Comptes rendus et analyses

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 3, nº 1 (1879), p. 289-311

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1879_2_3_1_289_0>

COMPTES RENDUS ET ANALYSES.

FLOQUET (G.). — SUR LA THÉORIE DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES. — In-4° de 132 pages. Paris, 1879.

La première Thèse de M. Floquet contient, sous une forme simple et claire, le résumé des importants travaux de M. Thomé et de M. Frobenius sur la théorie des équations différentielles linéaires; elle rendra le plus grand service aux mathématiciens français qui voudront se rendre compte des progrès accomplis depuis quelques années dans la voie ouverte par M. Fuchs. En outre, les recherches personnelles de M. Floquet sur la décomposition du premier membre d'une équation différentielle linéaire en facteurs premiers symboliques jettent beaucoup de jour sur plusieurs points de la théorie de ces équations.

L'auteur a divisé son travail en sept Parties.

La première est consacrée à rappeler la définition précise des fonctions qui satisfont à une équation différentielle linéaire à coefficients holomorphes dans une portion du plan, et leur forme analytique dans le domaine d'un point singulier. Ces intégrales, en supposant le point singulier à l'origine, sont des agrégats d'expressions de la forme

$$F = x^\alpha[\psi_0 + \psi_1 \log x + \ldots + \psi_n (\log x)^n]$$

où les ψ sont des fonctions uniformes de x; lorsque ces fonctions sont, pour $x = 0$, infinies d'un ordre fini, l'intégrale est dite *régulière;* on peut d'ailleurs supposer alors, en modifiant α, qu'elles restent finies pour $x = 0$ et qu'elles ne sont pas toutes nulles : s'il en est ainsi, on dit que la fonction F appartient à l'exposant α.

La deuxième Partie concerne l'étude de ces intégrales régulières et la détermination, par la méthode de M. Thomé, d'une limite supérieure de leur nombre pour une équation différentielle linéaire donnée. La même question se trouve résolue dans la Partie suivante au moyen de la fonction déterminante.

L'équation différentielle étant mise sous la forme *normale*

$$A(y) = a_0 x^m \frac{d^m y}{dx^m} + a_1 x^{m-1} \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + \ldots + a_m y = 0,$$

où l'on suppose que les a sont des fonctions holomorphes de x dans le voisinage du point o et qui ne s'annulent pas toutes simultanément en ce point, la fonction de x et de ρ, $A(x^\rho)$, obtenue en substituant x^ρ à y dans le premier membre de l'équation, est dite la *fonction caractéristique* de ce premier membre, et le terme *constant* indépendant de x dans l'expression $x^{-\rho}A(x^\rho)$ est la *fonction déterminante*. Son degré est égal ou supérieur au nombre des intégrales régulières, qui appartiennent toutes à des exposants pris parmi les racines de l'équation en ρ obtenue en l'égalant à zéro. M. Fuchs a fait une étude particulière du cas où ce degré est égal à m : toutes les intégrales sont alors régulières.

Si, en général, $A(y)$, $B(y)$ sont des fonctions linéaires de y et de ses dérivées, on entend par AB l'expression de même forme obtenue en substituant, dans $A(y)$, B, $\frac{dB}{dx}$, $\frac{d^2B}{dx^2}$, $\ldots$ à la place de y, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\ldots$. Il est clair que, si y est une intégrale de l'équation $B=0$, la même fonction annulera l'expression composée AB. On peut, au moyen de cette notation symbolique, effectuer sur les deux premiers membres de deux équations différentielles linéaires une suite d'opérations analogues à celles du plus grand commun diviseur et déterminer, s'il y a lieu, leurs intégrales communes. Il est aisé de voir que, si les expressions A, B ont été mises sous la forme normale, l'expression AB sera aussi sous cette forme, et que la fonction déterminante de cette dernière expression sera le produit des fonctions déterminantes des deux premières. Si l'expression $A(y)$ à coefficients holomorphes est susceptible d'être décomposée en facteurs symboliques à coefficients aussi holomorphes, elle est *réductible*; dans le cas contraire, elle est irréductible. Une équation qui admet des intégrales régulières est évidemment réductible. L'équation composée $AB=0$ admet au plus autant d'intégrales régulières que les deux équations $A=0$, $B=0$ en admettent ensemble; si $A=0$ est irréductible, les seules intégrales régulières de $AB=0$ seront celles de $B=0$; enfin la condition pour que l'équation $P=0$, d'ordre m et dont la fonction déterminante est de degré γ, admette γ intégrales régulières indépendantes consiste en ce que P puisse se mettre sous la forme AB, où A est d'ordre $m-\gamma$ et a pour fonction déterminante une constante.

La cinquième Partie se rapporte à l'équation *adjointe* d'une équation différentielle linéaire $A(y)=0$. L'auteur commence par montrer comment à un système fondamental $y_1, y_2, \ldots, y_m$ d'intégrales mis sous la forme

$$y_1 = v_1, \quad y_2 = v_1 \int v_2\,dx, \quad y_3 = v_1 \int v_2\,dx \int v_3\,dx$$

correspond une décomposition de $A(y)$ en facteurs *premiers* symboliques A_i, de la forme

$$A_i = \frac{dy}{dx} - K_i y,$$

où

$$K_i = (v_1 v_2 \ldots v_i)^{-1} \frac{d(v_1 v_2 \ldots v_i)}{dx}.$$

L'équation

$$A_m A_{m-1} \ldots A_2 A_1 = 0$$

admet en effet le même système fondamental d'intégrales que l'équation $A=0$; on en conclut aisément que l'expression $(v_1 v_2 \ldots v_m)^{-1}$ est un facteur intégrant de cette équation; l'équation différentielle adjointe à laquelle satisfait ce facteur étant ainsi introduite, cette proposition si élégante, savoir, que l'adjointe de l'expression composée AB est $\mathcal{B}\mathcal{A}$, où $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont respectivement les adjointes de A et B, trouve naturellement sa place, ainsi que les relations entre les intégrales de deux équations différentielles linéaires adjointes et les relations entre les racines de leurs fonctions déterminantes.

Dans la Partie suivante, l'auteur fait la théorie complète de ces facteurs premiers symboliques qu'il a déjà introduits et de la décomposition corrélative à tout système fondamental d'intégrales; il donne les relations entre les coefficients de l'équation différentielle et les coefficients de ses facteurs premiers; il est ainsi conduit à un grand nombre d'analogies entre les équations différentielles linéaires et les équations entières; il examine le cas des facteurs symboliques égaux qui correspondent à des intégrales en progression géométrique de raison x; il montre comment, pour que dans une expression différentielle composée de facteurs premiers symboliques ces facteurs soient commutatifs, il faut et il suffit que les différences de leurs coefficients pris deux à deux soient des constantes, et enfin il donne diverses applications de ces résultats généraux.

Dans la septième et dernière Partie, M. Floquet montre quel parti on peut tirer de la même décomposition pour établir la théorie des intégrales régulières. Il est aisé de voir que cette décomposition peut s'effectuer suivant des facteurs à coefficients uniformes; les facteurs de forme

$$\frac{dy}{dx} - \frac{a}{x}y,$$

où a est une fonction holomorphe différente de zéro pour $x = 0$, sont dits *réguliers*. Le degré de la fonction déterminante est égal au nombre des facteurs réguliers qui entrent dans une même décomposition en facteurs premiers symboliques à coefficient uniforme, et le nombre des intégrales régulières linéairement indépendantes est égal au plus grand nombre de facteurs réguliers consécutifs susceptibles de terminer une même décomposition de la même nature.

GÜNTHER (S.). — STUDIEN ZUR GESCHICHTE DER MATHEMATISCHEN UND PHYSIKALISCHEN GEOGRAPHIE. IV. Heft. — *Analyse de Codex cosmographiques de la Bibliothèque Grand-Ducale de Munich* (p. 217-275, 4 fig.).

Au nombre des précieux Manuscrits latins que renferme la riche bibliothèque de Munich, il s'en trouve deux, en particulier, qui se rapportent au sujet de la présente étude.

Le premier fait partie d'une Encyclopédie historique, médicale et théologique; il est dédié à l'empereur Louis de Bavière et paraît devoir remonter au XIV[e] ou au XV[e] siècle.

Le second Manuscrit latin date de 1445 et 1450. L'auteur, Dietrich Ruffi, moine de l'ordre des Frères mineurs, y a discuté trente-deux questions d'Astrologie, de Météorologie, de Géographie, de Géodésie, etc.

Il est terminé par une sorte de supplément qui était primitivement destiné à un autre Ouvrage, et qui a pour titre : *Cette figure démontre la création de toutes choses, supérieures ou inférieures, et la situation de chacune d'elles en raison de son mérite ou de son démérite.*

Un rapide aperçu des subdivisions de l'Ouvrage fait reconnaître qu'il ne faut pas exagérer l'importance ou la nouveauté des résultats qu'il renferme. Cantor et Mädler ont constaté que, parmi les trente-deux Chapitres, plusieurs ont été discutés et traités par Petrus de Dacie, Wendelin, Campanus, Maxime Planude, Fibonacci, Robert de Lincoln.

M. Günther n'a eu recours aux citations textuelles que lorsque l'intérêt de la vérité l'a exigé. En général, il a cherché à rendre fidèlement la pensée de l'auteur.

Le quatrième fascicule de cette Histoire de la Géographie a pour objet plus spécial l'analyse de trois Manuscrits cosmographiques dont voici les titres :

1° *De quatuor ventis cardinalibus*, etc.

2° *De distantis civitatum*, etc.

3° Un Chapitre intercalé dans ce même écrit, mais dans un but essentiellement différent : *Ista figura demonstrat*, etc. (*voir* ci-dessus la traduction du titre).

Ces divers Ouvrages renferment de précieuses indications pour l'histoire des notions géographiques. Nous allons indiquer rapidement les plus intéressantes.

Le premier Manuscrit traite « des quatre vents cardinaux, des planètes, de la Terre, des signes célestes, des zones et de la figure du monde, etc. ».

L'auteur inconnu explique les vents par des génies qui président à chacun d'eux. Il divise les vents en deux catégories, les quatre vents cardinaux et les huit vents collatéraux, qui sont associés deux à deux aux premiers.

Chacun de ces vents a la propriété de modifier l'état du temps d'une manière déterminée, qui permet de formuler de véritables prévisions météorologiques. Détail curieux, l'arc-en-ciel y est qualifié de *quadricolor*, comme au temps d'Aristote, qui admettait trois couleurs principales, avec une quatrième teinte entre le rouge et le vert.

L'auteur admet la théorie des quatre éléments et leur perpétuel échange les uns avec les autres.

Un paragraphe de l'analyse de M. Günther est consacré à un examen comparatif de la nomenclature des vents, d'après la monographie d'Avézac. Il rappelle à ce propos les progrès et variations de cette nomenclature dans Aristote, Pline, l'Arabe El Kazouini, Honorius d'Autun, Isidore de Séville, Guillaume de Tripoli et Albert le Grand. On trouverait aussi dans Kepler une étude très-détaillée de la même question (*Epitomes Astronomiæ* lib. II).

La partie astronomique commence par un tableau des distances des diverses planètes entre elles. Malheureusement, il est impossible de saisir le sens des abréviations et des chiffres romains donnés par l'auteur. Il est mieux inspiré dans la comparaison qu'il imagine pour le double mouvement des planètes et pour expliquer les variations qu'éprouve ce mouvement. On reconnaît les idées exposées déjà par Pline l'Ancien, et que, deux siècles plus tard, Tycho Brahe résumait en ces termes dans une Lettre à Pratensis : « Nous ne pouvons supposer que les rayons du Soleil soient réunis comme par une chaîne ou par tout autre lien avec les planètes pour les mouvoir çà et là, les pousser ou les retirer, et il nous faut imaginer une certaine force magnétique qui réside en elles..., comme Pline en a déjà exposé la théorie. »

L'auteur du manuscrit passe ensuite à la description des diverses planètes. Il compare la Lune à un miroir qui réfléchit les rayons solaires. Son nom *Luna* doit être rapproché de *Lucinia,* qui veut dire *a Luce nata.* Sa nature participe par moitié à celle du feu et à celle de l'eau, sans doute à cause de son éclat et du reflet qu'elle donne à la lumière du Soleil.

Mercure, ou Stilbon, vient ensuite. Il est sphérique, plus gros que la Lune. La planète Vénus est animée d'un mouvement analogue à celui de Mercure et devient alternativement l'étoile du matin et du soir. On la voit même briller en plein jour, seul témoignage, sans doute, à l'appui d'une tradition suivant laquelle Énée aurait vu la planète dans ces conditions.

L'auteur termine par la description de Mars, de Jupiter et de Saturne. Il passe ensuite à la division du Zodiaque, et traite aussi de l'harmonie musicale des mouvements des sphères et de l'origine mythologique des douze signes.

L'Astromythologie de l'Ouvrage lui est entièrement spéciale. Elle renferme les fables classiques d'Aratus, d'Ovide, de Manilius, que Lalande a si bien détaillées dans son *Astronomie.*

L'auteur expose des idées nouvelles quant à l'origine de certaines constellations. Il définit l'horizon comme séparation des deux hémisphères célestes, l'un visible, l'autre invisible. L'horizon embrasse une circonférence entière, dont l'œil ne peut voir qu'une seule moitié.

Il est question aussi des deux genres d'éclipses qui se produisent suivant que la Lune est en conjonction ou en opposition sur la ligne des centres de la Terre et du Soleil.

Les développements astronomiques se rapportent à l'étude d'ensemble de l'univers en général. Le monde a une forme sphéroïdale, et les quatre éléments y sont distribués dans l'ordre de leurs poids. Cette comparaison était familière aux cosmographes arabes; on l'observe, de même, chez Omons et Honorius d'Autun.

Une figure toute géométrique résume très-exactement les idées de l'auteur. Au centre commun d'une série de cercles se trouve l'homme, dont l'existence se déroule dans le temps (année) et l'espace (monde). Cette unité trilogique ressent l'influence de quatre prédispositions physiologiques, des quatre saisons de l'année, des quatre éléments, doués chacun de deux propriétés caractéristiques, nourrissant chacun un animal particulier.

L'auteur admet, dans la création universelle, cinq grandes phases principales qui se résument ainsi qu'il suit : l'esprit de Dieu, le chaos, les six jours, la dérivation des êtres et l'harmonie des quatre éléments. Il attribue à la Terre une forme sphérique, de 380000 stades ou 12000 milles de tour. Mais ces nombres sont inexacts pour un tiers au moins, car la valeur d'un degré du méridien oscille entre 50 et 60 milles.

L'auteur adopte la division de la Terre en cinq zones, délimitées par les tropiques et les cercles polaires. Il divise l'hémisphère boréal en trois parties, l'Europe, l'Asie et l'Afrique. « L'Asie », dit-il, « s'étend du nord, par l'orient, jusqu'au milieu de l'orient; l'Europe, de l'occident jusqu'au nord; l'Afrique, du nord jusqu'à l'occident ». Les divisions doivent provenir de la représentation des Cartes arabes, sur lesquelles l'axe du continent asiatique, allant de Péluse à la Bactriane, avait une direction nord-est, et celui du continent africain, allant de l'Éthiopie aux portes d'Hercule, avait une direction nord-ouest.

Au témoignage de Peschel, on assura de bonne heure une place au Paradis terrestre aux dernières limites de l'Asie orientale. L'extravagant Cosmas, surnommé le Voyageur aux Indes (Indicopleustes), le plaçait dans une région située plus loin que la Chine, et qu'il regardait comme inaccessible aux autres mortels. Le Manuscrit dont nous parlons ici nous fera connaître quelle était cette région. « Ce Paradis, ou séjour des bienheureux, est inaccessible aux hommes, parce qu'une ceinture de feu s'élevant jusqu'au ciel l'entoure complétement. Là se trouve l'arbre de vie, dont les fruits assurent l'immortalité; au centre du Paradis on rencontre une source, qui bientôt se répand suivant quatre directions pour former quatre fleuves qui se dirigent vers les continents les plus éloignés. » Cette doctrine de quatre grands fleuves prenant leur source dans le Paradis terrestre se trouve reproduite par plusieurs théologiens et même par des naturalistes. D'après Santarem, ce sont les quatre fleuves qu'Andreas Bianco fait descendre de la haute montagne d'Eden et qu'il dirige vers les quatre points cardinaux. Ces quatre fleuves sont le Physon ou le Gange, le Geon ou le Nil, le Tigre et l'Euphrate. Le premier coule vers l'est et se jette dans l'Océan; le second apparaît dans le voisinage des montagnes de l'Atlas, disparaît bientôt sous la terre, pour se montrer de nouveau près des côtes de la mer Rouge, où il féconde l'Éthiopie et l'Égypte, et se jette dans la Méditerranée par sept embouchures. Quant au Tigre et à l'Euphrate, ils traversent les montagnes de l'Arménie, puis coulent parallèlement pour se jeter aussi dans la Méditerranée. Ils ne traversent que des pays incultes et peuplés de bêtes féroces.

Les théories hydrographiques dont il s'agit offrent encore un autre intérêt lorsqu'on cherche à les figurer sur une Carte.

Le cours du Gange est assez exactement dirigé vers l'est de l'Asie; mais il est incompréhensible que le golfe Persique, où se jettent le Tigre et l'Euphrate, ait été confondu avec la Méditerranée. L'auteur inconnu a aussi attribué au fleuve du Nil un cours extrêmement original, qui paraît devoir s'expliquer ainsi : le Nil se dirige de l'est vers l'ouest en Europe, traverse le détroit de Gibraltar, et ce n'est qu'après lui avoir fait parcourir la Mauritanie et le Sahara que l'auteur le signale enfin dans les contrées où l'on a reconnu son existence dès les temps les plus reculés. On pourrait remarquer, dans cette hypothèse fantastique du cours du Nil, le souvenir de légendes arabes. Voici, en effet, comment l'explique Peschel : « Les Arabes ont été particulièrement ingénieux dans l'explication qu'ils ont donnée de la bifurcation surnaturelle des fleuves. Pour les fleuves d'Afrique, ils imaginèrent la supposition fausse que tous devaient recevoir le nom de Nil. Une conséquence presque inévitable de cette dénomination irréfléchie, c'est qu'elle a donné lieu à l'erreur que tous les fleuves de l'Afrique devaient être les rayonnements d'un même système hydrographique. » La même source envoyait un bras vers l'est dans l'océan Indien, comme le dit aussi Masudi, et vers l'ouest un autre fleuve dans lequel on peut voir l'hypothèse du Niger, dont le cosmographe allemand paraît avoir eu aussi connaissance; mais, comme il ne pouvait expliquer pourquoi un tel fleuve provenait de l'Asie orientale, il ne lui resta plus que de changer le sens de son cours. Il est fort probable aussi que la substance de ce Chapitre a été puisée dans des textes arabes ou dans des cartes arabes, par exemple dans les cartes du géographe Edrisi. Les cartes géographiques du Vénitien Marino Sanuto, bien supérieures à celles-ci, ont pu emprunter leurs données inexactes à notre Manuscrit, parce que les cartes arabes ne fournissaient encore que des renseignements très-imparfaits au sujet de l'intérieur de l'Afrique.

L'auteur a supposé que la Terre est située au milieu de l'atmosphère et qu'elle contient, à son tour, l'Enfer, dans lequel on ne trouve que du soufre et du feu, où doivent s'arrêter les âmes des trépassés. Dante Alighieri a largement étendu cette doctrine, qui appartient spécialement au moyen âge.

Les règles suivies pour la mesure et la subdivison du temps nous offrent le sujet de quelques remarques. L'année, dit l'auteur du Manuscrit, se compose sensiblement de douze mois, le mois de quatre semaines, et la semaine comprend exactement sept jours. Le jour lui-même est subdivisé en quatre parties, nommées *quadrans,* qui renferment six heures. « Les Juifs et les Romains », dit Littrow, « divisaient le jour naturel en quatre durées égales, qu'ils appelaient *primæ, tertiæ, sextæ* et *nonæ.* Le Bréviaire de l'Église romaine a conservé jusqu'à nos jours ces dénominations. » Il n'est donc pas étonnant que le moine écrivain ait adopté les mêmes principes pour la subdivision de l'heure. Il la compose en effet de quatre points; le point lui-même vaut dix moments, le moment douze onces, l'once sept atomes. L'atome de temps, qu'il considère enfin comme indivisible, est cependant supérieur, comme on peut s'en assurer, à la seconde sexagésimale adoptée dans le système usuel de division du temps.

Il fait correspondre les douze mois aux douze signes du Zodiaque, et à chaque mois trente jours, avec trente *terties horas* et trente *bisse momenta*. Le mot *bisse*, employé par le cosmographe, désigne ici l'étymologie ou plutôt l'abréviation de *bissextus*, adoptée déjà par les Romains dans leur calendrier.

Le Traité se termine par un aperçu cosmographique et par un résumé anthropologique et ethnologique.

Nous avons dit que l'Ouvrage débutait par la description d'un instrument particulier pour la détermination des distances des villes et des royaumes. Si l'on en juge par la description assez peu compréhensible que renferme le Manuscrit, l'instrument dont il s'agit doit se composer d'un cercle divisé en 180 degrés, qui représente l'équateur, et d'un quart de cercle concentrique et normal au premier, et divisé en 90 degrés, qui représente le méridien. Ainsi la position de chaque point du globe se trouvera définie sur la Carte par ses coordonnées géographiques, longitude et latitude. Quant à la réduction des distances, elle est basée sur 16 milles au degré du méridien. L'unité de mesures ne parait pas avoir été nettement fixée; l'auteur la rapporte à la fois aux Allemands, aux Italiens et aux Français. Une certaine confusion semble régner à ce sujet dans son esprit; mais il est intéressant et curieux de signaler chez lui un essai d'adoption de la division centésimale du grade et de la minute. R. Wolf en a attribué l'idée première à Henry Gellibrand [1], tandis que nous donnons la preuve de son invention deux siècles plus tôt.

Nous arrivons actuellement à parler d'une carte plane, spécimen dont le moyen âge ne fournit pas d'exemples nombreux. Depuis longtemps Ptolémée en avait indiqué la méthode et le principe de construction; il dit, en effet, que l'on ne commettra pas grande

---

(1) Une des erreurs bibliographiques les plus surprenantes est celle qui attribue à Gellibrand l'œuvre colossale de Briggs, les Tables de la *Trigonometria Britannica*, dont Gellibrand n'a fait autre chose que surveiller l'impression et compléter la Préface par un assez médiocre *Traité de Trigonométrie*. Cette erreur, que nous avons déjà plusieurs fois signalée, a évidemment sa source dans une mauvaise disposition typographique du titre, où le nom de l'auteur est moins en vue que celui de l'éditeur. Telle est, du reste, l'opinion actuelle de M. Wolf (*Gesch. d. Astr.*, p. 352) : « ... wo Briggs in Ausführung einer Idee von Vieta das Interval 0°,01 wählte, ..., Gellibrand dagegen nur Untergeordnetes leistete ». J. H.

erreur si l'on adopte des lignes droites pour les cercles parallèles aussi bien que pour les cercles méridiens. Seulement cette précaution n'a pas été généralement observée. « Des copistes outrecuidants », nous dit d'Avézac, « avaient dès le XIV[e] siècle, à ce qu'il semble, substitué de leur chef, au parallélisme des méridiens adopté par l'auteur grec, la convergence sollicitée par l'inégalité de valeur des degrés de longitude sur les deux parallèles extrêmes, tout en maintenant d'ailleurs en lignes droites et les méridiens et les parallèles. Et c'est exclusivement en cette forme altérée (destinée à devenir bientôt la plus usuelle de toutes) que parurent, dans les éditions imprimées, les cartes de détail du géographe alexandrin. » Dans le cas actuel, la projection adoptée se rapproche beaucoup de celle de Mercator; mais elle ne s'étend pas à l'univers entier, et, au lieu de modifier les degrés de latitude, l'auteur les a laissés de même intervalle, ce qui n'entraine pas à des erreurs bien graves.

L'Ouvrage contient un Tableau de positions géographiques évaluées en degrés et minutes de longitude et de latitude. Le zéro adopté comme point de départ est le Paradis terrestre ou Éden. Deux colonnes renferment, en outre, l'indication de la durée du plus long jour dans chaque localité, en heures et minutes. Il est à observer que l'auteur suppose le jour constamment de douze heures dans l'Éden, ce qui n'est guère compatible avec la situation géographique de ce lieu, par rapport à l'Europe par exemple. L'Éden (ou Arin) est figuré sur la carte en un point qui correspondrait, sur nos cartes modernes, à la Tartarie ou au Thibet. Le Gange y prend sa source, et l'auteur en fait descendre, à tort, les deux fleuves du Tigre et de l'Euphrate. Sans accorder à ces erreurs plus d'attention qu'elles n'en méritent, il sera curieux de rapporter l'appréciation de Ristoro : « Ils sont comme ceux qui auraient deux fois l'année l'été et deux fois le printemps, et récoltent deux fois l'année le blé et les fruits, et ceux-ci habitent sur le cercle de l'équateur; et dans ce lieu ils ont fondé une cité, qu'ils ont appelée Arin; et ce lieu est tempéré, parce que le Soleil passe toujours autant sous la Terre que sur la Terre, de sorte que les jours y sont constamment égaux aux nuits. »

Ceci expliquerait, au moins, pourquoi la latitude a été supposée nulle.

Le méridien de Jérusalem est juste à 90 degrés de celui du Paradis. Enfin le Tableau renferme en tout quatre-vingt-six positions géographiques. Le report de ces nombres sur une carte usuelle conduirait à un assemblage incohérent de résultats exacts et de résultats inadmissibles. Wolf attribue les erreurs de ce genre qui se rencontrent dans d'autres recueils géographiques à ce que la détermination de la hauteur du pôle se faisait au gnomon, dans le cours du XVI[e] siècle et même du XVII[e], ce qui explique pourquoi la plupart des latitudes étaient trop faibles, comme on peut le reconnaître dans Apian.

M. Günther a construit, d'après la Table, le planisphère de l'Europe et de la Méditerranée, et vérifié les erreurs qui affectent en particulier le contour de la Péninsule Ibérique. La côte de Portugal y dessine le côté nord. Cependant la forme générale est quadrangulaire, au lieu d'être triangulaire comme on l'observait dans les cartes d'Edrisi. Mais l'analogie devient plus manifeste dans le dessin des contrées orientales, ce qui donnerait lieu de supposer que notre cartographe a éprouvé l'influence arabe.

Le Tableau des positions géographiques renferme également l'indication de la longueur des jours, donnée en heures et minutes. Il offre, au point de vue mathématique, une particularité digne de remarque. Partout, dans ce Tableau, les nombres sont disposés avec méthode, les unités de même ordre les unes sous les autres. Cependant, lorsque le nombre des minutes est compris entre 0 et 10, il est quelquefois écrit correctement, mais souvent encore précédé d'un zéro qui supplée ainsi aux dizaines.

Le Tableau est suivi, dans le Traité de Cosmographie, d'un document dont il y a lieu de signaler le but. L'ensemble dont il s'agit contient les règles à suivre pour déterminer les centres du Soleil et de la Lune. Les éphémérides des mouvements se rapportent, dans les Tables Alphonsines, au méridien de Tolède; pour les appliquer à d'autres localités, il faut tenir compte de la différence de longitude avec celle de Tolède. Dans l'exemple choisi pour l'explication de la règle, il est question de la ville de Cologne (Köln), et l'on trouve une différence de longitude de 16° 30′, que l'on évalue en temps, en faisant correspondre 1 degré à 4 minutes, une minute d'arc à 4 secondes, etc. Même problème et même manière d'opérer pour les éphémérides des planètes.

Le passage du système décimal au système duodécimal est trèsclairement et très-exactement indiqué dans le cours de ce Traité.

Il est intéressant de noter, pour l'histoire de la Science, qu'une conversion du procédé décrit nous donne une idée de la méthode employée en ce temps-là pour la détermination des longitudes. Les œuvres classiques des anciens offrent un point commun pour cette importante opération, que Ptolémée et Hipparque avaient presque exclusivement fondée sur les éclipses de Lune, malheureusement trop rares; il ne restait plus qu'à faire une évaluation directe de l'heure. Ce procédé primitif exigeait essentiellement la présence d'un même observateur aux deux points, de grands déplacements, des horloges bien réglées, et, mieux encore que l'observation d'éclipses de Soleil et de Lune, la fondation des théories de Tables astronomiques exactes. On songea d'abord à déterminer d'avance l'instant de ces phénomènes pour un lieu donné : un coup d'œil sur l'Almanach évitait la peine du voyage de l'observateur. Tel fut le sens des propositions d'Oronce Finée et des mesures de Baffin; mais ces procédés se ressentaient encore de l'influence ancienne, tout en tenant compte des améliorations réalisées dans la méthode des chronomètres portatifs de Gemma et des distances lunaires de Werner.

Pour compléter le plan de ce Mémoire, il y aurait encore à parler d'un document écrit en allemand, le seul de cette langue qui fasse partie de cette volumineuse compilation. Il semble avoir été écrit par une autre main que celle du moine Dietrich Ruffi. Il doit remonter au XV^{e} siècle, et paraît avoir été un cahier de notes et de renseignements recueillis par les soins d'un autre moine pour suppléer à un certain nombre de livres. Près des trois quarts de ce Manuscrit renferment la description du séjour des bienheureux. Le point de vue auquel s'est placé l'auteur pour représenter le système de l'univers est encore si primitif, ou pour mieux dire si naïf, que, si nous n'avions affaire à un obscur compilateur, cloîtré dans un couvent quelconque de l'Allemagne, nous n'oserions même en parler. Il n'en sera point question davantage; par contre, il faudra signaler un écrivain qui attire l'attention par la simplicité et la naïveté de son Ouvrage sur les trente-quatre subdivisions du système de l'univers : nous voulons parler du savant magister allemand Johann de Gmunden (1380-1442).

Le Traité débute par le titre que voici, écrit en lettres rouges :

Ista figura, etc., c'est-à-dire « cette figure démontre la création de toutes choses, tant supérieures qu'inférieures, et la situation de chacune d'elles suivant les exigences de son mérite ou de son démérite ». Ceci nous donnerait lieu de supposer que le texte n'était qu'un commentaire d'une représentation graphique de l'univers, que le moine copiste avait sans doute sous les yeux, mais qu'il n'a pu joindre à son travail. On peut d'ailleurs y suppléer par la description donnée, quelques lignes plus loin, en un vieux dialecte allemand qu'il est assez facile de reconstruire en langage moderne. Nous croyons pouvoir en donner quelques extraits : « La figure précitée montre toutes les œuvres du Créateur au milieu de la nature terrestre. La Terre se trouve environnée de l'atmosphère et profondément plongée sous la mer. Elle est naturellement pesante. Le tiers de sa surface a été donné comme séjour à l'homme. Elle occupe le centre du firmament... Après la sphère de feu se trouvent les sphères des sept planètes avec leurs excentriques et leurs épicycles : la première, à la Lune ; la deuxième, à Mercure ; la troisième, à Vénus ; la quatrième, au Soleil ; la cinquième, à Mars ; la sixième, à Jupiter ; la septième, à Saturne ; puis le firmament, avec l'immense profusion des étoiles fixes. Les deux sphères de cristal : l'une d'elles a reçu la désignation de premier mobile ; la seconde est le ciel empyrée, où résident Dieu le Père, Dieu le Fils et le Saint-Esprit, ainsi que sainte Marie, mère de Dieu ; puis les chœurs des saints Anges, disposés en ordre de chaque côté », c'est-à-dire, dans l'acception des théosophes scolastiques, d'après la subdivision suivante : patriarches, prophètes, évangélistes, martyrs, papes, moines et nonnes, et bienheureux.

A la fin du Traité se trouve le nom de l'auteur : Jean de Gmunden, de Vienne.

La ressemblance de ces visions avec les descriptions fantastiques du moyen âge est un fait digne de remarque. On y trouve une analogie avec les fictions de Suso, de Taulen, d'Ezzo et la *Divine Comédie* de Dante.

Nous n'avons plus rien d'extraordinaire ou de bien original qui mérite de fixer l'attention de l'historien : tout ce que renferme ce fragment est déjà connu par avance. Mais celui qui est bien au courant de la Cosmographie scolastique ne doit pas voir sans intérêt un des derniers chefs de cette doctrine réduire à si peu de chose ce qui lui semblait être la partie la plus importante de sa science. Et, en effet, le point capital auquel on reconnaît la doctrine péripatéticienne, depuis Aristote jusqu'à Copernic, peut se résumer dans les propositions suivantes : la sphéricité du monde et de la Terre, l'hypothèse d'une zone terrestre inhabitable, de la répartition des terres et des eaux, d'une situation déterminée des quatre éléments, la disposition du ciel étoilé comme cause première du mouvement. Il était donc intéressant de pouvoir apprécier, sous un nouveau côté, un mathématicien ayant plus de mérite que de notoriété. H. B.

GÜNTHER (S.). — STUDIEN ZUR GESCHICHTE DER MATHEMATISCHEN UND PHYSIKALISCHEN GEOGRAPHIE. V Heft. — *Jean Werner de Nuremberg, et ses contributions à la Géographie mathématique et physique.* (p. 277-332; 7 fig.)

Jean Werner était né le 14 février 1468, à Nuremberg. Il étudia la Théologie dans les universités allemandes, puis les sciences dans leur mère patrie, l'Italie. Il revint à Nuremberg, où il passa les trente dernières années de sa vie (1498-1528).

Dès son jeune âge, il avait cultivé les Mathématiques et l'Astronomie. Il fit des observations astronomiques durant son séjour à Rome; mais nous ne pouvons juger que très-imparfaitement l'esprit dans lequel il les a dirigées.

On connaît de Werner deux compilations, dont l'une est spécialement mathématique et astronomique, tandis que l'autre, dont nous aurons à parler plus en détail, traite de questions géographiques. D'autres Ouvrages, parmi lesquels un Recueil arithmétique, n'ont pu être édités et semblent avoir été perdus au temps de Doppelmayer. Enfin quelques écrits de Werner ont eu la bonne fortune d'être tirés de l'oubli par des bibliophiles distingués, L. Alantsee, Bousquet, Teubner.

Les écrits de Werner sur les sections coniques et sur le cône renferment, suivant une judicieuse remarque de M. Chasles, la première notion des recherches synthétiques suivies par Desargues, Pascal et La Hire. Son travail sur la duplication du cube (problème déliaque) contient des idées nouvelles sur l'Optique et la Géométrie. On a aussi de lui un Mémoire curieux pour l'histoire de la résolution graphique des équations algébriques, à propos du célèbre problème d'Archimède : *Diviser une sphère par un plan dans un rapport donné*. Il le ramène à l'intersection d'une ellipse avec une hyperbole. Enfin, au témoignage de Heilbronner, cité par M. Chasles, Werner aurait même essayé une restitution des célèbres porismes d'Euclide.

Nous arrivons maintenant à un examen plus suivi des écrits de Werner, dont la collection forme une compilation assez volumineuse dans la bibliothèque de Nuremberg. On y trouve, au début, une introduction géographique de Pierre Apian aux savantes annotations de Werner, explication et appréciation de toutes les opérations que l'on peut effectuer en Géographie par sinus et cordes, en y joignant le rayon astronomique et un quadran nouveau, bien plus utile que le météoroscope qu'il remplace. Puis viennent, pour mémoire, d'autres écrits ou commentaires de Bessarion, de Seb. Münster et d'Ulmer.

Le premier travail de Werner est une étude analytique du commencement de la Géographie de Ptolémée.

Le Chapitre suivant renferme l'étude de la méthode de mesure du degré du méridien, due à Ératosthène, bien qu'il ne spécifie point cette désignation. On y trouve, dans une série de notes, l'énoncé et la démonstration de propositions assez importantes.

La sixième note se rapporte à la détermination de la déclinaison du Soleil. Les Tables de Georges Peurbach et de Domenico Maria de Bologne assignaient à l'obliquité de l'écliptique une valeur de 23° 28′ à 23° 29′. Jacoli a fait ressortir le mérite des recherches de ce dernier astronome. Il a montré aussi quelle notion Werner a pu avoir des nombres donnés par Domenico Maria.

La septième remarque renferme la détermination de la hauteur du pôle, le jour, au moyen de la culmination méridienne du Soleil; la nuit, au moyen de la déclinaison d'une étoile, déterminée d'avance. Werner indique aussi une méthode fondée sur l'observation de l'étoile polaire, et l'emploi des Tables de Regiomontanus, qui donnent les corrections à faire à la longitude et à la latitude, indiquées pour l'an 1500 dans les Tables alphonsines. Werner déduit la hauteur du pôle de la moyenne arithmétique des culminations méridiennes d'une étoile de perpétuelle apparition. Sa méthode renferme le principe de celle qui a servi plus tard à la résolution classique du problème de Douwes.

La neuvième remarque définit, d'une manière géométrique assez compliquée, l'angle de position de deux lieux, comme angle compris entre le méridien de l'un avec l'arc de grand cercle qui joint ce point à l'autre. Werner indique l'emploi du gnomon pour la détermination de la hauteur du Soleil.

Le commentaire du quatrième Chapitre s'étend sur les méthodes de fixation des positions géographiques en usage chez les anciens. L'auteur en critique le peu d'exactitude et en examine surtout l'absence de moyens de mesure des longitudes. Se fondant sur l'observation d'une éclipse de Lune datée du 18 janvier 1497, Werner essaye de comparer les situations de Rome et de Nuremberg; mais les résultats ainsi obtenus renferment quelques erreurs.

Nous trouvons, dans la troisième note, la description d'un instrument destiné à la détermination de la distance angulaire de deux points de la sphère. Ce n'est, en réalité, qu'un *bâton astronomique,* portant une graduation. La disposition était la même que pour celui qui avait servi à l'observation de la comète de 1472 par J. Müller. Werner donne une description détaillée de cet instrument, qui consiste en une règle le long de laquelle se déplace un curseur rectangulaire plan. On vise de l'extrémité de la règle, et l'on amène le curseur dans une situation telle, que les rayons visuels passant par ses angles aboutissent aux deux points de la sphère céleste. La graduation de la règle indique immédiatement l'angle sous-tendu, qui peut varier de 10 à 60 degrés. Ces graduations dépendent de la variation des cotangentes.

Les sixième et septième remarques renferment l'exposé de la pratique de ces mesures et des bases de la méthode des distances lunaires. Werner indique la marche à suivre, et conclut en faisant appel à l'autorité de l'Almageste.

Il est intéressant de noter les principales applications qui en ont été faites par Lacaille, en 1750, à son voyage au Cap; Maskelyne, en 1761, à son voyage à Sainte-Hélène; Niebuhr, à son voyage en Arabie. Bouguer a eu l'idée de substituer aux distances de la Lune les hauteurs de cet astre, mais cette méthode offre moins de précision. Celle que Werner a adoptée a fait l'objet d'un examen approfondi de la part de Schwarz. Elle a beaucoup gagné à la construction des Tables de Tobie Mayer et de Hansen.

Le développement du cinquième Chapitre de Ptolémée se rapporte à l'inexactitude des anciennes mesures et à la nécessité d'augmenter la précision des nouvelles données. Il y est question des variations de la hauteur du pôle et des influences topographiques sur la température locale, modifiée par la variation de l'incidence moyenne des rayons solaires.

Une note ajoutée au dixième Chapitre renferme la résolution d'un problème utile en particulier aux riverains du Nil. L'énoncé de cette question est fort original : il s'agit d'évaluer la distance de deux lieux, en fonction du décroissement de l'inondation du fleuve. C'est une application élémentaire des lignes proportionnelles.

Un commentaire spécial a pour objet la délimitation de la zone habitable. On y trouve aussi une rose des vents, dans laquelle l'auteur omet d'indiquer les directions nord-est, sud-ouest et ouest-nord-ouest.

Les paragraphes suivants renferment les développements de la méthode cartographique imaginée par Ptolémée, et que Werner a perfectionnée et modifiée. M. Günther a cité, à ce propos, diverses remarques faites par Gretschel. Il examine le détail du mode de projection de cartes en forme de cœur, inventé par Werner, et dont Gretschel établit la comparaison avec la projection sinusoïdale de Sanson.

Il est question ensuite des contributions de Werner au progrès des méthodes adoptées pour la représentation de la Terre sur un plan. Voici comment Werner définit ce problème : *Un point de la Terre étant donné de position, trouver sa distance à tous les autres points de l'objet à représenter, ainsi que les angles de position;* problème dont la solution sera donnée, dit-il, par l'emploi d'une règle spéciale.

L'instrument dont il s'agit est une imitation de l'*almicantara* des Arabes. Pour mesurer, dit-il, la distance d'un lieu quelconque à n'importe quel autre point figuré sur le plan, il suffira de placer l'extrémité de la règle au point fixe, puis d'arrêter l'autre extrémité de la règle au second point; elle fournira aussitôt la distance des deux localités. L'angle de position ne sera pas moins facile à obtenir. Appliquons les deux extrémités de la règle aux deux points;

écrivons au-dessus de leurs positions sur la carte le nombre des degrés du demi-cercle, puis le nombre de degrés entre la règle et le méridien du lieu donné; mesurons la ligne qui les comprend : elle donnera l'angle de position cherché.

La dernière Partie de notre Traité est consacrée à une représentation de la Terre sur un plan, en suivant les instructions précédentes.

De l'étude attentive des œuvres de J. Werner on peut dégager diverses conclusions importantes pour l'histoire des Mathématiques. Les principaux résultats obtenus par J. Werner dans le domaine de ces sciences, envisagées sous leur aspect le plus général, peuvent être résumés ainsi qu'il suit :

I. Werner est le premier astronome qui ait attiré l'attention sur la méthode, si tardivement appréciée, de détermination de la hauteur du pôle au moyen des culminations inférieure et supérieure d'une étoile circumpolaire, et qui ait affranchi la détermination des latitudes géographiques des nombreuses causes d'erreur provenant des observations de la hauteur du Soleil.

II. On lui doit le problème des longitudes en mer. Il en ramena le premier la solution à de nouvelles théories, basées sur les distances de la Lune aux étoiles fondamentales.

III. La modification qu'il apporta à l'antique *rayon astronomique,* ainsi que les nouvelles Tables corrigées pour la division de cet instrument, doivent faire époque dans l'histoire des instruments d'observation.

IV. L'esprit de combinaison de Werner a contribué à éclaircir la bizarre et confuse méthode à l'aide de laquelle les anciens géographes s'efforçaient de corriger les erreurs qui affectaient les descriptions topographiques laissées par les explorateurs et les navigateurs.

V. En matière de dessin cartographique, Werner n'a pas précisément inventé les projections en forme de cœur, mais il leur a donné une base scientifique et leur a fait accomplir un progrès marqué. Au nombre des principes nouveaux les plus importants, on peut mentionner au moins le principe de la représentation équivalente.

VI. De même, pour la projection stéréographique, inventée par les anciens, Werner n'a fait que la réinventer, mais il a introduit un nouveau point de vue dans le procédé, car il a enseigné à représenter la sphère en prenant pour centre de projection un point quelconque, autre que le pôle ou un point de l'équateur, exclusivement employés jusqu'alors.

VII. L'étude que Werner a faite des écrits d'Amirucius a contribué à améliorer dans son principe même la solution du problème fondamental de la Géographie mathématique : *Évaluer la longueur de l'arc de grand cercle qui réunit deux points dont on connaît les coordonnées sphériques.*

VIII. La manière dont il a traité le problème inverse n'est pas moins originale au point de vue mathématique. Étant données les latitudes et la distance, en conclure la différence de longitudes; et grâce à une méthode indirecte, mais claire et applicable à un point qui ne soit pas trop éloigné, il a abordé, par un côté entièrement nouveau, le difficile problème de la détermination des longitudes géodésiques.

La Météorologie descriptive tient une assez grande place dans l'Ouvrage de Werner, mais elle se ressent de l'influence astrologique du moyen âge : ce n'est, en réalité, que de l'Astrométéorologie.

L'hypothèse d'une influence des phénomènes célestes sur notre atmosphère paraît avoir pris naissance chez les Grecs. On en trouve le premier indice à l'époque de la guerre du Péloponèse. L'occupation des astronomes grecs, d'après Ideler, était d'observer les phénomènes et de tenir des Tables, où devaient aussi figurer les principaux changements de temps. Elles s'appelaient *Parapegmes* (παραπήγματα), parce qu'elles étaient portées par voie d'affiches à la connaissance du public. Méton perfectionna l'emploi de ces Tables; il y ajouta l'indication des solstices, des levers et couchers des étoiles fixes et du temps observé dans le cours de sa période de dix-neuf ans. C'était un premier pas vers la prédiction du temps. Cet art prit un nouvel essor avec Ptolémée. Le célèbre astronome d'Alexandrie imagina de noter les aspects des planètes et leur influence sur l'atmosphère, ce qui contient le germe des doctrines de l'Astrologie naturelle. Le moyen âge les accepta et les suivit sans réserve; les Arabes les accueillirent pareillement. Nous les retrouvons, sous une forme curieuse, dans les écrits d'un Anglais, John Eschvid, auteur d'un Livre publié vers 1347 et appelé ordinairement *Somme anglicane*, mais plus exactement *Encyclopédie judiciaire des accidents du monde*. Il y est question des influences du chaud, du froid, de la sérénité du ciel, de la pluie, de la neige, de la grêle, du vent, du tonnerre, des tremblements de terre, de la peste, de la disette et de la guerre. On peut donc prévoir, d'après cela, que Werner devait suivre une voie devenue classique depuis longtemps.

L'ensemble de ses observations météorologiques lui suggéra bientôt le projet de les résumer dans une monographie spéciale, destinée à être publiée après sa mort. Jean Schooner, alors professeur de Mathématiques à Nuremberg, se chargea des frais de l'édition et dédia l'Ouvrage au médecin Otto Flosser. La jeunesse studieuse avait besoin, d'après lui, plutôt d'exemples pratiques que de Livres théoriques. Le Journal d'observations de Werner semblait devoir remplir exactement cette condition, et l'éditeur ne croyait pouvoir mieux faire que de le dédier à un médecin, attendu qu'il regardait la Météorologie, cette branche de la Physique, comme un auxiliaire précieux pour la Médecine. L'autorité de Galien et d'Hippocrate avait consacré depuis longtemps l'idée que chaque tempérament, par exemple, était soumis à l'influence spéciale du cours des planètes.

Le Journal de Werner renferme l'indication de quelques règles fondamentales. Werner regarde le Soleil comme le promoteur de tous les phénomènes météorologiques, sans oublier pour cela l'influence des planètes, qui, par leur nature chaude ou froide, ou bien encore par leurs conjonctions et oppositions, modifient la température d'une saison de l'année. Sous ce rapport, Kepler a été encore plus précis que Werner. Mais notre météorologiste ne limite pas l'influence des planètes aux combinaisons de leurs situations. Il attribue aussi des changements de temps à la conjonction des planètes avec des étoiles fixes de la région de l'écliptique.

Le relevé de la situation journalière du temps pour l'année 1513 est tenu avec un grand soin. Chaque phénomène observé est attribué à l'aspect astrologique des planètes. Citons un passage au hasard : « Du 7 au 15 mars, la constante sérénité de l'atmosphère doit être expliquée par l'entrée de Vénus dans le Taureau. Aussitôt que cette planète se trouva en opposition avec Saturne, il se produisit un changement de temps, etc., etc. » Tout cet Almanach paraît inspiré des principes de l'Astrologie judiciaire; c'est une collection d'horoscopes entremêlés de théories astronomiques et météorologiques, dont Kepler a réuni, sous le titre de *Marginalia ex Ephemeridibus,* une collection semblable, embrassant une durée totale de vingt ans (1617-1636) (voir *Bulletin,* t. XI, p. 71; 1876). Des documents de cette nature peuvent avoir une très-grande utilité pour l'histoire de la Météorologie; il y a intérêt à connaître au moins les Ouvrages qui les renferment.

Le Recueil se termine par une diatribe dirigée contre les astrologues, qui établissent, pour un lieu déterminé, des prédictions qu'ils croient applicables à tout l'univers, sans se préoccuper des influences climatologiques : « Ce qui s'observe à Nuremberg ne saurait avoir lieu à Rome, où la chaleur du Soleil est plus grande et le climat beaucoup plus doux. » Des observations météorologiques pareilles à celles de Werner se trouvent dans les écrits de David Fabricius, astronome bien connu par la correspondance active qu'il entretint avec Kepler. Ces observations commencent en 1590 et embrassent une partie de la période étudiée par Tycho Brahe.

M. La Cour a publié récemment, pour la première fois, un Journal d'observations météorologiques recueillies par Tycho Brahe, le rénovateur des méthodes d'observation (voir *Bulletin,* t. XII, I_2, IIe Partie, p. 196). Tycho a noté l'état du temps et les circonstances atmosphériques pour chaque jour, durant une période de quinze ans, de 1582 à 1597, qu'il passa à Uranibourg. L'extrait suivant permettra de juger la précision d'observations faites sans le secours d'instruments.

23 *avril* 1590. — Vent de nord avant midi; calme; vent d'ouest après midi; temps calme et passablement clair.

24. — Assez pur avant midi; éclat du Soleil; temps calme, chaud, mais avec courants frais de vent de sud par intervalles. A l'est et à l'ouest, près de l'horizon, une nuance grise, plus marquée à l'est qu'à l'ouest. Même temps après midi, sauf qu'il n'existait plus de brumes autour de l'horizon.

25. — Soleil radieux; assez chaud; avec rafales de vent frais de sud par intermittences.

26. — Soleil radieux; vent de nord-est, froid et assez fort, par moments, pour pousser les navires à pleines voiles. Le ciel est parsemé çà et là de quelques nuages blancs et noirs.

M. La Cour a eu l'idée de figurer par des courbes ces données météorologiques, d'après les règles actuellement suivies. Il a ainsi acquis la preuve « que l'état général de l'atmosphère, rapporté au même calendrier, était le même, il y a près de trois cents ans, que de nos jours ».

Nous avons épuisé tout ce que les écrits de Werner pouvaient donner d'utile à la Science moderne. Au point de vue de la Géographie mathématique, Werner a laissé des travaux importants. Ses contributions à l'histoire de la Météorologie offrent aussi un grand intérêt, mais elles semblent moins en rapport avec l'objet des Mémoires analysés jusqu'à présent.

Si donc M. Günther a cru devoir leur consacrer aussi une large place, c'est parce que les écrits de Werner lui ont offert l'attrait particulier que trouve toujours un ami de la Science aux œuvres d'un géomètre qui a illustré sa ville natale. H. B.