrato-quadrato-cubique d'une racine carrée, et ainsi de suite, d'après la même loi. Soit, par exemple, 1 C — 3 N égal à 4; personne n'ignore que, par les méthodes dont il vient d'être parlé, la racine cherchée est égale à la racine cubique du binôme $2+\sqrt{3}$ + la racine cubique de l'apotome $2-\sqrt{3}$. Mais que l'on propose, comme dans l'exemple de Viète et d'Adrien Romain, de faire

$$1\,QC - 5\,C + 3\,N$$

égal à 4 ou à tout autre nombre plus grand que 2 : pour ce cas comme pour tous les autres compris dans la Table, quelque loin qu'on la prolonge, en représentant toujours la racine cherchée par $\frac{1\,Q+1}{N}$, cet artifice fera évanouir tous les termes homogènes de degré inférieur qui s'opposent à la résolution de l'équation par l'extraction d'une racine. Ainsi, dans le cas dont je m'occupe, la racine cherchée est égale à la racine quadrato-cubique du binôme $2+\sqrt{3}$ + la racine quadrato-cubique de l'apotôme $2-\sqrt{3}$. Si c'est l'équation 1 QQC — 7 QC + 14 C — 7 N correspondant au nombre 7 dans la Table de Viète, car c'est toujours l'exposant de la puissance la plus élevée que l'on doit considérer, qu'il faut faire égale au nombre 4, on représentera, comme dans le cas précédent, la racine cherchée par $\frac{1\,Q+1}{N}$, et, par cet artifice, on fera également disparaître tous les termes homogènes qui s'opposent à la résolution par une simple extraction de racine, et la racine cherchée sera égale à la racine quadrato-quadrato-cubique du binôme $2+\sqrt{3}$ + la racine quadrato-quadrato-cubique de l'apotôme $2-\sqrt{3}$. Et ainsi de suite. Un savant aussi éminent que vous le reconnaîtra non seulement par expérience, mais le démontrera quand il lui plaira de le faire. C'est en effet une propriété des équations qui constituent la Table de Viète que, dans tous les cas où l'homogène de comparaison [1] est plus grand que 2, la solution est obtenue par une simple extraction de racines. Il se présente donc trois cas : ou le nombre

---

[1] *Homogeneum comparationis*, le terme connu. *Homogenea*, les termes homogènes, ceux qui renferment une puissance de l'inconnue.

donné qui doit être égal à l'expression analytique de la Table est 2, ou il est plus petit que 2, ou plus grand que 2. Dans le premier cas, le nombre cherché est le nombre 2 lui-même ; dans le deuxième, la question est ramenée par la méthode de Viète aux Sections angulaires ; dans le troisième, on résout facilement la question par ma méthode, c'est-à-dire par une extraction de racines. Si donc l'expression analytique d'Adrien rapportée plus haut, $45(1) - 3795(3) + \ldots$, est égale à 4, la racine cherchée sera la racine quarante-cinquième du binôme $2 + \sqrt{3}$ + la racine quarante-cinquième de l'apotome $2 - \sqrt{3}$. Je ne crois pas devoir m'arrêter plus longtemps sur une question aussi claire et aussi bien établie par des exemples ; je dirai seulement que l'extraction de la racine quarante-cinquième ou la recherche de quarante-quatre moyennes proportionnelles entre deux quantités données peut être obtenue facilement par l'extraction successive de deux racines cubiques et d'une racine quadrato-cubique, ce qui est suffisamment indiqué par les deux facteurs 5 et 9 du nombre 45 ; 5 se rapporte en effet à une racine quadrato-cubique et 9 à deux racines cubiques successives, car le nombre 3 qui est l'exposant du cube, multiplié par lui-même, produit le nombre 9. On satisfait donc à la question telle que je l'ai posée en cherchant successivement deux moyennes proportionnelles entre deux nombres, puis en en cherchant quatre autres, ce qui revient au même que d'en chercher quarante-quatre entre deux nombres (¹). C'est du reste ainsi que Viète a trouvé le moyen de diviser un angle en quarante-cinq parties égales, qui donne la solution de la question ou de l'équation d'Adrien en la ramenant à celle de deux équations cubiques successives et d'une équation quadrato-cubique correspondant à deux trisections d'angles et à une quintusection. Je ne dirai rien ici des solutions multiples

(¹) En effet, on a

$$\div\!\div\, N : x : x^2 : x^3, \quad \text{d'où} \quad x = \sqrt[3]{N},$$

$$\div\!\div\, \sqrt[3]{N} : y : y^2 : y^3, \quad \text{d'où} \quad y = \sqrt[3]{\sqrt[3]{N}},$$

$$\div\!\div\, \sqrt[3]{\sqrt[3]{N}} : z : z^2 : z^3 : z^4 : z^5, \quad \text{d'où} \quad z = \sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{N}}}.$$

On obtient le même résultat avec la progression

$$\div\!\div\, N : u : u^2 : \ldots : u^{43} : u^{44} : u^{45}, \quad \text{d'où} \quad u = \sqrt[45]{N}.$$

de la question ou de l'équation proposée ; je n'en ai donné que la solution qui se présente la première; quant aux autres, leur recherche est beaucoup plus laborieuse, j'en parlerai peut-être ailleurs si j'en ai le loisir. Adieu donc, très illustre, et conservez-moi votre amitié. »

Adresse : « Pour monsieur Huygens. »

La première partie de cette Lettre renferme une assertion qui est détruite par l'énoncé même du problème tel qu'il est donné par Adrien Romain; c'est lorsque Fermat se pose la question « *An ipsemet Vieta æquationis illius famosæ satis generalem tradiderit et invenerit solutionem* », et plus loin lorsqu'il écrit « *Verum observandum est, in his omnibus æquationibus contingere, ut iis solum ipsarum casibus inserviant Sectiones angulares et methodus Vietæ in quibus numeris algebricis Tabulæ terminus binarium non excedit...* », et enfin « *Proposuerat tamen generaliter Adrianus, dato termino posteriore inveniendum esse priorem* ».

Si nous nous reportons à l'énoncé du problème d'Adrien Romain rapporté *textuellement* par Viète, « *ne immutato quidem commate* », comme il le dit lui-même dans sa réponse : *Ad problema* | *quod omnibus Mathematicis totius orbis* | *construendum proposuit* | *Adrianus Romanus* | *Franscisci* | *Vietæ* | *Responsum.* | Parisiis | apud Jametium Mettayer | Typographum Regium | 1595 », nous voyons qu'à la suite de cet énoncé le géomètre belge a eu soin de donner trois exemples avec leur solution, exemples qui devaient mettre les mathématiciens mis au défi sur la voie de la solution demandée :

« Exemplum primum datum.

» *Sit terminus posterior* R bin 2 + R bin 2 + R bin 2 + R 2, *quæritur terminus prior.*

» Solutio. — *Dico terminum priorem esse*

R bin 2 — R bin 2 + R bin 2 + R bin 2 + R bin 2 + R 3.

» EXEMPLUM SECUNDUM DATUM.

« *Sit terminus posterior*

$$\mathrm{R\,bin}\,2 + \mathrm{R\,bin}\,2 - \mathrm{R\,bin}\,2 - \mathrm{R\,bin}\,2 - \mathrm{R\,bin}\,2 - \mathrm{R}\,2,$$

quæritur terminus prior.

» SOLUTIO. — *Terminus prior est*

$$\mathrm{R\,bin}\,2 - \mathrm{R\,bin}\,2 + \mathrm{R\,bin}\,2 + \mathrm{R\,bin}\,2 + \mathrm{R\,bin}\,2 + \mathrm{R}\,3.$$

» EXEMPLUM TERTIUM DATUM.

» *Sit terminus posterior* R bin 2 + R 2, *quæritur terminus prior.*

» SOLUTIO. — *Terminus prior est*

$$\mathrm{R\,bin}\,2 - \mathrm{R\ quadrin}\,2 + \mathrm{R}\,\tfrac{3}{16} + \mathrm{R}\,\tfrac{15}{16} + \mathrm{R\,bin}\,\tfrac{1}{8} - \mathrm{R}\,\tfrac{5}{64}.$$

» *Si innumeris absolutis solinomiis id proponere libuerit, sit posterior terminus*

$$\mathrm{R}3\,\frac{4142.1356.2373.0950.4880.1688.7242.0969.8078.5696.7187.5375}{1.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0000\ 0000.0000.0000.0000.0000},$$

quæritur terminus prior.

» SOLUTIO. — *Terminus prior erit*

$$\mathrm{R}\,\frac{27.4093\ 0490.8522.5243.1015.8831.2112.6838.8180}{1.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0000.0000}.$$

» EXEMPLUM QUÆSITUM.

« *Sit posterior terminus*

$$\mathrm{R\ trinomia}\ 1\tfrac{3}{4} - \mathrm{R}\,\tfrac{5}{16} - \mathrm{R\,bin}\,1\tfrac{7}{8} - \mathrm{R}\,\tfrac{45}{64},$$

quæritur terminus prior. Hoc exemplum omnibus mathematicis totius orbis ad construendum sit propositum. »

L'énoncé d'Adrien Romain, avec les exemples qui l'accompagnent, ne peut laisser aucun doute sur les intentions de son auteur. Il s'agit d'un exemple particulier; il en demande la solution et même il semble indiquer que cette solution *dépend* d'une construction géométrique (*ad construendum sit propositum*) et non de la résolution de l'équation proposée. Il eût été en effet puéril, dans l'état où se trouvait à cette époque la science du calcul, de demander à des mathématiciens de résoudre une équation du quarante-cinquième degré. La question proposée n'était donc qu'une espèce d'énigme qu'il fallait deviner; et, comme nous l'avons déjà dit et comme nous allons le démontrer, Adrien Romain, au moyen des trois exemples donnés, mettait tout simplement les chercheurs sur la voie.

A cette époque, les mathématiciens, non encore en possession des ressources de l'Algèbre moderne que Viète allait mettre à leur disposition, étaient obligés d'étudier et d'approfondir cet admirable dixième Livre d'Euclide, ce chef-d'œuvre de sagacité dans lequel le géomètre grec a posé les règles pour la transformation des radicaux carrés et bicarrés. Sa théorie des *binômes* et des *apotômes* formait alors une partie très importante de l'Algèbre ancienne; elle était exposée, développée et commentée dans de nombreux Traités, et nous la trouvons en Occident dès le XIIIe siècle, dans le Livre de l'*Abacus*, de Léonard de Pise. Au XVIe siècle, d'ailleurs, les recherches sur la quadrature du cercle et sur la détermination du rapport de la circonférence au diamètre étaient à l'ordre du jour, et nous avons établi récemment, au Congrès de l'Association scientifique tenu à Montpellier en 1879, la priorité de François Viète dans la détermination d'une valeur de ce rapport plus approchée que celle d'Archimède. Les géomètres connaissaient, comme les algébristes modernes connaissent certaines formules, un grand nombre d'expressions irrationnelles, notamment celles qui donnaient les côtés des polygones réguliers obtenus par la bissection successive des arcs des polygones de 4 et de 6 côtés et leurs cordes supplémentaires, expressions remarquables sous leur forme de radicaux successifs, ne renfermant que le nombre 2 pour les premiers et les nombres 2 et 3 pour les seconds.

Dans les données et les solutions des exemples d'Adrien Romain, il était facile pour eux de reconnaître :

Dans la donnée du premier $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$, l'expression de la corde supplémentaire du polygone de trente-deux côtés, sous-tendant un angle de $168^\circ 45'$; dans la solution

$$\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}},$$

l'expression du côté du polygone de quatre-vingt-douze côtés obtenu par quatre bissections successives de l'arc de l'hexagone, correspondant à un arc de $3^\circ 45'$;

Dans la donnée du second $\sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{2}}}}}}$, la corde du complément de l'arc du polygone de soixante-quatre côtés, égal à quinze fois $5^\circ 37' 30''$ ou à $84^\circ 22' 30''$, et, dans la solution $\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}}}$ le côté du polygone de cent quatre-vingt-douze côtés obtenu par cinq bissections de l'arc de l'hexagone, correspondant à un arc de $1^\circ 52' 30''$;

Dans la donnée du troisième $\sqrt{2+\sqrt{2}}$, la corde supplémentaire du côté de l'octogone, sous-tendant un arc de 135°, et, dans la solution $\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{\frac{3}{16}}+\sqrt{\frac{15}{16}}+\sqrt{\frac{1}{8}+\sqrt{\frac{5}{64}}}}}$, une expression dérivée du côté du pentédécagone inscrit, c'est-à-dire le côté du polygone de cent vingt côtés obtenu par trois bissections successives de l'arc du pentédécagone et correspondant à un arc de 3°.

Dans chacune de ces solutions, l'arc correspondant au côté donné est égal à quarante-cinq fois l'arc correspondant au côté cherché.

Enfin, dans la donnée du problème proposé,

$$\sqrt{1\tfrac{3}{4}-\sqrt{\tfrac{15}{16}}-\sqrt{1\tfrac{7}{8}-\sqrt{\tfrac{45}{64}}}},$$

une des formes de l'expression du côté du pentédécagone inscrit, correspondant à un arc de 24°.

Les géomètres provoqués par Adrien Romain devaient donc se demander si la solution ne serait pas la corde de l'arc quarante-cinquième partie de l'arc du pentédécagone, c'est-à-dire de l'arc de $32'$. Cette corde ne peut pas, comme dans les solutions précédentes, être exprimée sous forme de radicaux, mais elle est égale à $2 \sin \frac{1}{2} 32'$, et, par conséquent, sa valeur est calculable au moyen des Tables trigonométriques; et c'est certainement pour indiquer ce mode de solution qu'Adrien Romain a ajouté dans son troisième exemple, à la donnée et à la solution sous forme de radicaux, leur valeur en nombres (*in numeris absolutis solinomiis*).

Telle est, d'après nous, la marche qui, dans l'esprit du géomètre belge, devait être suivie pour répondre à la question qu'il proposait aux mathématiciens du monde entier.

François Viète résolut le problème d'une autre manière et à première vue, sans être arrêté par une faute d'impression. « *Problema Adriani ut legi ut solvi, nec me malus abstulit error* », dit-il en tête de sa réponse. Il avait, en effet, découvert la formule générale de la corde d'un arc sous-multiple d'un arc donné en fonction de la corde de cet arc; en jetant les yeux sur l'équation proposée, il reconnut de suite le cas de la division d'un arc en quarante-cinq parties égales et dans la corde donnée le côté du pentédécagone inscrit : il put donc immédiatement faire savoir à Adrien Romain que la solution de son problème était donnée par la valeur de $2 \sin 16'$. Mais il avait également découvert qu'à une corde donnée correspondaient non seulement l'arc sous-tendu par cette corde, mais encore tous les arcs formés de cet arc fondamental, augmenté d'un nombre quelconque de circonférences, et que, par conséquent, les cordes différentes de la quarante-cinquième partie de chacun de ces arcs étaient autant de solutions de la question. On sait que ces cordes sont au nombre de quarante-quatre, dont vingt-deux positives et vingt-deux négatives. Mais Viète n'envoya à Adrien Romain, le lendemain, que les vingt-deux autres solutions positives, car à cette époque on rejetait sans l'examiner toute solution négative.

Les circonstances particulières qui se produisirent à propos de la solution de ce problème par F. Viète firent grand bruit, et elles nous ont été conservées par Tallemant des Réaux dans ses *Historiettes*. Nous avons rapporté ailleurs cet intéressant récit; nous nous contenterons de le résumer ici en quelques lignes.

Henri IV faisait à Fontainebleau, où son Conseil d'État l'avait suivi, à l'ambassadeur des États de Hollande, les honneurs de son royaume, en lui nommant ses hommes les plus remarquables. L'ambassadeur ayant fait observer qu'il n'y avait pas de mathématiciens en France, puisque Adrien Romain, dans son défi aux géomètres du monde entier, n'en nommait aucun (1), le roi lui répondit qu'il en avait un et très excellent. Il fait appeler Viète. On lui présente le problème d'Adrien Romain. Après l'avoir lu, il en crayonne immédiatement une solution qu'il remet à l'ambassadeur, et le lendemain il lui en envoie vingt-deux autres. Adrien Romain, justement émerveillé, quitte brusquement Louvain et ses affaires pour se rendre à Paris et faire connaissance avec le très excellent mathématicien du roi. Viète était parti pour Fontenay-le-Comte : Adrien Romain l'y suit et passe un mois avec lui. N'est-il pas évident que, si F. Viète n'avait pas résolu, et au delà, le problème tel que le géomètre belge l'avait compris, celui-ci n'aurait pas tout quitté pour accourir en toute hâte se mettre en relation avec lui ?

Pour nous il est donc incontestable que l'assertion de Fermat au sujet de la généralité du problème en question n'est aucunement fondée. Il y a plus : la solution si remarquable du grand géomètre de Toulouse, il l'avoue lui-même, ne peut s'appliquer à aucun des exemples donnés par Adrien Romain à la suite de l'énoncé de son problème, car, dans tous, le terme connu est une corde d'un cercle dont le rayon est l'unité, par conséquent plus petite que 2. Or, dans ce cas, la solution de Fermat conduit à une expression imaginaire irréductible, quoique toutes les racines de l'équation soient réelles. En effet, sa méthode, basée sur une propriété de l'équation des Sections angulaires qui permet d'appliquer pour la recherche de l'une de ses racines un procédé de résolution analogue à celui des équations réciproques, consiste à poser dans cette équation

$$x = \frac{y^2+1}{y} \quad \text{ou} \quad y + \frac{1}{y}.$$

En désignant par p le terme connu, l'équation transformée

(1) Il serait intéressant de connaître la liste des mathématiciens du monde entier donnée en tête du défi d'Adrien Romain, si, par un hasard heureux, quelque exemplaire de ce défi se trouvait aux mains d'un bibliophile ou dans quelque bibliothèque.

devient

$$y^n + \frac{1}{y^n} = p;$$

elle a pour racine

$$y = \sqrt[n]{\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - 1}},$$

d'où

$$x = \sqrt[n]{\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - 1}} + \sqrt[n]{\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - 1}}.$$

Or, lorsque $p < 2$, la valeur de x se présente sous la forme imaginaire irréductible, et cependant elle est réelle.

Un mot seulement sur les dernières lignes de la Lettre de Fermat; nous pensons que si ce grand géomètre avait tenté de chercher au delà du quatrième degré les autres solutions de l'équation des Sections angulaires, il n'y serait pas arrivé; car, après avoir abaissé le degré de l'équation au moyen de la racine donnée par sa méthode, on retombe sur une équation ordinaire d'un degré supérieur, compliquée de radicaux, et que l'on ne peut résoudre que par approximation.