Première partie, comptes rendus et analyses

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2^e série, tome 3, nº 1 (1879), p. 5-13
<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1879_2_3_1_5_0>

BULLETIN

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET

ASTRONOMIQUES.

PREMIÈRE PARTIE.

COMPTES RENDUS ET ANALYSES.

SANNIA (A.) e D'OVIDIO (E.), Professori nelle Università di Napoli e Torino. — ELEMENTI DI GEOMETRIA. 3ª edizione, corretta e modificata. — Napoli, B. Pellerano, 1876. 1 vol. petit in-8°, XVII-559 pages, 392 figures dans le texte. Prix : 6 fr.

MORENO (G.), Professore nel Collegio militare e nell' Istituto tecnico di Napoli. — ELEMENTI DI GEOMETRIA. 4ª edizione, con 372 figure intercalate nel testo. — Napoli, B. Pellerano, 1877. 1 vol. petit in-8°, 431 pages. Prix : 4 fr. 50.

FAIFOFER (A.), Prof. nel Liceo Marco Foscarini. — ELEMENTI DI GEOMETRIA. Venezia, tipografia Emiliana, 1878. 1 vol. petit in-8°, 504 pages, environ 340 figures dans le texte.

L'apparition presque simultanée de ces trois Ouvrages est une preuve des soins qu'apportent de nos jours les professeurs italiens au perfectionnement des méthodes d'enseignement de la Géométrie élémentaire. On sait que les règlements de l'instruction publique, en Italie, ont prescrit comme modèle de cet enseignement les

Éléments d'Euclide, en laissant d'ailleurs aux professeurs la liberté de modifier très-largement les détails. Cette sage mesure, en même temps qu'elle a préservé les auteurs italiens des changements ultra-radicaux que l'on rencontre dans certains Traités publiés dans d'autres pays, a forcé les maîtres à se retremper dans l'étude du chef-d'œuvre de la logique antique, le guide le plus sûr vers les principes modernes de la Philosophie mathématique, dont les altérations apportées par les successeurs d'Euclide à son admirable rigueur nous avaient notablement écartés. Il nous semble toutefois que le rôle des méthodes euclidiennes ne doit être considéré ici que comme transitoire, et que, une fois ramenée au vrai point de départ, la Science devra élargir peu à peu le cadre étroit de la Géométrie ancienne, tout en conservant précieusement les habitudes de rigueur qu'elle aura contractées, et qui ne sont nullement incompatibles avec les méthodes modernes.

Le premier des trois Traités dont nous voulons parler est une nouvelle édition du Livre que nous signalions il y a huit ans (1) à l'attention des professeurs. L'auteur a conservé le plan général de l'ancienne édition; mais il a développé notablement certaines parties, celles surtout qui touchent aux principes fondamentaux. L'*Introduction*, au lieu de six pages, en occupe maintenant seize. Nous ne saurions garantir que tous les nouveaux développements fussent également nécessaires dans un Livre destiné à l'enseignement élémentaire, où il ne faut pas trop multiplier les énoncés. Quand le temps est venu d'initier les élèves à des considérations plus élevées, la forme euclidienne, universellement bannie des autres sciences, et qui a son dernier refuge dans les Traités de Géométrie, nous semble tout à fait impropre au développement des idées modernes.

Nous aurions encore quelques critiques de langage à adresser aux premières lignes de cette Introduction. La définition de l'axiome comme une vérité *évidente* ne nous satisfait pas, l'*évidence* ne pouvant être, dans les sciences abstraites, qu'un souvenir d'expériences plus ou moins répétées, et par suite un moyen d'induction, et non un caractère de certitude. Le mot *hypothèse* présenterait

(1) *Bulletin*, 1re série, t. I, p. 359, et *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, t. X, p. 289.

moins d'équivoque. Un *théorème* est une conséquence des hypothèses admises, et la démonstration a pour but, non de rendre le théorème évident (il est souvent par lui-même plus *évident* que les hypothèses d'où il résulte), mais de faire ressortir ses liaisons avec les hypothèses et avec les autres théorèmes. Le mot *postulat* (αἴτημα) a été détourné depuis longtemps du sens que lui attribuait Euclide, et, malgré l'autorité des manuscrits et des éditeurs, nous avons peine à croire que l'auteur des *Éléments* ait entendu par là autre chose que la *demande* des moyens de tracer un cercle ou une droite et de prolonger celle-ci.

La possibilité de diviser en deux parties égales soit l'angle des deux directions opposées d'une même droite, soit un angle quelconque, soit une droite quelconque, résulte d'une proposition générale qui se démontre à l'aide du principe des limites, pour toute grandeur qui n'est susceptible de varier que dans deux sens déterminés et opposés. Plus d'un lecteur sera surpris de trouver à la page 33 du Volume la démonstration de l'existence d'un point milieu unique d'une droite donnée.

Les auteurs ont conservé, en la développant même en quelques points, la théorie euclidienne des proportions. Nous ne pouvons que répéter à ce sujet ce que nous disions il y a sept ans : cette théorie est un chef-d'œuvre que l'on ne pouvait trop étudier à une époque où les moyens plus rapides n'étaient pas connus. Aujourd'hui nous considérerions le temps comme mieux employé si on le consacrait à acquérir l'intelligence complète de la méthode des limites, chose indispensable dès que l'on veut pousser ses études mathématiques au delà des *quatre règles*. Cette prédilection des auteurs pour la méthode d'Euclide a, en outre, l'inconvénient de rompre l'unité de leur Ouvrage, dont une partie se trouve écrite dans l'esprit des anciens, l'autre dans l'esprit des modernes.

Si nous maintenons les critiques que nous avions formulées autrefois tant sur ce point que sur d'autres moins importants, nous maintenons aussi les éloges que nous avions donnés au travail consciencieux des deux savants professeurs, et nous en recommanderons vivement la lecture aux élèves et aux maîtres, mais surtout à ces derniers, qui y trouveront de grandes ressources pour perfectionner et varier leur enseignement.

Le Livre de M. Moreno offre un caractère plus élémentaire que le précédent, et naturellement les développements touchant à la philosophie de la Science n'y tiennent que bien peu de place. Nous pensons que l'auteur ferait bien, dans sa prochaine édition, de rayer du nombre des axiomes cette tautologie que « le tout est égal à la somme de ses parties ».

Le plan de l'Ouvrage est à peu près le même que celui qu'ont suivi MM. Sannia et d'Ovidio. Il se divise en deux Parties : Planimétrie et Stéréométrie. Chacune de ces Parties se divise elle-même en quatre Livres, ayant pour titres respectifs : I. La ligne droite. — II. Le cercle. — III. Relations métriques entre les éléments des figures. — IV. Mesure des figures. — V. La droite et le plan. — VI. Surfaces courbes. — VII. Relations métriques entre les éléments des figures. — VIII. Mesure des figures.

Il y a de plus deux Appendices, l'un à la suite de la Planimétrie, traitant des maxima et des minima, l'autre à la fin de la Stéréométrie, traitant de la similitude. L'Ouvrage est terminé par une « Note sur quelques propositions admises dans ces éléments ». Chacun des huit Livres est suivi d'un recueil d'Exercices. La notion de la longueur d'une ligne courbe ne nous paraît pas établie avec toute la rigueur désirable.

Nous dirons, pour conclure, que la lecture de l'Ouvrage de M. Moreno est une excellente préparation à celle du Traité de MM. Sannia et d'Ovidio, et qu'il contient déjà à lui seul toutes les propositions nécessaires pour aborder les parties plus élevées des Mathématiques.

Le traité de M. Faifofer, dont il nous reste à parler, s'écarte beaucoup plus que les deux précédents de la forme euclidienne, sans pour cela que la rigueur euclidienne y fasse défaut. Le mode d'exposition est moins dogmatique et se rapproche plus de la tendance analytique de la Science actuelle.

On y remarquera, par rapport à l'ordre habituel, quelques transpositions qui, au premier abord, pourront ne pas sembler naturelles; ainsi le Chapitre qui traite des parallèles ne commence qu'à la page 102. Mais on peut expliquer cette détermination de l'auteur par le désir d'exposer d'abord toute la partie de la Géométrie plane qui ne repose pas sur l'axiome des parallèles.

La Géométrie de l'espace est un peu sacrifiée; il n'est pas question de la théorie des triangles sphériques, qui aurait pu être traitée, sans augmentation sensible de l'étendue du Livre, en même temps que celle des angles trièdres, qui n'en est qu'une forme différente.

Voici un aperçu de la division de l'Ouvrage :

Des vingt-trois Chapitres dont il se compose, les treize premiers sont consacrés à la Planimétrie, les dix autres à la Stéréométrie.

Planimétrie. — I. Notions fondamentales. L'auteur y développe les propriétés les plus simples de la droite et du cercle, de manière à permettre au lecteur de résoudre par la règle et le compas les problèmes fondamentaux. — II. Angles et triangles. — III. Du cercle. — IV. Droites parallèles. — V. Parallélogrammes. — VI. Équivalence des polygones. — VII. Aires des polygones. — VIII. Angles dans le cercle. — IX. Polygones réguliers. — X. Rectification et quadrature approximatives du cercle. — XI. Proportion, proportionnalité. — XII. Segments proportionnels. — XIII. Similitude des figures.

Stéréométrie. — XIV. Plan et droite perpendiculaires. — XV. Dièdre. — XVI. Trièdre. — XVII. Parallélisme des droites et des plans. — XVIII. Prisme. — XIX. Pyramide. — XX. Polyèdres semblables. — XXI. Volumes des polyèdres. — XXII. Cylindre et cône. — XXIII. Sphère.

J. H.

Dra F.-J. STUDNICKY ZÁKLADOVÉ VYŠŠÍ MATHEMATIKY. — Díl první. O počtu differencialním. S četnými dřevotisky. Druhé, valně změněné vydání. — V Praze, 1878 (¹).

M. Studnička, professeur à l'Université de Prague, avait déjà publié sous le même titre, dans les années 1867-1871, un Cours

(¹) STUDNIČKA (Dr F. J.). *Éléments de Mathématiques supérieures.* Tome I : *Calcul différentiel.* Avec de nombreuses figures sur bois. Deuxième édition, notablement remaniée. Prague, 1878, 1 vol. in-8, 280 p.

d'Analyse supérieure en trois volumes, dont la nouvelle édition, qui commence à paraître, démontre suffisamment le succès. N'ayant connu que trop tard cet Ouvrage pour le signaler dans le *Bulletin* à l'époque de la première publication, nous rendrons compte des Volumes de la seconde édition à mesure qu'ils nous parviendront.

Bien que l'auteur ait pris à tâche de resserrer son exposition dans la moindre étendue possible, le mince volume que nous avons entre les mains n'en contient pas moins une grande richesse de matériaux. L'auteur y fait un heureux usage des déterminants, qui ont été pour lui l'objet de nombreux travaux. Il est entré, pour cette nouvelle édition, dans la voie ouverte par M. Baltzer, et l'on trouve, en notes au bas des pages, quelques utiles renseignements historiques.

Le titre même indique que l'auteur adopte la division habituelle du Calcul infinitésimal. Le premier Volume, consacré au Calcul différentiel, se compose de trois Livres, précédés d'une Introduction qui traite des fonctions en général, de leurs diverses natures, de leur continuité ou de leur discontinuité, de leur représentation graphique, de la mesure de la rapidité de leur variation (dérivée, différentielle), de la signification géométrique de la dérivée et du but général de la haute Analyse.

Le Livre I a pour objet la différentiation et les dérivées en général. Il se divise en quatre Sections :

A. *De la dérivée première.* — Différentiation des fonctions simples. Fonctions inverses, fonctions composées; différentielles des fonctions de plusieurs variables indépendantes; fonctions implicites, fonctions de fonctions.

B. *Des dérivées d'ordres supérieurs.* — Après avoir un peu sommairement établi la représentation des dérivées d'ordres supérieurs au moyen des différentielles de même ordre, l'auteur passe à la détermination directe des dérivées d'ordre quelconque des fonctions, tant simples que composées, d'une ou de plusieurs variables, explicites ou implicites.

C. *Changement de variables.* — L'auteur traite les divers cas, et termine par l'élimination des constantes et des fonctions arbitraires au moyen de la différentiation.

D. *Des relations entre les fonctions primitives et leurs dérivées.* — Expression de l'accroissement de la fonction à l'aide d'une valeur moyenne de la dérivée première et à l'aide des dérivées supérieures. Séries de Taylor et de Maclaurin.

Le Livre II contient les applications du Calcul différentiel à la résolution des problèmes d'Algèbre supérieure.

A. *Détermination des vraies valeurs des expressions de forme indéterminée.*

B. *Maxima et minima des fonctions d'une ou de plusieurs variables.* — L'auteur prend pour base le développement par la série de Taylor, ce qui exclut le cas où la dérivée devient infinie.

C. *Développement des fonctions en série.* — Méthode des coefficients indéterminés. Application des séries de Taylor et de Maclaurin. Nombres de Bernoulli. Série de Bernoulli.

D. *Décomposition des fonctions rationnelles en fractions simples.*

Le Livre III a pour titre : « Application du Calcul différentiel à la solution des problèmes de Géométrie supérieure. »

A. *Sur les courbes dans le plan.* — Tracé des courbes planes. Différentielles de l'arc et de l'aire ; on pourrait désirer ici quelques développements sur la définition de la longueur d'un arc de courbe. Tangentes, normales, asymptotes, contacts de divers ordres, courbure. Usage des coordonnées polaires. Points singuliers.

B. *Sur les courbes dans l'espace.* — Tangentes et plans normaux. Contact des courbes dans l'espace. Rayons et centres de courbure. Contact des courbes et des surfaces, plan et sphère osculateurs. Double courbure.

C. *Des surfaces.* — Plan tangent, normale. Positions relatives du plan tangent et de la surface. Contact des surfaces. Mesure de la courbure. Sections principales. Lignes de courbure.

D. *Des lieux géométriques.* — Courbes enveloppes. Développées. Surfaces enveloppes.

Grâce à la clarté avec laquelle est présentée la suite des formules dans les diverses Parties de ce Traité, il pourra être consulté avec grand profit par les personnes mêmes qui ne sont pas familières avec la langue dans laquelle il est écrit. J. H.

TABLES DE LOGARITHMES à 12 décimales jusqu'à 434 milliards, avec preuves, par A. NAMUR, secrétaire de l'École moyenne de l'État, à Thuin-sur-Sambre, précédées d'une Introduction théorique et d'une Notice sur l'usage des Tables, par P. MANSION, professeur à l'Université de Gand, publiées par l'Académie royale de Belgique. Bruxelles, F. Hayez; Paris, Gauthier-Villars, 1877. 26-XIV pages de texte, X de tables. Édition abrégée : XVI pages de texte, X de Tables.

L'Introduction théorique aux Tables de M. A. Namur est de l'auteur de ce compte rendu; la Notice sur l'usage des Tables est de M. Namur, mais elle a été rédigée aussi par M. Mansion; les Tables sont exclusivement l'œuvre de M. Namur. Il y a une édition où manque l'Introduction théorique. — I. Introduction théorique. 1. Notice historique sur les grandes Tables de logarithmes. Nécessité de Tables auxiliaires qui permettent de calculer rapidement les logarithmes de tous les nombres à 10 décimales au moins. Tables de Callet, de Pineto, de Thoman; leurs inconvénients. 2. Formules fondamentales.

$$l(1+z) = z - \frac{z^2}{2} + \theta\frac{z^3}{2}, \quad 0 < \theta < 1, \quad 0 < z < 1,$$

$$e^u = 1 + \frac{u}{1} + \frac{u^2}{2} + \frac{\lambda}{2}\left(1 - \sqrt{1-2u}\right)^3, \quad -1 < \lambda < 1, \quad 0 < 2u < 1,$$

démontrées géométriquement au moyen des propriétés de l'hyperbole. 3. Au moyen de ces formules, on établit sans peine le théorème suivant : « Pour la série des 994 nombres inférieurs à un million de fois le module M des logarithmes de Briggs, les différences logarithmiques commencent par 1000, 1001 ou 1002, et, par conséquent, l'interpolation logarithmique se fait plus facilement qu'en aucun autre endroit des Tables. Pour la série des 875 logarithmes à 6 décimales immédiatement supérieurs, de millionième en millionième, à celui de M, les différences antilogarithmiques commencent par les chiffres 1000, 1001, 1002, d'où une conséquence analogue. » 4. En multipliant un nombre quelconque par un ou deux facteurs convenablement choisis, on parvient à le ramener dans le voisinage de 1 000 000 M, et, par suite, à rendre la recherche de son logarithme aussi aisée que possible. On choisit les facteurs de manière que le travail du calculateur soit aussi grandement simplifié. Remarque analogue pour le calcul des antilogarithmes. 5. L'erreur maximum *théorique* possible que comporte la méthode de M. Namur est de 13 unités du treizième ordre décimal. — II. Les Tables de M. Namur pour la recherche des logarithmes comprennent : 1° les logarithmes des nombres de 433 300 à 434 300 à 12 décimales avec les différences ; 2° les logarithmes des nombres de 1000 à 1100 à 15 décimales : en multipliant un nombre dont les quatre premiers chiffres forment un autre nombre compris entre 3943 et 4343 par l'un des nombres de cette Table, il est ramené entre les limites de la Table principale ; 3° les logarithmes des nombres de 10 à 99 et de $10\frac{1}{2}$ à $19\frac{1}{2}$, d'unité en unité, à 15 décimales : en multipliant un nombre quelconque par l'un de ceux de cette Table, il est ramené à avoir ses quatre premiers chiffres entre 3933 et 4333. — Les Tables auxiliaires de facteurs dont nous venons de parler sont disposées de manière à servir également pour la recherche des antilogarithmes. La Table principale pour la recherche de ceux-ci permet de trouver à douze figures le nombre correspondant à un logarithme dont les cinq premières figures forment un nombre compris entre 63 778 (mantisse de log M) et 63 866. Les Tables et les calculs de M. Namur sont très-ingénieusement disposés. N'oublions pas de signaler une particularité importante : les Tables auxiliaires de facteurs sont faites de telle sorte que l'on peut trouver *de deux manières différentes* les logarithmes ou les antilogarithmes ; le calculateur peut donc se mettre en garde contre ses propres méprises.

P. M.