

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

J. BERTRAND

**Address by professor Adams, president of the
Royal Astronomical Society, delivered at the annual
general meeting, february 1876, on presenting the
Gold Medal of the society to M. Le Verrier**

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2^e série,
tome 1, n° 1 (1877), p. 116-124

http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1877_2_1_1_116_1

© Gauthier-Villars, 1877, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

MÉLANGES.

ADDRESS BY PROFESSOR ADAMS, PRESIDENT OF THE ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY, DELIVERED AT THE ANNUAL GENERAL MEETING, FEBRUARY 1876, ON PRESENTING THE GOLD MEDAL OF THE SOCIETY TO M. LE VERRIER.

La Société Royale Astronomique de Londres, dans sa séance annuelle de 1876, a récompensé par la médaille d'honneur les beaux travaux de M. Le Verrier sur les grandes planètes supérieures, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune. M. Adams, dont le nom a

figuré glorieusement dans l'histoire de la grande découverte incontestablement due à notre illustre compatriote, s'est trouvé chargé, comme président, d'exprimer à son heureux émule l'admiration et la reconnaissance des astronomes de tous pays. Le discours de M. Adams est un résumé savant et complet; l'abondance des détails y soutient les vues d'ensemble pour en accroître la précision et la clarté. Nous sommes heureux d'en reproduire ici les principaux traits; on y trouve, en même temps qu'une excellente analyse, l'expression sincère et motivée d'une admiration sympathique et reconnaissante pour le plus grand service qui, depuis bien des années et dans toute l'Europe, ait été rendu à l'Astronomie.

En 1868, déjà, la Société avait donné la médaille d'or aux travaux de M. Le Verrier sur Mercure, Vénus, la Terre et Mars, et un Rapport motivé de M. Pritchard lui avait présenté le tableau des progrès apportés par notre compatriote dans la théorie de cette première moitié de notre système. Parmi les résultats universellement acceptés de ce premier travail, il faut citer la nécessité d'accroître le mouvement séculaire des périhélies de Mercure et de Mars. Cet accroissement est indispensable et reconnu suffisant pour le parfait accord de la théorie avec les observations. Les forces connues et les masses visibles ne l'expliquent pas cependant, et M. Le Verrier n'a pas hésité, avec la légitime hardiesse qui lui avait déjà brillamment réussi, à affirmer l'existence de masses appréciables et encore inconnues dans le voisinage des orbites de Vénus et de Mars.

L'accroissement de la masse jusqu'ici adoptée pour la Terre justifie, à l'égard de Mars, cette assertion si finement et si savamment motivée, et l'accroissement bien certain aujourd'hui de la parallaxe solaire s'y rattache directement. La théorie de Vénus et celle de la Lune conduisent aux mêmes conclusions directement vérifiées, car à une hauteur suffisante tout se rejoint, par les belles expériences de Foucault et par celles de M. Fizeau, récemment reprises par M. Cornu, sur la vitesse de la lumière.

Les masses qui, dans le mouvement de Mercure, produisent les changements reconnus nécessaires sont signalées déjà et activement recherchées; la théorie corrigée par M. Le Verrier est d'ailleurs trop parfaite et les observations trop précises pour qu'il soit possible de conserver un doute sur l'existence de petites planètes, ou d'une matière autrement constituée, dans l'intérieur de l'orbite de Mercure.

La découverte de Neptune n'a pas été, on le voit, le résultat d'une inspiration heureuse et fortuite; l'esprit investigateur et patient qui, ne pouvant expliquer le mouvement d'Uranus par les forces connues du système du monde, a osé affirmer l'existence d'une masse perturbatrice, poursuit sans relâche, depuis trente ans, l'application des mêmes méthodes, en proclamant, avec une confiance de mieux en mieux justifiée, les conséquences, imprévues ou non, de ses pénibles et savants calculs.

M. Le Verrier a présenté, le 20 mai 1872, à l'Académie des Sciences, la première Partie de son grand Mémoire sur Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune, contenant l'expression algébrique de la fonction perturbatrice ainsi que l'expression en fonction du temps, et pour une période indéfinie, des inégalités qui en résultent. Il s'était imposé une tâche plus grande encore, et, pour la continuer, il fallait : 1^o calculer les formules et les réduire en Tables provisoires; 2^o rassembler toutes les observations exactes des quatre planètes et les discuter à nouveau pour bien rapporter les positions à un même système de coordonnées; 3^o au moyen de Tables provisoires, calculer les positions apparentes des planètes pour l'époque des observations; 4^o comparer les positions observées avec les positions calculées, en conclure les corrections des éléments elliptiques des quatre planètes, et vérifier si l'accord est parfait; 5^o dans le cas contraire, en rechercher les causes.

Ce vaste programme est aujourd'hui complètement rempli pour Jupiter et pour Saturne, et bien près de l'être pour Uranus et Neptune.

Dès le 26 août 1872, M. Le Verrier présentait à l'Académie un Mémoire fondamental sur la théorie des planètes Jupiter et Saturne, si intimement liées l'une à l'autre. Trois mois plus tard, le 11 novembre de la même année, il présentait la détermination des variations séculaires des quatre planètes, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune, qui, liées également les unes aux autres, résultent d'une même analyse; mais cette partie de l'œuvre est une introduction seulement à l'étude détaillée de chaque planète.

Le 17 mars 1873, M. Le Verrier présentait à l'Académie la théorie complète de Jupiter, et le 14 juillet suivant, celle de Saturne.

Le 12 juin 1874, il donnait les Tables de Jupiter comprenant la

comparaison de la théorie avec les observations de Greenwich de 1750 à 1830, et de 1836 à 1869, et avec celles de Paris de 1837 à 1867.

Le 9 novembre 1874, il donnait la théorie d'Uranus en tenant compte des perturbations auxquelles on doit la découverte de Neptune.

Le 14 décembre 1874, enfin, M. Le Verrier donnait, dans la théorie de Neptune, le dernier chapitre et la conclusion de son immense travail.

« Qu'un seul homme », s'écrie M. Adams, « ait eu assez de force et de persévérance pour parcourir ainsi d'un pas assuré la totalité du système solaire en calculant avec la dernière exactitude, et sans en oublier aucune, toutes les perturbations qui peuvent exercer une influence sur chaque planète, c'est ce qu'on aurait cru impossible, si le résultat n'était aujourd'hui sous nos yeux. »

Les Mémoires de M. Le Verrier sont imprimés dans les *Annales de l'Observatoire*; ils ont pour base le développement de la fonction perturbatrice donné dans le premier volume de cette belle collection, dont les treize volumes, actuellement publiés par M. Le Verrier, sont presque exclusivement son œuvre.

Le XVIII^e Chapitre des *Recherches* de M. Le Verrier, qui forme presque la totalité du X^e volume des Mémoires, est consacré à la détermination de l'action mutuelle de Jupiter et de Saturne.

M. Adams analyse cette théorie compliquée avec la connaissance profonde de tous les détails; mieux qu'aucun autre il pouvait apprécier les difficultés si habilement et si patiemment surmontées.

La masse de Jupiter est plus de trois cents fois et celle de Saturne plus de cent fois égale à celle de la Terre. Il en résulte donc des conditions toutes particulières dans l'étude des perturbations, et la nécessité de pousser le développement beaucoup plus loin que dans la théorie des autres planètes.

Une autre circonstance apporte à la théorie de Jupiter une difficulté spéciale : le moyen mouvement de Jupiter et celui de Saturne ont un rapport simple, celui de cinq à deux à très-peu près, et cette circonstance rend les effets de l'attraction mutuelle très-différents de ce qu'ils seraient, si le rapport était incommensurable ou exprimé par une fraction à termes considérables. A une position donnée de l'une des planètes correspondent, en effet, un petit

nombre de positions de l'autre ; quand Saturne, ayant accompli sa révolution, revient au même point de son orbite, Jupiter a fait deux tours et demi et se place à peu près au point diamétralement opposé de la sienne, et, quand Saturne, accomplissant une seconde révolution, reprend pour la seconde fois la même place, Jupiter se retrouve également à la sienne après avoir fait cinq fois le tour de son orbite. Si, au contraire, les mouvements pouvaient être regardés comme incommensurables, comme le sont, par exemple, ceux de Mars et Jupiter, à une position donnée de l'une des planètes correspondraient, dans la série des siècles, toutes les positions possibles de l'autre dans son orbite, et les perturbations séculaires seraient les mêmes que si la planète troublante était remplacée par un anneau continu dont la densité, à chaque point, serait en raison inverse de la vitesse avec laquelle la planète le traverse. A ce fait géométrique correspondent, dans les calculs, des particularités très-différentes dans les deux cas, et la présence de dénominateurs très-petits donne de l'importance à certains termes, qui sans cela seraient insignifiants.

La grande difficulté et le grand mérite du travail de M. Le Verrier peuvent se résumer dans cette circonstance singulière que, sans posséder la solution théorique exacte du problème, qui dépasse de bien loin les ressources actuelles de la Science, il veut obtenir et il obtient les résultats numériques avec une exactitude comparable à celle des meilleures observations. Il faut, pour atteindre un tel but, tenir compte du carré et des puissances supérieures des forces perturbatrices, et la complication du problème en est singulièrement accrue.

On partage en deux classes les termes qui expriment la variation des éléments : les termes périodiques, qui, contenant la longitude moyenne de l'une des planètes étudiées, varient et changent de signe pendant la durée d'une révolution, et les termes séculaires, qui, contenant seulement les éléments des orbites, varient avec une extrême lenteur. Tous contiennent d'ailleurs en facteur la masse de l'une des planètes perturbatrices. Si cette masse est très-petite, les inégalités périodiques le sont également, et l'on peut, en les calculant, traiter comme des constantes les éléments qui y figurent, et obtenir, en même temps, les inégalités séculaires sans tenir compte des termes périodiques. Mais, pour des masses trou-

blantes aussi considérables que celles de Jupiter et de Saturne, les résultats ainsi obtenus doivent être pris seulement pour une première approximation ; pour en obtenir une seconde, il faut substituer aux éléments, dans le second membre de l'équation, leur partie séculaire augmentée de la partie périodique approximativement calculée, et de là l'introduction du carré des masses et de leurs produits deux à deux. Dans ces termes nouveaux figurent les produits des sinus ou cosinus des multiples de la longitude moyenne. Quand les multiples sont différents, les produits, par une formule élémentaire bien connue, peuvent se remplacer par une somme, et les termes ne perdent pas leur caractère périodique avec des signes alternativement positifs et négatifs ; mais, quand l'argument est le même, on obtient le carré d'un sinus ou d'un cosinus qui conserve toujours le même signe, et dont l'application de la même formule détache un terme constant qui doit se joindre aux termes séculaires.

L'introduction des variations périodiques des éléments dans les inégalités séculaires fait naître à son tour des termes périodiques.

Quand les masses troublantes sont celles de Jupiter ou de Saturne, une troisième approximation est nécessaire, et elle introduit des termes de l'ordre du cube des masses. Le nombre de ces termes s'accroît très-rapidement, et les calculs seraient véritablement inextricables, sans l'habileté avec laquelle l'auteur sait discerner, pour les conserver seuls, ceux dont l'influence est appréciable.

M. Le Verrier s'est imposé une condition difficile, et qui accroît singulièrement l'importance de son œuvre : il a voulu obtenir des formules applicables à toutes les époques et qui rendissent possible la comparaison de la théorie avec les observations, quelle qu'en soit la date.

Si l'on se bornait aux termes du premier degré, par rapport aux excentricités et aux inclinaisons des orbites, et du premier ordre par rapport aux masses, les équations s'intégreraient exactement, et l'on aurait, pour une période indéfinie, les valeurs des divers éléments. Mais les termes de degré supérieur sont trop considérables pour qu'on les néglige, et leur présence rend l'intégration rigoureuse impossible.

M. Le Verrier y supplée très-heureusement par la méthode des quadratures ; il a déterminé les éléments de chaque orbite pour une période de 2000 ans, commençant en 1850.

Les masses des planètes sont un élément important de ces calculs; si les progrès de la Science et la comparaison des résultats avec l'observation conduisent un jour à changer les valeurs acceptées, les formules de M. Le Verrier sont préparées de manière à permettre le calcul immédiat des corrections qui doivent en résulter, et si, dans 2000 ans, comme le remarque M. Adams, un astronome ayant sous les yeux les formules de M. Le Verrier mesure directement les éléments des diverses orbites, il pourra, dans le cas où ils ne s'accorderaient pas avec les prévisions de notre illustre compatriote, trouver avec certitude la cause de la divergence et, par un calcul exact des masses, rétablir la concordance.

Le XII^e volume des *Annales de l'Observatoire* est consacré précisément à la comparaison de la théorie de Jupiter avec les observations. Les observations employées sont celles de Greenwich de 1750 à 1830 et de 1836 à 1869, celles de Paris de 1837 à 1867. Les équations de condition sont divisées en deux séries qui correspondent aux observations de 1750 à 1830, et en deux autres qui correspondent à l'intervalle de 1836 à 1869. Dans chacune de ces séries les équations sont divisées en huit groupes correspondant aux diverses distances de la planète à son périhélie, zéro à 45 degrés, 45 à 90 degrés, etc.

On forme ainsi quatre équations résultantes, qui donnent les corrections de l'époque, du moyen mouvement, de l'excentricité et de la longitude du périhélie en fonction de la correction à faire à la masse de Saturne, qui demeure comme une dernière inconnue. La substitution des résultats, dans les équations relatives aux observations modernes, conduit à diminuer la masse de Saturne adoptée par Bouvard de la $\frac{1}{204}$ partie environ de sa valeur. Bessel, au contraire, par l'étude de l'un des satellites, avait cru devoir l'augmenter de $\frac{1}{339}$.

Les équations relatives à la latitude sont traitées de la même manière et groupées suivant la distance de la planète à son noeud ascendant. Les corrections de l'inclinaison et de la longitude sont obtenues séparément, au moyen des observations anciennes et modernes. L'accord est très-satisfaisant.

Les Tables ont été calculées spécialement pour les années comprises entre 1850 et 2350. Un simple changement de signe dans la valeur du temps permet néanmoins de les étendre aux années anté-

rieures à 1850. Pour les deux derniers siècles, elles ont ainsi une précision suffisante, puisqu'elle égale celle des observations elles-mêmes; pour les époques antérieures, elle les surpasse de beaucoup.

Le XIII^e volume est consacré aux théories d'Uranus et de Neptune. La théorie de ces planètes présente de grandes difficultés : le moyen mouvement de Neptune est moitié environ de celui d'Uranus, et il en résulte, dans les termes du second ordre, des inégalités très-sensibles.

Les éléments elliptiques actuels de Neptune et d'Uranus ne sont pas encore connus avec une précision suffisante.

La méthode employée pour traiter en même temps les théories de Neptune et d'Uranus a la plus grande ressemblance avec celle qui a servi pour Jupiter et Saturne.

La comparaison de la théorie de Saturne avec les observations laisse, pour certaines périodes seulement, subsister des différences plus grandes que d'habitude; dans les trente-deux années comprises entre 1837 et 1869, la différence est moindre que $2''{,}5$, à l'exception des années 1839 et 1849, pour lesquelles elle s'élève à $4''{,}5$.

Pour les observations anciennes, particulièrement celles de Maskelyne, elle s'élève jusqu'à 9 secondes d'arc.

M. Le Verrier n'est pas habitué à de telles anomalies, et, pour en découvrir l'origine, il n'a pas reculé devant des calculs nouveaux, qui, par des procédés entièrement différents, lui ont donné des résultats conformes aux premiers pour les inégalités périodiques, et fort peu différents pour les inégalités séculaires. La nature des différences rend d'ailleurs peu probable qu'elles puissent être attribuées à la théorie. L'erreur en effet qui, en 1839, est positive et égale à $4''{,}4$, devient négative et égale à 5 secondes en 1844, et rien n'indique dans les développements la cause vraisemblable d'une variation aussi brusque et aussi considérable. M. Le Verrier incline en conséquence, malgré l'accord des observations de Paris et de Greenwich, à reporter sur elles la plus grande partie de cette anomalie. Il s'agit de Saturne, on ne doit pas l'oublier, et la présence de l'anneau rend les observations plus incertaines que pour toute autre planète.

Les Tables de Saturne comparées à l'observation se prêtent diffi-

cilement, à cause d'un fait particulier de calcul, à la détermination de la masse de Jupiter. M. Le Verrier a adopté le chiffre donné par M. Airy au moyen de l'étude du quatrième satellite. Mais les formules sont préparées pour donner une valeur de plus en plus certaine de la correction à lui faire subir.

Après avoir terminé la longue et savante analyse des travaux de M. Le Verrier, M. Adams, en remettant au secrétaire, M. Huggins, la médaille qu'il doit transmettre à notre illustre compatriote, s'exprime ainsi :

« Docteur Huggins, en transmettant cette médaille à M. Le Verrier, vous lui exprimerez tout l'intérêt avec lequel nous avons suivi ses belles recherches, et notre admiration pour l'habileté et la persévérance dont il a fait preuve en enfermant toutes les planètes de notre système, depuis Mercure jusqu'à Neptune, dans les chaînes de son analyse. Vous lui direz nos regrets de ne pas le voir aujourd'hui parmi nous, et combien nous serions heureux de le recevoir, s'il peut faire le voyage avant la fin de la session. Nous espérons qu'il aura fini l'impression des Tables de Saturne et sa théorie de Neptune, et qu'en rétablissant par le repos sa sante ébranlée par le travail, il pourra se préparer à de nouveaux triomphes dans le champ de l'Astronomie physique. »

J. BERTRAND.

