BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue bibliographique

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 10 (1876), p. 161-169

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1876__10__161_0>

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.

CANTOR (Dr Moritz). — DIE RÖMISCHEN AGRIMENSOREN UND IHRE STELLUNG IN DER GESCHICHTE DER FELDMESSKUNST, eine historisch mathematische Untersuchung (1).

« J'ai voulu », dit l'auteur, « m'attacher à établir, sur une branche spéciale des Mathématiques, comment le développement d'un peuple découle de celui d'un autre plus ancien et prépare celui d'un troisième, comment beaucoup de résultats intéressants tombent dans l'oubli, comment les méthodes les plus parfaites cèdent pour un temps la place à de moins bonnes, mais sans que jamais on puisse remarquer de solution de continuité. »

Fidèle au plan qu'il s'est tracé, l'auteur établit que la place des Romains dans l'histoire des Mathématiques n'est marquée par aucun progrès sérieux, mais qu'ils nous ont conservé, sans même en avoir une parfaite intelligence, la tradition reçue des Grecs et principalement des Alexandrins. Cette tradition se poursuit en s'affaiblissant encore à travers tout le moyen âge, et l'on reconnaît aisément dans Alcuin ou dans Gerbert l'élève immédiat des Romains, qui a puisé dans leurs livres la science empruntée par ceux-ci aux Grecs et qui la reflète faiblement à travers ces âges d'ignorance.

La partie purement historique et archéologique occupe une très-grande part dans l'Ouvrage de M. Cantor. Nous ne le suivrons pas sur ce terrain trop éloigné de l'objet habituel des études des mathématiciens, et nous nous bornerons à signaler quelques-uns des faits les plus intéressants au point de vue de l'histoire des applications de la Géométrie.

Le maître des arpenteurs romains, celui dont les leçons ont revêtu le caractère pratique qui pouvait seul faire adopter la Science chez ce peuple de soldats, c'est Héron d'Alexandrie. Son manuel d'arpentage, connu sous le nom de *Dioptrique* (2), procède partout par applications numériques : c'est une sorte de *guide officiel* des

(1) Les *Arpenteurs romains et leur place dans l'histoire de l'arpentage,* étude historique et mathématique. Leipzig, Teubner, 1875; 1 vol. in-8°.

(2) *De dioptra,* instrument d'arpentage.

arpenteurs, publié sous les auspices des Ptolémées et destiné à faire disparaître les procédés de mesure inexacts encore en usage en Égypte à cette époque ([1]), malgré les progrès accomplis dans l'étude de la Géométrie théorique. Ainsi, postérieurement à la publication des *Éléments d'Euclide,* on prenait encore communément, pour surface du triangle isoscèle de base a et de côté b, le produit $\frac{ab}{2}$, ainsi qu'en témoignent des inscriptions contemporaines.

Il est curieux d'étudier, paragraphe par paragraphe et dans leurs moindres détails, les méthodes, les exemples donnés par Héron; on les retrouve disséminés dans les écrits de Vitruve, de Columelle, de Frontin, d'Hygin, de Balbus, de Nipsus, etc.; parfois la même faute numérique se trouve dans le même exemple, sans être relevée par les commentateurs romains qui la reproduisent. S'il y a quelque chose de neuf en apparence (c'est-à-dire qui ne se trouve pas dans la *Dioptrique*), il est toujours facile d'y reconnaître le cachet héronien, et l'on est assez fondé à supposer que c'est un emprunt fait à un deuxième Ouvrage de Héron qui ne nous est pas parvenu. Si quelque méthode échappe à cette loi et peut passer pour une œuvre romaine, elle remplace désavantageusement une méthode héronienne plus simple et meilleure; ainsi Nipsus indique pour trouver la largeur d'un fleuve un moyen long et pénible, bien différent de la méthode élégante enseignée par Héron.

Les opérations du nivellement à l'aide du niveau d'eau, les problèmes élémentaires de l'arpentage, tels que *tracer une droite dont les deux extrémités ne sont pas visibles d'un même point, déterminer la hauteur d'un édifice inaccessible,* etc.; le tracé des perpendiculaires, la mesure des aires polygonales, et en particulier du triangle dont on donne les trois côtés; l'évaluation des surfaces des polygones réguliers jusqu'au polygone de douze côtés; celle du rapport de la circonférence au diamètre; enfin la mesure du volume des solides : telles sont les matières contenues dans le traité de Héron; elles embrassent toute la géométrie des Romains et des arpenteurs du moyen âge.

Quant aux instruments dont se servaient les anciens géomètres, nous avons déjà nommé le *dioptra* employé par les Grecs. Cet

([1]) Un siècle environ avant Jésus-Christ.

instrument n'est pas facile à restaurer au moyen des descriptions incomplètes qui nous en sont parvenues : c'est essentiellement une longue alidade à pinnules, portée sur un pied vertical, et mobile dans toutes les directions comme la lunette d'un théodolite; deux petites chevilles mobiles avec l'alidade indiquent la direction perpendiculaire à la ligne de visée.

Les Romains employaient primitivement un instrument désigné sous les noms divers de *cruma, gruma, groma, machinula, stella* et dont nous savons moins encore que du *dioptra;* il servait à déterminer deux directions rectangulaires, soit au moyen de deux règles en croix, ou d'un carré solide dont le point de croisement des diagonales était marqué par une pointe. En Étrurie comme en Égypte, l'arpentage faisait partie de la science sacerdotale ; mais en Italie les temples comme les propriétés n'affectaient que des formes rectangulaires dont les côtés, d'après le rite sacré, devaient être orientés vers les quatre points cardinaux. Cette pratique s'est longtemps conservée à Rome et dans les colonies. Les aruspices déterminaient d'abord, par des procédés que nous ne connaissons pas exactement, leurs deux axes de coordonnées rectangulaires, le *decumanus* orienté de l'est à l'ouest, et le *cardo* du nord au sud. Ces directions étaient celles des deux principales rues; à leur intersection était la principale place autour de laquelle se groupaient tous les édifices publics; la ville était complétée par un système de rues parallèles aux voies principales, et cette monotone symétrie se reproduisait au dehors dans la division des champs. Si l'œil n'était pas toujours flatté, la Géométrie du moins y gagnait en simplicité. Aussi les Romains n'ont su que très-tard mesurer la surface du triangle, et la science de l'arpentage a pu y être importée en bloc par les Alexandrins. La première apparition officielle de ceux-ci est celle des géomètres chargés par Auguste de mesurer la surface entière de l'empire.

Nous bornerons là cette courte analyse. Elle suffira pour engager les personnes curieuses de plus amples développements à parcourir le livre si intéressant de M. Cantor. BOUTY.

LEONELLI. — SUPPLÉMENT LOGARITHMIQUE, avec une Notice sur l'auteur, par J. HOÜEL. — Paris, Gauthier-Villars, 1876. 1 vol. in-8°, x-75 p.

La découverte des logarithmes d'addition et de soustraction est généralement attribuée à Gauss, bien que ce dernier en ait fait connaître le véritable auteur, Zecchini Leonelli. La bibliothèque de Bordeaux possède un exemplaire de l'Opuscule, presque introuvable, où Leonelli expose sa découverte : c'est rendre un juste hommage à la mémoire d'un homme dont le nom ne doit pas être oublié et un véritable service à ceux qui sont curieux de l'histoire des Mathématiques, que de faire connaître ce petit Livre au public scientifique. La Société des Bibliophiles de Guyenne s'y est crue d'autant plus obligée que Leonelli était à Bordeaux au moment d'une découverte qui n'est revenue en France que par la voie de l'étranger. M. Hoüel s'est chargé des soins de cette publication, où il s'est attaché à reproduire scrupuleusement le texte de Leonelli jusque dans ses imperfections grammaticales et qu'il a fait précéder d'une Notice intéressante.

« Zecchini Leonelli », dit M. Hoüel, « né à Crémone en 1776, étudia l'Architecture à Rome en 1792 et se livra avec prédilection aux Mathématiques.

» En 1800, il se trouvait à Bordeaux, où il donna pendant plusieurs années des leçons de Mathématiques et d'Architecture. De Bordeaux il se rendit à Milan, où il publia un article sur son Ouvrage dans le *Journal de la Société d'encouragement*. Il visita ensuite pour la seconde fois Venise et s'y maria. On le retrouve plus tard à Strasbourg, où il publie un Ouvrage sur l'électricité, puis à Carlsruhe, au service du grand-duc de Bade; de là il passe en Franconie, à Vienne, à Trieste. Enfin il se fixa à Corfou, où il fut choisi comme préparateur (*assistente di Fisica*) du célèbre professeur Mossotti, avec lequel il ne paraît pas avoir toujours vécu en parfait accord. C'est là qu'il mourut, le 12 octobre 1847, laissant une fille unique, Élisa Leonelli....

» A partir de 1833, il communiqua à l'Académie des Sciences de Paris différents travaux..., sans avoir obtenu, malgré ses instances, aucun Rapport sur ses divers Mémoires....

» L'Ouvrage que nous reproduisons », dit toujours M. Hoüel,

« et qui assure à Leonelli un titre impérissable à la reconnaissance des calculateurs, se compose de deux Parties, qui, l'une et l'autre, attestent également l'esprit inventif de l'auteur, bien que la seconde, seule, lui constitue la priorité d'une découverte.

» La première Partie contient une méthode pour calculer promptement, au moyen d'un tableau d'une ou deux pages, le logarithme d'un nombre avec quinze ou vingt décimales, et pour revenir du logarithme au nombre avec la même approximation. Ce tableau, dont on peut faire usage de diverses manières, remplace ainsi une table qui formerait un gros volume in-folio.

» Toutefois la méthode de Leonelli avait déjà été donnée, en 1624, par H. Briggs dans son *Arithmetica logarithmica.*

» C'est la seconde Partie de son Livre, relative aux logarithmes d'addition et de soustraction, qui forme, à proprement parler, l'œuvre originale de l'auteur.

» Leonelli avait soumis son Mémoire au jugement de la première Classe de l'Institut. Delambre, chargé du Rapport, ne semble pas avoir saisi toute la portée de l'invention des logarithmes d'addition et de soustraction, et ses conclusions ne furent pas aussi favorables que l'auteur avait le droit de l'espérer. Aussi celui-ci écrivit-il une réponse, qu'il fit imprimer à la fin de sa brochure, et où il réfute avec talent les objections du rapporteur.

» L'Ouvrage fut mieux apprécié en Allemagne; il y fut traduit dès l'année 1806, et c'est sans doute cette traduction qui parvint à la connaissance de Gauss et inspira à ce grand mathématicien l'idée de publier une Table disposée de la même manière que celle de Leonelli, mais réduite à des proportions plus conformes aux besoins réels de la pratique. Cette Table, qui parut pour la première fois en 1812 dans la *Monatliche Correspondenz* de Zach, a été reproduite, parfois avec des modifications plus ou moins heureuses, dans un grand nombre de recueils anglais, allemands et italiens. La première édition française est de 1858.

» Leonelli avait eu la patience de calculer ses Tables avec quatorze décimales, conformément au spécimen qu'il en a donné dans son opuscule de l'an XI, ce qui dépasse de beaucoup toutes les exigences des calculs les plus précis auxquels ces Tables peuvent être appliquées. Il songeait à publier cet immense travail quand la mort le surprit. Sa fille eut d'abord l'intention de mettre ce projet à exécution, et confia le manuscrit à un collègue de M. Bellavitis ([1]). Bientôt, ayant fondé peut-être de trop hautes espérances sur l'utilité immédiate de cette publication, elle reprit le manuscrit, et les choses, depuis, en sont restées là. »

J. T.

FAÀ DE BRUNO. — Théorie des formes binaires. — Turin, 1876. Librairie Brero. 1 vol. in-8°. Prix : 16 fr.

Le Livre de M. Faà de Bruno est un résumé des travaux les plus importants de MM. Cayley, Sylvester, Hermite, Brioschi, Clebsch, Gordan, etc., sur la théorie des formes binaires : l'auteur est parti des notions les plus simples, en sorte que son Livre pourra rendre les plus grands services au lecteur soucieux de commencer l'étude d'un chapitre de la science algébrique qui, tout nouveau qu'il est, présente déjà des développements considérables ; il s'y trouvera peut-être plus à l'aise que dans le Livre, excellent à tous égards, mais un peu succinct, de M. Salmon, et pourra ensuite aborder sans crainte les œuvres originales. C'est, en effet, à ce point que M. Faà de Bruno a voulu conduire son lecteur ; il a cru, avec raison, devoir se borner à la partie essentielle et, en quelque sorte, élémentaire de la nouvelle Algèbre : un traité complet sur cette matière qui s'organise continuellement, outre qu'il exigerait un volume énorme, devrait être remanié à chaque instant. Le Livre dont nous parlons paraît sous le patronage de M. Gordan, qui écrit à l'auteur : « Le sujet est bien approfondi et lumineusement ordonné ; l'exposition en est simple, claire et en plusieurs endroits élégante. Naturellement, plusieurs recherches, qui ont été faites dans le champ de l'Algèbre moderne, ne pouvaient y trouver place : cela vous aurait conduit trop loin et n'aurait pas répondu au but de l'Ouvrage ; mais vous introduisez le lecteur dans la théorie et vous le mettez en état d'étudier par lui-même les Mémoires originaux dont, sans cela, la lecture lui eût été difficile. ».

M. Faà de Bruno a divisé son Traité en huit Chapitres, relatifs aux fonctions symétriques des racines, aux résultants, aux discriminants, aux formes canoniques, aux invariants, aux covariants,

---

([1]) M. le professeur Minich.

qui, pour leur compte, occupent trois Chapitres. Enfin des Tables de fonctions symétriques, d'invariants et de covariants complètent précieusement l'Ouvrage.

Une exposition systématique et élémentaire des théories déjà connues n'est pas le seul mérite que M. Faà de Bruno ait à revendiquer; il a, lui-même, apporté sa contribution à l'accroissement de ces théories, et son Livre offre des traces nombreuses de ses travaux personnels : citons, en particulier, la forme symbolique si simple sous laquelle il a mis l'expression, au moyen des sommes de puissances semblables des racines d'une équation, d'une fonction symétrique entière des racines de cette même équation; une méthode nouvelle pour la formation des fonctions symétriques des carrés des différences des racines d'une équation; l'équation aux dérivées partielles

$$\begin{aligned} & ma_0 \frac{\partial R}{\partial a_1} + (m-1) a_1 \frac{\partial R}{\partial a_2} + \ldots + a_{m-1} \frac{\partial R}{\partial a_m} \\ & + nb_0 \frac{\partial R}{\partial b_1} + (n-1) b_1 \frac{\partial R}{\partial b_2} + \ldots + b_{n-1} \frac{\partial R}{\partial b_n} = 0, \end{aligned}$$

à laquelle doit satisfaire le résultant R de deux équations

$$\begin{aligned} a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \ldots + a_m &= 0, \\ b_0 x^n + b_1 x^{n-1} + \ldots + b_n &= 0; \end{aligned}$$

plusieurs théorèmes intéressants sur la partition des nombres; deux relations entre les racines d'une équation et les racines d'un covariant de son premier membre; plusieurs modes de décomposition de la forme biquadratique; un mode de transformation de la forme quintique générale en sa forme canonique au moyen des racines de l'équation canonisante, qui met en lumière la dépendance entre les coefficients de la forme canonique et les invariants de la forme quintique; une application élégante de la théorie des formes canoniques à la démonstration de la méthode de Gauss pour l'approximation des intégrales définies : nous n'insistons pas sur les démonstrations nouvelles que l'auteur a données de plusieurs propositions; enfin la disposition des Tables, où plusieurs covariants des formes quintique et sextique sont donnés pour la première fois, les rend particulièrement commodes. J. T.

АЛЕКСѢЕВЪ (Николай), ординарній профессоръ Имп. Варшавскаго Университета. — Интегральное Исчисленіе. Книга I. Изданіе второе. Москва, 1874 (1). — 1 vol. grand in-8°, vi-368 p.

Ce volume contient la première des trois Parties qui composeront le Cours de Calcul intégral, dont la première édition, publiée en 1861-1862, a remporté à l'Académie de Saint-Pétersbourg le prix Demidof. L'édition actuelle a reçu un grand nombre d'améliorations et d'augmentations, qui la mettent au courant des progrès accomplis depuis quinze années.

Le volume publié traite de l'Intégration des différentielles explicites. Il se divise en dix-sept Chapitres, dont nous allons indiquer le contenu.

I. Définitions.

II. Théorèmes fondamentaux du Calcul intégral, et méthodes principales d'intégration.

III. Intégration des monômes algébriques.

IV. Intégration des fractions rationnelles. L'auteur expose une méthode d'Ostrogradsky pour abréger notablement les calculs, en déterminant séparément la partie algébrique de l'intégrale (2).

V. Intégration des fonctions irrationnelles. L'auteur simplifie le calcul de l'intégration d'une fonction rationnelle de x et d'un radical $R = \sqrt{ax^2 + bx + c}$, en exprimant la fonction rationnelle au moyen de la dérivée de R, ce qui est surtout avantageux lorsque la quantité sous le signe $\int$ renferme R à la puissance $2n+1$.

VI. Transformation des différentielles algébriques irrationnelles. Intégrales elliptiques. La réduction de ces dernières intégrales à la forme canonique est exposée d'après la méthode présentée par l'auteur à l'Académie des Sciences de Paris (3). On y fait voir comment la détermination du module et du multiplicateur de l'intégrale dépend des racines de l'équation résolvante du polynôme sous le radical.

---

(1) Alexéief (Nicolas), professeur ordinaire à l'Université Impériale de Varsovie. — *Calcul intégral*. T. I, 2e édition. Moscou, 1874. Prix : 3 roubles.

(2) Voir *Bulletin de l'Académie de Saint-Pétersbourg*, t. IV, 1845.

(3) Voir *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1864.

VII. Intégration des différentielles binômes, et réduction de quelques intégrales aux intégrales elliptiques.

VIII. Intégration des fonctions transcendantes.

IX. Intégration des différentielles contenant plusieurs variables indépendantes. Double intégration. L'auteur démontre dans ce Chapitre la formule d'Euler pour la condition d'intégrabilité d'une différentielle contenant une fonction d'une seule variable avec ses dérivées des divers ordres. La démonstration est indépendante du Calcul des variations. La théorie générale des intégrales multiples sera traitée dans le tome suivant.

X. Quadrature et rectification des courbes. Expression de l'aire du secteur parabolique donnée par Lambert. Expression de l'aire d'une courbe fermée au moyen d'une intégrale prise le long du contour de l'aire. Théorème de Fagnano, etc.

XI. Cubature des solides de révolution et des solides terminés par des surfaces réglées.

XII. Complanation des surfaces développables, et cubature des solides terminés par ces surfaces. Ce Chapitre et le précédent contiennent des méthodes indiquées pour la première fois par l'auteur.

XIII. Surfaces des solides de révolution.

XIV. Cubature des corps dans lesquels l'aire d'une section parallèle à l'un des plans coordonnés est une fonction de la distance à ce plan.

XV. Cubature et complanation des solides terminés par des surfaces quelconques.

XVI. Calcul approché des intégrales définies. Formule des quadratures d'Euler.

XVII. Calcul approché des intégrales définies par la méthode de Tchebychef. Cette méthode a été publiée dans un des derniers volumes du *Journal de Liouville*.

On peut juger, par ce court aperçu, du riche contenu de ce Traité, le plus complet qui ait paru jusqu'à présent en langue russe. Ce qui en augmente beaucoup l'utilité, c'est le grand nombre d'exemples développés avec détail, outre ceux qui sont indiqués comme exercices. Nous faisons des vœux pour que les deux volumes suivants de cet important Ouvrage soient achevés dans un bref délai.

J. H.