BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Comptes rendus et analyses

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2^e^ série, tome 2, nº 1 (1878), p. 233-246

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1878_2_2_1_233_0>

COMPTES RENDUS ET ANALYSES.

CELORIA (G.). — SOPRA ALCUNI SCANDAGLI DEL CIELO E SULLA DISTRIBUZIONE GENERALE DELLE STELLE NELLO SPAZIO. — Milan, 1878. — Br. in-folio, V, 48 pages (¹).

Le Mémoire de M. Celoria est le résumé d'observations entreprises en 1873 dans le but d'étudier, d'une façon plus méthodique que ne l'a fait Herschel dans les célèbres sondages du ciel, la distribution des étoiles comprises dans une zone limitée par les parallèles de zéro et 6 degrés de déclinaison nord. L'instrument qui a servi à ces recherches est un équatorial de Plössl, qui n'a guère que 10 centimètres d'ouverture, mais dont l'objectif, d'une singulière transparence, montre facilement les étoiles de 11^e grandeur, c'est-à-dire des astres un peu plus faibles que ceux qu'a énumérés Argelander dans la *Durchmusterung*. D'ailleurs M. Celoria s'est imposé l'obligation de compter, sans distinction d'éclat, toutes les étoiles comprises dans la zone précédemment indiquée; pour cela, après avoir pris note du nombre des astres compris dans le rectangle des fils de son micromètre, il déplaçait la lunette à la main de manière à faire coïncider avec le fil de gauche les étoiles primitivement cachées par le fil de droite. Avec la distance des fils verticaux de la lunette de Plössl, neuf de ces déplacements font parcourir à l'instrument 10 minutes d'ascension droite.

Les sondages consécutifs d'une même zone offrent naturellement une grande diversité, tenant à la répartition inégale des étoiles dans le ciel, mais on obtient déjà une variation presque régulière en prenant la moyenne des nombres qui répondent à une même ascension droite, et une peréquation facile conduit ensuite à une continuité très-satisfaisante. Les chiffres ainsi calculés montrent que la densité stellaire est à peu près constante de zéro à 4 heures d'ascension droite; elle augmente ensuite de manière à atteindre un premier maximum à $5^h 10^m$, puis diminue jusqu'à $5^h 40^m$, aug-

(¹) Pubblicazioni del R. Osservatorio di Brera in Milano, n° XIII.

mente de nouveau et présente un maximum plus considérable que le précédent à $6^h 50^m$. Après cela la densité diminue et devient presque constante de $8^h 30^m$ à $15^h 5^m$; elle augmente alors, et présente deux maxima successifs à 18 heures et $19^h 40^m$, séparés par un minimum à $18^h 45^m$. Ici encore le second maximum est plus grand que le premier, et la comparaison des courbes dans les régions de 6 heures et de 18 heures montre qu'en ces deux points la distribution des étoiles est tout à fait analogue, sinon identique.

Les régions de densité stellaire considérable répondent au passage de l'équateur dans la voie lactée, et comme les maxima sont par couples, il en résulte que, dans ces deux points, la voie lactée est divisée en deux branches. L'existence de deux branches entre 5 et 6 heures d'ascension droite était connue; mais les observations d'Argelander, pas plus que l'examen à l'œil nu, n'indiquaient l'existence d'une double branche par 18 heures d'ascension droite; M. Celoria montre d'ailleurs que l'indication de cette dernière bifurcation disparaît si l'on ne considère que les étoiles brillantes, et qu'elle s'accuse de plus en plus à mesure que l'on tient compte d'astres plus faibles.

La voie lactée, dit M. Celoria, doit donc être regardée comme composée de deux branches, de deux anneaux distincts, continus sur tout leur contour. L'un de ces anneaux est formé par la traînée ininterrompue qui traverse notre ciel boréal en passant par la Licorne, le Cocher, la Girafe, le Renard, Cassiopée et l'Aigle; l'autre commence dans les brillantes étoiles d'Orion et traverse successivement les Hyades, les Pléiades, Persée, le Cygne pour finir dans Ophiuchus. Les deux anneaux se croisent et forment un système unique dans Cassiopée: ils se séparent dans Persée et dans le Cygne et font entre eux un angle qui, d'après les observations de Milan, est d'environ 19 degrés.

Herschel (*Results of observations at the Cape of Good Hope*) dit, d'un autre côté, « que dans l'intervalle entre η d'Argo et α de la Croix, le cercle lacté, ou la ligne médiane de la voie lactée, est coupé par une zone de brillantes étoiles qui s'étend d'Orion au Grand Chien, à Argo, à la Croix du Sud, au Centaure, au Loup et au Scorpion. Un grand cercle passant par ε Orion et α de la Croix serait l'axe de cette zone, dont l'inclinaison sur la voie lactée serait ainsi de 20 degrés environ, et nous sommes ainsi amenés à penser que les astres les plus voisins de notre système font partie d'une couche secondaire dont le plan principal serait incliné de 20 degrés sur celui de l'amas général, dont la projection sur le ciel forme la voie lactée.»

M. Celoria rapproche cette citation du fait que ses observations particulières lui ont indiqué, et il en conclut que la branche de la voie lactée qui traverse sans interruption le ciel boréal se retrouve avec le même caractère de continuité dans le ciel austral. La seconde branche, qui, dans notre ciel, part d'Ophiuchus pour s'arrêter aux Hyades, se continue dans l'autre hémisphère par la zone des étoiles brillantes de Herschel, traverse la constellation de la Croix, diamétralement opposée à Cassiopée, et vient par le Scorpion rejoindre la constellation d'Ophiuchus.

On peut d'ailleurs se faire une idée plus nette de la nature de ces deux anneaux; il suffit pour cela de remarquer que les deux maxima absolus de la densité des étoiles sont vers $6^h 50^m$ et $19^h 20^m$ d'ascension droite, et que c'est dans la première région que se trouvent les étoiles les plus lumineuses. Si d'ailleurs on admet, ce qui paraît vrai d'une manière générale, que la différence d'éclat des étoiles tient à une différence de distance de ces astres, on est alors conduit à cette conséquence inévitable que vers 6 heures d'ascension droite se trouvent accumulées les étoiles les plus voisines de notre système solaire, et que, vers 19 heures d'ascension droite sont placées celles qui sont le plus loin de nous. Si d'ailleurs on tient compte de ce que, dans les régions de la voie lactée, la courbe de la densité stellaire offre deux ondulations, dont la première est la plus faible, on sera conduit à admettre que la branche de la voie lactée qui se présente la première au méridien est celle qui renferme les étoiles les plus voisines.

La voie lactée est donc formée, dit en terminant M. Celoria, de deux anneaux, inclinés l'un sur l'autre d'environ 20 degrés, s'enveloppant mutuellement, et le Soleil se trouve un peu en dehors de leurs plans. G. R.

BEN ALHUSEIN ALKHARKHI (ABU BEKR MUHAMMED). — HAFÎ FÎL HISÂB (Genügendes über Arithmetik) nach der auf der herzoglich gothaischen Schlossbibliothek befindlichen Handschrift bearbeitet von Dr ADOLF HOCHHEIM, Professor. I. Halle a. S., Verlag von Louis Nebert; 1878, v-246 pages.

C'est probablement dans les dix premières années du XIe siècle que l'Arabe Alkharkhî composa un Traité étendu sur la partie arithmétique des Mathématiques. De cet Ouvrage, la seconde Partie (la partie algébrique), le *Fakhri*, qui, d'après Hankel, témoigne, chez l'auteur, d'une étude approfondie de Diophante, fut révélée de nouveau au monde savant par Woepcke, tandis que l'Introduction élémentaire, le *Hâfî fîl Hisâb*, est restée jusqu'ici ignorée. Le professeur Hochheim, déjà connu du public par de nombreux travaux sur des problèmes de la Géométrie nouvelle, et aussi par un excellent Mémoire historique sur Otto de Guericke, a eu la bonne fortune de rencontrer un manuscrit non exempt d'incorrections, mais suffisamment lisible, de ce Traité de Logistique, et il nous offre ici la première Partie traduite en allemand, avec de nombreuses remarques explicatives.

Nous relèverons dans le contenu de cet Ouvrage quelques points particulièrement intéressants pour l'Histoire des Mathématiques. Dans la définition de la multiplication, nous voyons reparaître la vieille discussion qui a duré pendant tout le moyen âge, sur la question de savoir si l'unité, en tant qu'unité, peut être divisée. On y trouve, de plus, à propos de la multiplication, une série de curieux artifices pour le calcul avec des nombres déterminés, que l'on ne rencontre avec cette étendue chez aucun autre des anciens arithméticiens. Par exemple, le produit $123a$ s'obtient de la manière suivante :

$$123a = 125a - 2a = 1000\,\frac{a}{8} - 2a.$$

La preuve par 9, ainsi que la préoccupation de ramener les calculs à des opérations avec des fractions simples (de numérateur = 1), se retrouvent ici, comme on pouvait s'y attendre. Quant au Chapitre, très-développé, sur le calcul des fractions, les matériaux qu'il contient ne diffèrent pas, au fond, de ceux du Chapitre analogue de l'*Essence de l'art du Calcul* de Beha Eddin. Par contre, nous ne connaissons jusqu'ici aucun autre auteur où se trouve la distinction, introduite à propos de la définition de la notion de rapport, des nombres en *premiers, seconds* et *concordants*. La division par 60, qui est attribuée aux anciens, est l'objet d'une grande attention, comme étant, au dire de l'auteur, le fondement de toutes les transformations de nombres qui se présentent dans la vie ordinaire. Par exemple, l'Irâk (Mésopotamie) se sert d'une double division de l'unité en *habbá* et *aschîr*, telle que

$$1 \text{ aschîr} : 1 \text{ habba} = 48 : 60.$$

La partie du texte publiée jusqu'ici se termine par le calcul de la division du cercle, que les astronomes du moyen âge avaient l'habitude de pousser jusqu'à la minime fraction de $\frac{1}{60^9}$ d'une seconde d'arc.

Nous attendons avec impatience la suite de cet important travail.

S. GUNTHER.

CATALAN (E.). — NOTES D'ALGÈBRE ET D'ANALYSE (¹).

I. *Sur les dérivées de la fonction* $(1 - x^2)^{-\frac{1}{2}}$.

II. *Sommation d'une série. Intégration d'une équation.*

Si l'on fait

$$\varphi(z) = 1 + \frac{a}{z} + \frac{a^2}{1.2.z(z+1)} + \frac{a^3}{1.2.3.z(z+1)(z+2)} + \ldots,$$

on a

$$\psi(z) = \frac{a}{z}\frac{\varphi(z+1)}{\varphi(z)} = \cfrac{a}{z + \cfrac{a}{z+1+\cfrac{a}{z+2+\cfrac{a}{z+3+\ldots}}}}$$

(LEGENDRE, *Note IV* des *Éléments de Géométrie*).

(¹) Extrait du tome XLII des *Mémoires de l'Académie royale des Sciences de Belgique,* 32 p.

M. Catalan montre que, en faisant $a = x$, $z = k$, $y = \varphi(k)$, y satisfait à l'équation linéaire du second ordre

$$xy'' + ky' - y = 0.$$

Pour $k = \frac{1}{2}$, cette équation admet la solution

$$y = \mathrm{A}e^{2\sqrt{x}} + \mathrm{B}e^{-2\sqrt{x}}.$$

III. *Une formule combinatoire.*

IV. *Une intégrale double*

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{(x+y)^{2q} - (x-y)^{2q}}{(e^{2\pi x} - 1)(e^{2\pi y} - 1)} dx\,dy = (-1)^q \frac{2q+3}{4(q+1)(2q+1)} \mathrm{B}_{2q+1},$$

B_{2q+1} étant un nombre de Bernoulli.

V. *Une décomposition de fraction rationnelle.*

L'auteur s'occupe de la fraction $\frac{1}{(x-a)^n(x-b)^n}$, et déduit diverses identités de la formule de décomposition.

VI. *Sur une fonction transcendante.*

Il s'agit de la fonction

$$\mathrm{F}(q) = q + q^2 + q^4 + q^8 + \ldots.$$

a, b, c, ... désignant les nombres premiers impairs, on a

$$\mathrm{F}(q) = \frac{q}{1-q} - \sum \frac{q^a}{1-q^a} + \sum \frac{q^{ab}}{1-q^{ab}} - \sum \frac{q^{abc}}{1-q^{abc}} + \ldots.$$

On a aussi

$$-\log(1-q) = \sum_{i=1}^{i=\infty} \int_0^q \frac{dq}{q} \mathrm{F}(q^i).$$

VII. *Sur la série harmonique.*

La formule suivante permet d'abréger le calcul des n premiers termes :

$$\mathrm{S}_n = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{i} \frac{2^{\alpha+2} - 1}{2^\alpha}.$$

VIII. *Sur l'équation d'Euler*

$$y(c+nx)dx-(y+a+bx+nx^2)dy=0.$$

M. Catalan donne un procédé très-simple pour intégrer cette équation.

On peut d'ailleurs observer qu'elle est contenue comme cas particulier dans l'équation traitée par Jacobi

$$(ax+by+c)\,dy-(a'x+b'y+c')\,dx+(a''x+b''y+c'')(y\,dx-x\,dy)=0,$$

équation qui, en remplaçant x et y par $\frac{x}{z}$, $\frac{y}{z}$, devient

$$\begin{vmatrix} ax+by+cz & x & dx \\ a'x+b'y+c'z & y & dy \\ a''x+b''y+c''z & z & dz \end{vmatrix}=0,$$

et qui, par conséquent, sera satisfaite par les solutions du système d'*équations linéaires à coefficients constants*

$$\frac{dx}{dt}=ax+by+cz,$$

$$\frac{dy}{dt}=a'x+b'y+c'z,$$

$$\frac{dz}{dt}=a''x+b''y+c''z.$$

IX. *Sur les nombres de Bernoulli et d'Euler.*

En faisant

$$\operatorname{tang} x = G_1\frac{x}{1}+G_3\frac{x^3}{1.2.3}+G_5\frac{x^5}{1.2.3.4.5}+\ldots,$$

$$\frac{1}{\cos x}=1+G_2\frac{x^2}{1.2}+G_4\frac{x^4}{1.2.3.4}+\ldots,$$

on a

$$G_{i+1}=\frac{1}{2}(G_i+C_{i,1}G_1G_{i-1}+C_{i,2}G_2G_{i-2}+\ldots+G_{i,1}G_{i-1}G_1+G_i),$$

ou, symboliquement,

$$G_{i+1}=\frac{1}{2}(G+G)^i.$$

M. Catalan donne plusieurs autres relations analogues.

X. *Sur l'addition des fonctions elliptiques.*

Ainsi que l'auteur l'a déjà observé (*Comptes rendus*, 25 mai 1874), l'expression

$$\left[\frac{dx}{\Delta(x)} + \frac{dy}{\Delta(y)}\right]\varphi(\lambda),$$

dans laquelle

$$\lambda = \frac{\Delta(x)\,\Delta(y) - c^2 \sin x \sin y \cos x \cos y}{1 - c^2 \sin^2 x \sin^2 y},$$

où c est le module, est, quelle que soit la fonction φ, une différentielle exacte dV; il en résulte que l'on peut prendre

$$V = \text{const.},$$

pour l'intégrale de l'équation

$$\frac{dx}{\Delta(x)} + \frac{dy}{\Delta(y)} = 0;$$

il fait aujourd'hui plusieurs applications de cette remarque, en donnant diverses valeurs à la fonction $\varphi(\lambda)$.

MAILLY (E.). — ESSAI SUR LA VIE ET LES OUVRAGES DE L.-A.-J. QUETELET. — In-16, 291 pages. Bruxelles, 1875.

La biographie de Quetelet peut intéresser plus d'un lecteur : ce savant n'eut point de spécialité. Cela, aujourd'hui, suffirait à assurer une place presque unique à un homme qui ne serait point universellement médiocre, et Quetelet n'est mort qu'en 1871. Il commença à se faire remarquer, à seize ans, par un dessin exposé à Gand, en 1812; trois ans plus tard, il était nommé professeur de Mathématiques au Collége de cette ville et il écrivait, avec Dandelin, le libretto d'un opéra « *en un acte, en prose et à grand spectacle* »; il composa des vers, qu'il fit imprimer :

J'essayais de plier aux lois de l'harmonie
Les vers que de mon sein arrachaient mes douleurs,
Et qui, plus doucement, coulaient avec mes pleurs.

Cette tristesse-là, qui rappelle un peu André Chénier, n'est pas sans quelque charme ; mais on se figure malaisément un mathématicien de nos jours se laissant aller ainsi à la mélancolie, et ne le cachant point ; d'ailleurs ce n'est pas le seul mode sur lequel Quetelet ait chanté : il ne manquait pas d'esprit, il y en a dans ses épitres, de celui qui ne blesse point.

Ceux au milieu desquels il vivait et travaillait n'étaient pas scandalisés de rencontrer parfois un poète dans le jeune mathématicien ; bien plus, ses découvertes mathématiques elles-mêmes étaient célébrées en vers par ses amis :

> Par le compas enfin, que guide ta pensée,
> Sur le papier savant, une courbe est tracée ;
> Pascal est attentif, et son œil etonné
> Admire un résultat qu'il avait soupçonné.

Cela a été écrit, à propos de la *focale*, il y a un demi-siècle. Quel contraste entre cette époque, si pleine de jeunesse, et la nôtre, où l'étude d'une science prend l'homme tout entier, en lui défendant tout loisir, et quel poète les découvertes de l'Algèbre moderne échaufferaient-elles aujourd'hui ?

L'étude de la *focale* fut l'objet principal de la thèse que Quetelet soutint, en 1819, pour obtenir le grade de docteur : cette courbe, dont M. Chasles disait qu'elle « mérite d'être étudiée à fond, d'autant plus que la plupart des propriétés qu'on lui trouve peuvent être transportées à toutes les courbes du troisième degré qui ont un point double ou conjugué », est, comme on sait, le lieu des foyers des sections faites dans un cône droit par un plan passant par un point fixe situé sur la surface du cône. Dans ce premier travail, l'auteur donne les propriétés qui concernent les tangentes, les normales, la courbure. Un autre Mémoire, présenté en 1820 à l'Académie de Bruxelles, dont il avait été nommé membre la même année, traite *des sections coniques considérées dans le solide* et contient diverses propriétés relatives à la fois au cône droit et à ses sections planes. Les recherches de Quetelet servirent de point de départ à celles de son ami Dandelin (*Mémoire sur quelques propriétés remarquables de la focale parabolique*). C'est dans ce Mémoire qu'est établi le théorème si connu sur les sphères inscrites dans le cône et tangentes au plan sécant en des points qui sont les foyers de la section. Quelques années plus tard (1825-1829), Quetelet communique à l'Académie ses belles recherches sur les caustiques par réflexion et par réfraction, les caustiques secondaires et les lignes aplanétiques. Dans le même intervalle il publia divers autres Mémoires de Géométrie, fonda avec Garnier (1825) la *Correspondance mathématique et physique,* dont il continua d'être un des principaux rédacteurs, déploya une extrême activité pour la création d'un Observatoire à Bruxelles, et en fut nommé directeur en 1828 : il faut lire dans le Livre de M. Mailly le détail des ennuis que cet Observatoire, dont la construction ne s'achevait jamais, dut causer à Quetelet; mais celui-ci ne se rebutait pas aisément.

S'il conserva toujours son goût pour les beaux-arts et pour la Géométrie, c'est surtout à l'Astronomie, à la Météorologie et à la Statistique qu'il consacra le reste de sa vie. Déjà, en 1825, il avait communiqué à l'Académie de Bruxelles un *Mémoire sur les lois des naissances et de la mortalité à Bruxelles*. La première édition de son *Essai de Physique sociale,* qui résume tous ses travaux antérieurs, est de 1835 : la théorie de l'*homme moyen* est maintenant bien connue.

Le lecteur trouvera dans le Livre de M. Mailly des détails intéressants sur la suite des travaux d'Astronomie et de Statistique de Quetelet, détails qui ne peuvent trouver de place ici. Ce Livre, dont la lecture est facile et agréable, est un juste hommage à la mémoire d'un homme qui, par la variété de ses connaissances, par l'étendue et la fécondité de son esprit, par son talent de professeur, par sa prodigieuse activité en toutes choses, par le désintéressement de sa vie, honore la Belgique, à l'histoire scientifique de laquelle son nom restera attaché. J. T.

DOSTOR (G.). — ÉLÉMENTS DE LA THÉORIE DES DÉTERMINANTS. 1 vol. in-8°, 352 p. Paris, 1877.

Le Livre de M. Dostor ne sera pas inutile aux élèves de la classe de Mathématiques spéciales, ni même aux professeurs : on sait, en effet, de quel prix sont, pour les uns et pour les autres, les exercices d'une partie quelconque du cours; les travaux antérieurs de M. Dostor le mettaient à même de fournir un grand nombre de tels exercices, comme en témoignent les renvois multiples qu'il a faits à ses propres publications. Les applications offrent, au point de vue de l'enseignement, une telle importance, qu'on serait presque tenté de ne pas reprocher à l'auteur de leur avoir un peu sacrifié la théorie. Toutefois dans un livre, où les commençants peuvent, s'ils le veulent, sauter les pages écrites en petit texte, on peut, ce semble, craindre un peu moins d'être complet. Pourquoi les relations entre un déterminant et les mineurs des divers ordres sont-elles si légèrement esquissées? Pourquoi la proportionnalité entre les mineurs correspondants de deux lignes, dans le cas où le déterminant est nul, n'est-elle pas indiquée? Pourquoi les propriétés des déterminants symétriques gauches sont-elles laissées de côté? Pourquoi la démonstration du théorème sur la multiplication des déterminants, surtout dans le cas des déterminants multiples, est-elle si écourtée, quand ce théorème est d'un usage si fréquent? Il semble aussi que M. Dostor eût pu traiter avec plus de détails la discussion de n équations du premier degré à n inconnues dans le cas où le déterminant des coefficients est nul; qu'il eût pu démontrer que les diverses méthodes d'élimination qu'il indique, pour deux équations entières à une inconnue, donnent non-seulement la condition nécessaire, mais encore la condition suffisante pour que ces deux équations aient une racine commune; qu'il aurait pu insister davantage sur le cas où les deux équations ont deux, trois, ... racines communes et sur l'évanouissement des mineurs du premier, du second, ... ordre du déterminant de Bézout ou de Sylvester.

Mais c'est trop s'appésantir sur ce qui n'est pas dans le Livre de M. Dostor; il serait plus juste de parler de ce qui s'y trouve. Après tout, un auteur est juge de l'étendue avec laquelle il veut traiter son sujet; il est libre de diminuer en nombre, pour les rendre meilleurs, les services qu'il rendra à ceux qui le liront.

Le premier Livre contient les propriétés fondamentales, exposées avec soin, sous une forme accessible aux commençants.

Le deuxième Livre est consacré aux applications à l'Algèbre et à la Trigonométrie, à la résolution de diverses équations algébriques mises sous forme de déterminants égalés à zéro, à la résolution des équations linéaires, aux diverses méthodes d'élimination, parmi lesquelles on notera une intéressante modification apportée par le P. Joubert à la méthode de Cayley; à la résolution de l'équation du troisième degré, au discriminant d'une équation entière, à la résolution des deux équations à deux inconnues, enfin à diverses questions de Trigonométrie.

Le troisième Livre contient un assez grand nombre d'applications à la Géométrie analytique, concernant la droite, le cercle, le plan, la sphère, la surface ou le volume du triangle et du tétraèdre dans des conditions diverses, les courbes et les surfaces du second ordre. Les principales propriétés de la forme adjointe à une forme quadratique, si intimement liées à la théorie des équations tangentielles, auraient peut-être pu y trouver place.

Le quatrième Livre a pour titre : *Les discriminants et les invariants;* l'auteur se borne d'ailleurs à peu près à ce qui concerne les courbes et les surfaces du second degré.

On doit savoir gré à M. Dostor des indications historiques et bibliographiques qu'il fournit à ses lecteurs, contrairement à un usage trop répandu.

GILBERT (Ph.). — Cours d'Analyse infinitésimale. — Partie élémentaire. 2e édition. Paris-Louvain, 1878. 1 vol. in-8°, 475 pages.

L'auteur, dans sa préface, semble presque disposé à regretter le succès de la première édition de son Livre, enlevée pendant qu'il s'occupait de faire paraître son *Cours de Mécanique,* en sorte qu'il s'est trouvé obligé de publier la seconde édition de la première partie du *Cours d'Analyse infinitésimale* avant d'avoir pu donner la seconde Partie, où devront être traités les sujets d'un ordre plus élevé, tels que la théorie des intégrales définies et des fonctions elliptiques. Cette nouvelle édition, que M. Gilbert, sacrifiant ses préférences personnelles, n'a point osé, peut-être avec raison, enrichir et grossir en y introduisant les résultats et les méthodes dus à l'emploi des variables imaginaires et aux progrès récents de l'Algèbre et de la Géométrie, ne peut guère manquer de trouver, auprès du public auquel elle s'adresse, l'accueil favorable qu'a rencontré la première édition, à laquelle elle est à peu près conforme. Ceux qui sont surtout préoccupés des applications usuelles du Calcul intégral à des problèmes d'ordre pratique et qui n'ont point de temps à donner aux théories purement abstraites, ceux aussi qui veulent commencer l'étude de l'Analyse infinitésimale, en se rendant compte de l'ensemble des questions qu'elle aborde, et en se familiarisant avec les procédés de calcul les plus fréquemment employés, trouveront dans le *Cours* de M. Gilbert les qualités d'ordre et de clarté qu'on est, aujourd'hui, en droit d'exiger d'un Traité sur cette matière.

La division suit l'ordre habituel. Une introduction (p. 1-50) renferme les propositions les plus importantes relatives aux quantités imaginaires, aux séries, aux limites, aux infiniment petits des divers ordres. Le Livre I (p. 51-113) est consacré aux méthodes de différentiation. Il y aurait mauvaise grâce à reprocher à l'auteur sa définition de la continuité, quand, dans une Note insérée à la fin du volume, il résume le Mémoire de M. Darboux sur les fonctions discontinues, et donne les raisons qui doivent faire rejeter cette définition. Peut-être aussi, en donnant les règles qui permettent d'obtenir la dérivée d'une fonction implicite, aurait-il pu insister davantage sur la définition précise d'une telle fonction : il y a là une difficulté réelle qui embarrasse habituellement les commençants. Les Livres II et III (p. 114-159-265) se rapportent aux applications analytiques et géométriques du Calcul différentiel. La définition de la longueur de l'arc d'une courbe plane paraît laisser un peu à désirer : l'auteur affirme que, lorsque les côtés du polygone [inscrit dans l'arc de courbe] tendent vers zéro, le périmètre de ce polygone *croît sans cesse* sans pouvoir devenir infini, ce qui est loin d'être évident. Le Livre IV (p. 269-383) traite des procédés d'intégration, des intégrales définies, des applications du Calcul intégral à la quadrature des surfaces et à la cubature des solides ; il se termine par l'exposition de la méthode de Simpson pour le calcul approché des intégrales définies. Le Livre V et dernier est consacré aux équations différentielles ordinaires. L'auteur établit l'existence d'une solution de l'équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y),$$

se réduisant à y_0 pour $x = x_0$, lorsque, pour toutes les valeurs de x comprises de x_0 à x_1, et pour toutes les valeurs possibles de y, les fonctions $f(x, y)$, $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ restent continues, à détermination simple, et numériquement inférieures à des quantités données. Deux Notes terminent le volume : la seconde, dont nous avons déjà parlé, est consacrée à l'analyse d'un Mémoire de M. Darboux ; la première concerne les séries à termes positifs.

Enfin, chaque Livre est suivi d'un assez grand nombre d'exercices.