

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

ALEXÉIEF

Note sur deux formules d'analyse

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2^e série,
tome 1, n° 1 (1877), p. 44

http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1877_2_1_1_44_0

© Gauthier-Villars, 1877, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTE SUR DEUX FORMULES D'ANALYSE;

PAR M. ALEXÉIEF.

I.

$$(1) \quad \text{arc tang } a + \sum_1^{\infty} \text{arc tang } \frac{2a}{1 + a^2(k^2 - 1)} = \pi.$$

a est un nombre arbitraire; la sommation se rapporte au nombre k , qui reçoit des valeurs entières depuis 1 jusqu'à ∞ . En faisant $a = 1$, on a

$$(2) \quad \text{arc tang } \frac{2}{1^2} + \text{arc tang } \frac{2}{2^2} + \text{arc tang } \frac{2}{3^2} + \dots = \frac{3\pi}{4}.$$

II.

Si l'on pose, pour abrégier l'écriture,

$$u_k = \sqrt{1 + a^2 k^2}, \quad v_k = \sqrt{1 + a'^2 k^2},$$

où $\varepsilon^2 < 1$, k recevant des valeurs entières depuis 1 jusqu'à ∞ , on a

$$(3) \quad \sum_1^{\infty} \arg \left[\lambda = \frac{a(2k+1)}{(k+1)u_{k+1}v_k + ku_k v_{k+1}} \right] = \frac{\omega}{4}.$$

λ est sin'am d'un argument elliptique, dont le module est ε ; $\frac{\omega}{4}$ est l'intégrale complète de première espèce. Il est évident qu'on peut écrire la formule (3) en forme d'une série infinie d'intégrales, dont les limites varient d'un terme à l'autre d'après la loi indiquée par la formule (3).

