BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 8 (1875), p. 67-91

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1875__8__67_1>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES (¹).

T. LXXIV ; juin-décembre 1874, 2e semestre (suite et fin).

N° 25. Séance du 21 décembre 1874.

Le Verrier (U.). — *Théorie nouvelle du mouvement de la planète Neptune. Remarques sur l'ensemble des théories des huit planètes principales : Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune.*

« La théorie de Neptune, que j'ai l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie, complète l'ensemble des théories fondamentales du système planétaire, dont la première pièce remonte au 16 septembre 1839, il y a trente-cinq ans.

» Les nombreux développements ajoutés d'année en année sont tous mentionnés dans le Recueil de l'Académie. Une partie d'entre eux ne figurent que par leur titre, et, comme ils sont disséminés dans un grand nombre de volumes, l'Académie voudra bien me permettre, au moment où j'arrive à la fin de cette longue discussion, d'en présenter un résumé précis, mais succinct.

» En 1849, engagé depuis dix années déjà dans le travail, et en mesure de mieux apprécier les difficultés, j'en présentais les conditions essentielles dans des termes auxquels je n'ai rien à changer :

(¹) Voir *Bulletin*, t. VIII, p. 37.

» Aucune des Tables, disions-nous, destinées à représenter les mouvements des planètes ne s'accorde rigoureusement avec les observations. Les plus précises, celles de la Terre et de Mercure, laissent encore à désirer. Je ne parle point ici de ces écarts irréguliers que l'incertitude, inséparable de toute mesure physique, amène nécessairement entre l'observation et le calcul, mais bien de ces erreurs systématiques dont la variation suit une loi déterminée, dont l'existence réelle et la régularité ressortent de l'ensemble des travaux des différents observatoires, et dont on ne peut accuser que la théorie.

» Ces incertitudes méritent de fixer toute notre attention; sans doute elles sont peu considérables, mais en revanche elles existent partout, et leur petitesse ne nous autorise pas à les négliger.

» Il serait assurément peu grave en soi que nos Tables astronomiques fissent une erreur d'une demi-seconde sur le temps du passage d'un astre au méridien, si l'importance de cette erreur ne résidait dans son degré de certitude plutôt que dans sa grandeur. Tout écart décèle une cause inconnue et peut devenir la source d'une découverte. Si ces écarts devaient grandir considérablement avec le temps, nous pourrions, il est vrai, attendre leur entier développement pour lire avec plus de sûreté, dans leur marche progressive, la cause qui les produit; mais, d'abord, nous laisserions ainsi à la postérité le soin de perfectionner la science et l'avantage de connaître de nouvelles vérités. En outre, certaines actions étrangères peuvent se manifester par des effets toujours peu sensibles; et, si nous dédaignions ces effets, la cause dont ils dépendent resterait éternellement ignorée.

» La théorie du mouvement d'une planète repose sur ces hypothèses, que chacune d'elles n'est soumise qu'aux actions du Soleil et des autres planètes, et, en outre, que ces actions s'exercent conformément aux principes de la gravitation universelle.

» Mais les conséquences du principe newtonien n'avaient pas été, sur beaucoup de points, déduites avec une rigueur suffisante; et, par ce motif, on ne se trouvait point en état de décider si les désaccords, signalés entre l'observation et le calcul, tenaient uniquement à des erreurs analytiques, ou bien s'ils étaient dus en partie à l'imperfection de nos connaissances dans la Physique céleste.

» Il fallait donc reprendre les théories mécaniques des mouvements des planètes et les scruter jusque dans leurs dernières conséquences, avant de pouvoir réaliser une comparaison décisive avec les observations. C'est ce qui a été fait.

» Disons rapidement que les développements généraux ont fait l'objet de cinq Mémoires, présentés et publiés en 1840, 1843, 1849 et 1855.

» Les formules relatives aux inégalités séculaires ont été traitées en particulier dans les Mémoires de 1840 et 1841.

» Le même sujet a été repris, d'une façon plus générale et plus complète, dans le travail communiqué à l'Académie, à la date du 11 novembre 1872, concernant les quatre grosses planètes : Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune.

» La théorie de Mercure, présentée dès 1843, puis complétement remaniée, n'a été complétée définitivement qu'en 1859;

» La théorie de Vénus a été donnée en 1861;

» Celle du Soleil (la Terre) en 1853 et 1858;

» Celle de Mars en 1861;

» La théorie de Jupiter en 1872 et 1873;

» Celle de Saturne en 1872 et 1873;

» La théorie d'Uranus, donnée en 1846 et liée à la découverte de Neptune, a été l'objet d'un nouveau travail présenté le 15 novembre dernier.

» La dernière théorie enfin, celle de Neptune, est offerte par nous aujourd'hui à l'Académie.

» Les théories de Jupiter, de Saturne, d'Uranus et de Neptune jouissent de ce caractère, qu'elles sont développées en fonctions d'indéterminées, de façon que leur emploi puisse être prolongé pendant un temps illimité.

» Les théories une fois établies, il fallait les comparer aux longues et précieuses séries des observations méridiennes imaginées par Rœmer, instituées pour la première fois à Greenwich, au mois de septembre 1750, par l'illustre observateur Bradley, et continuées depuis lors jusqu'à nos jours dans les grands Observatoires. Mais, comme les positions des astres mobiles sont rapportées aux étoiles fixes, on comprend qu'il fallait aussi s'assurer des étoiles elles-mêmes relativement les unes aux autres, par rapport à l'équinoxe et à l'écliptique. Cette nécessité s'impose particulièrement à l'égard des ascensions droites, dont dépend surtout la connaissance du mouvement des planètes. Le travail a été effectué dans le Mémoire du 5 avril 1852 pour l'ensemble des observations de Bradley. C'était un sujet délicat, car il s'agissait de revoir l'œuvre de Bessel, donnée dans son Ouvrage intitulé : *Fundamenta Astronomiæ.*

» Nous eûmes à proposer diverses corrections aux positions des étoiles fondamentales, et la vérification de l'exactitude de ces corrections fut mise au concours en Allemagne. Le résultat consacra toutes nos déterminations. En conséquence, elles nous ont servi à établir avec sécurité les positions des étoiles de comparaison pendant les cent vingt années d'observations que nous avions à considérer.

» La comparaison des mouvements de Mercure avec la théorie donnée par nous, en 1843, ne présenta point dès l'abord un résultat satisfaisant. Les passages de Mercure sur le Soleil fournissent des données d'une très-grande précision, et auxquelles il ne fut pas possible de satisfaire complétement.

» Ce premier résultat nous remplit d'inquiétude, on le comprend. N'avions-nous point laissé échapper quelque erreur dans la théorie? De nouvelles recherches, dans lesquelles toutes choses furent reprises par des voies différentes, n'aboutirent qu'à nous convaincre que la théorie était exacte, mais qu'elle ne concordait pas avec les observations. De longue sannées s'écoulèrent : ce fut seulement en 1859 que nous parvînmes à démêler la cause des anomalies constatées. Nous reconnûmes qu'elles rentraient toutes dans une loi très-simple, et qu'il suffirait d'augmenter le mouvement du périhélie de trente et une secondes par siècle pour faire tout rentrer dans l'ordre.

» Le déplacement du périhélie acquiert ainsi dans les théories planétaires une importance exceptionnelle. Il est l'indice le plus sûr, quand il doit être augmenté, de l'existence d'une matière cosmique encore inconnue et circulant comme les autres corps autour du Soleil. Peu importe que cette matière soit agglomérée en une seule masse, ou disséminée en une foule d'astéroïdes indépendants les uns des autres. Pourvu que ses parties circulent toutes dans le même sens, leurs effets s'ajoutent entre eux pour imprimer au périhélie un mouvement direct.

» La conséquence est très-claire. Il existe dans les environs de Mercure, entre la planète et le Soleil sans doute, une matière jusqu'ici inconnue. Consiste-t-elle en une ou plusieurs petites planètes ou bien en des astéroïdes ou même en des poussières cosmiques? La théorie ne peut prononcer à cet égard. A de nombreuses reprises, des observateurs dignes de foi ont déclaré avoir été témoins du passage d'une petite planète sur le Soleil; mais on n'est parvenu à rien coordonner à ce sujet.

» Nous ne saurions cependant douter de l'exactitude de la conclusion. Nous verrons, en effet, la même analyse appliquée à la discussion des observations de Mars conduire à une conséquence analogue, et cette conséquence se trouver pleinement vérifiée.

» Bessel disait de la théorie du Soleil qu'elle n'avait pas fait les progrès qu'on aurait dû attendre du grand nombre et de la bonté des observations. Cette appréciation a longtemps troublé notre esprit, trop confiant dans cette prétendue précision des observations. Après avoir revu, discuté à nouveau les observations du Soleil faites depuis l'époque de Bradley, à Greenwich, à Paris, à Königsberg, au nombre de 9000, notre conclusion a dû être tout autre, savoir : que les observations du Soleil laissent fort à désirer, à cause des erreurs systématiques qui les affectent, et qu'il n'existe aucune discordance entre la théorie et l'observation qui ne puisse être attribuée aux erreurs de cette dernière.

» Malgré tout, la discussion des observations du Soleil nous conduisit dès lors à un résultat important, lié à la grande question qui agite en ce moment le monde scientifique : résultat qui nous surprit nous-même, tant la détermination de la parallaxe du Soleil, déduite par le Directeur de l'Observatoire de Berlin des passages de Vénus en 1761 et 1769, inspirait de fausse confiance. J'arrivai à conclure que la parallaxe du Soleil, estimée alors de $8'',57$, devait être augmentée de la vingt-cinquième partie de sa valeur.

» Bientôt après, la comparaison de la théorie de Vénus avec les observations conduisait au même résultat, la nécessité d'augmenter de $\frac{1}{25}$ la parallaxe du Soleil.

» Enfin la théorie de Mars amena à son tour une conclusion non moins précise. Il fut établi qu'on ne pourrait rendre compte de l'ensemble des observations de Mars sans augmenter le mouvement du périhélie de $\frac{1}{8}$ environ.

» C'était la reproduction du même fait que pour Mercure, et la conséquence à en tirer était la même, savoir : que la planète Mars devait être soumise à l'action d'une quantité de matière négligée jusque-là et qu'il fallait estimer à la huitième partie de la masse de la Terre.

» Mais alors deux hypothèses étaient possibles, ainsi que nous l'expliquions dans la séance du 3 juin 1861 : ou bien la matière négligée jusque-là résidait dans l'ensemble de l'anneau des petites planètes, ou bien elle devait être ajoutée à la Terre elle-même. Dans ce second cas et comme conséquence, la parallaxe du Soleil devait être augmentée de la vingt-quatrième partie de sa valeur admise, c'est-à-dire qu'on était ramené au même résultat déjà déduit des théories du Soleil et de Vénus.

» Cependant M. Fizeau avait donné une méthode pour déterminer la vitesse de la lumière par une expérience physique faite à la surface de la Terre, et de cette mesure, combinée avec la quantité de l'aberration des étoiles, on savait qu'on pourrait conclure la parallaxe du Soleil.

» Foucault, de son côté, avait projeté de résoudre la même question par une autre voie, et il était engagé dans la réalisation de l'expérience. Je le pressai fortement d'en poursuivre l'exécution. On sait que, dans la séance du 22 septembre 1862, Foucault annonça qu'il avait fixé la vitesse de la lumière à 298 000 kilomètres par seconde ; d'où, en adoptant la quantité de l'aberration déterminée par Struve, résultait $8'',86$ pour la parallaxe du Soleil, nombre correspondant à une augmentation de $\frac{1}{30}$ de la valeur admise.

» M. Cornu, dans l'important travail lu par lui dans la dernière séance, a résolu définitivement la question par l'emploi de la méthode de M. Fizeau. Il a bien voulu rappeler la détermination que j'ai présentée à l'Académie dans la séance du 22 juillet 1872, en me basant sur la célèbre et très-précise observation de l'occultation de l'étoile ψ^2 du Verseau par la planète Mars, occultation observée en 1672 par les trois grands astronomes Richer, Picard et Rœmer.

» Plus on réunira de matériaux obtenus à des points de vue divers sur cette délicate question, et plus s'accroîtra par la discussion le haut intérêt que présenteront les documents recueillis avec tant de dévouement par les diverses expéditions consacrées à l'observation du passage actuel de Vénus. Par ce motif, et parce que la méthode qui découle de l'occultation de ψ^2 du Verseau se présente sous une forme précise et frappante, nous demanderons à l'Académie la permission de déposer prochainement le travail entre ses mains, après lui avoir donné les développements nécessaires.

» Jupiter et Saturne ont donné lieu à un travail théorique dont l'étendue a été considérable, à cause des très-grandes perturbations mutuelles des deux planètes. La comparaison de la théorie de Jupiter avec les observations a présenté, après des modifications convenables des éléments, un accord complet; aussi les Tables de Jupiter ont-elles été adoptées par la direction du *Nautical Almanac* pour servir à la rédaction de cet important recueil. Je dois à notre confrère, M. Hind, superintendant du *Nautical Almanac*, la satisfaction d'avoir vu adopter ainsi par le monde astronomique les diverses Tables de Mercure, du Soleil, de Vénus, de Mars, de Jupiter, à mesure qu'elles ont paru.

» Les Tables de Saturne sont aujourd'hui construites, et leur comparaison avec les observations est à peu près terminée.

» Les théories d'Uranus et de Neptune étant également terminées, il ne reste plus qu'à effectuer leur comparaison avec les observations.

» La connaissance approfondie que mon excellent collaborateur M. Gaillot, chef du Bureau des Calculs et Membre du Conseil de l'Observatoire, a de ces matières, et le dévouement avec lequel il a assuré la construction et la comparaison si laborieuse des Tables de Jupiter et de Saturne, me sont un sûr garant que le dernier travail sera, quoi qu'il arrive, conduit jusqu'au bout. »

Chasles (M.). — *Nouveaux théorèmes sur les séries de triangles semblables.*

Suite des belles Communications antérieures. Mais ici deux conditions relatives aux séries de triangles semblables ne sont pas absolument indépendantes et ont entre elles une certaine relation; par exemple, les sommets doivent se trouver sur une même courbe, ou bien deux sommets sur une courbe et le troisième sur une courbe différente, etc. L'article ne contient pas les démonstrations, obtenues cependant toujours par l'emploi du principe de correspondance.

Lespiault (G.). — *Observations faites à Bordeaux de deux couronnes lunaires d'une intensité remarquable, le* 15 *et le* 19 *décembre.*

N° 26. Séance publique annuelle du 28 décembre 1874.

Prix proposés pour 1875, 1876 et 1877 :

1875. Étudier l'élasticité des corps cristallisés au double point de vue expérimental et théorique.

1876. Déduire d'une discussion nouvelle, approfondie, des anciennes observations d'éclipses, la valeur de l'accélération séculaire apparente du moyen mouvement de la Lune. Fixer les limites de l'exactitude que comporte cette détermination.

1876. Prix Damoiseau. Théorie des satellites de Jupiter.

1877. Prix Vaillant. Étude des petites planètes, soit par la théorie mathématique de leurs perturbations, soit par la comparaison de cette théorie avec les observations.

Par une mesure générale prise en 1865, l'Académie a décidé que la clôture des Concours pour tous les prix qu'elle propose aurait lieu à la même époque de l'année, et le terme a été fixé au 1er juin. Nous n'indiquons ici que les prix pour lesquels un sujet est donné à l'avance et pour lesquels la clôture du Concours n'a pas eu lieu, d'après la Note précédente, le 1er juin dernier.

T. LXXX; 1er semestre 1875.

N° 1. Séance du 4 janvier 1875.

FLEURIAIS. — *Télégramme relatif à l'observation du passage de Vénus à Shanghaï.*

ANDRÉ et ANGOT. — *Lettre relative à l'installation de l'expédition pour l'observation du passage de Vénus à Nouméa, et télégramme relatif au résultat de cette observation.*

JANSSEN. — *Lettre relative à son installation à Nagasaki, pour l'observation du passage de Vénus.*

HÉRAUD. — *Lettre relative à l'installation à Saïgon de l'expédition pour l'observation du passage de Vénus.*

TACCHINI. — *Lettre relative à l'observation du passage de Vénus à Muddapoor (Bengale).*

TREPIED (Ch.). — *Sur le calcul des coordonnées géodésiques.*

MOUTIER (J.). — *Sur l'expression du travail relatif à une transformation élémentaire.*

N° 2. Séance du 11 janvier 1875.

Darboux (G.). — *Mémoire de l'existence de l'intégrale dans les équations aux dérivées partielles contenant un nombre quelconque de fonctions et de variables indépendantes.*

Dans cette Note l'auteur montre que la démonstration, donnée par MM. Briot et Bouquet, de l'existence de l'intégrale dans les équations aux dérivées ordinaires peut, avec des modifications convenables, donner la solution de la même question pour les équations aux dérivées partielles. L'auteur ignorait (*voir* plus loin) que cette question eût été déjà traitée par Cauchy. D'autre part, dans une dissertation inaugurale, présentée en juillet 1874 à la Faculté de Göttingue et réimprimée le 15 mars 1875 dans le *Journal de Borchardt,* M^lle Sophie von Kowalevsky s'est occupée de la même question. Ce dernier travail sera analysé.

Lemonnier. — *Théorèmes concernant les équations qui ont des racines communes.*

Ces théorèmes énoncés sans démonstration établissent les conditions nécessaires et suffisantes pour que deux équations aient p racines communes.

Genocchi (A.). — *Sur la rectification des ovales de Descartes.*

La proposition, très-curieuse, signalée par M. Genocchi dans cette Note, consiste en ce que tout arc d'un ovale de Descartes est la somme de trois arcs d'ellipse.

Halphen. — *Propriétés relatives à la courbure de la développée d'une surface.*

Entre les courbures des deux nappes de la développée d'une surface existent deux relations qui ont été données par M. Mannheim. M. Halphen démontre ces relations par l'Analyse.

N° 3. Séance du 18 janvier 1875.

Darboux (G.). — *Sur la première méthode de Jacobi, pour l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre.*

Fouret (G.). — *Sur la notion des systèmes généraux de surfaces, algébriques ou transcendantes, déduites de la notion des implexes.*

Continuation des recherches du même auteur, contenues aux *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXIX, p. 467.

FLAMMARION (C.). — *Système stellaire de la* 61^e *du Cygne et étoiles physiquement associées dont le mouvement n'est pas orbital, mais rectiligne.*

HENRI (Paul). — *Découverte de la planète* (141) *à l'Observatoire de Paris.*

N° 4. Séance du 24 janvier 1875.

RESAL (H.). — *Note relative aux pertes du haut Doubs et au moyen de les réduire.*

HÉRAUD. — *Rapport sur l'observation du passage de Vénus.*

LEMONNIER (H.). — *Sur l'élimination. Calcul des fonctions de Sturm par des déterminants.*

GLAISHER (J.-W.-L.). — *Sur la partition des nombres*

Formules relatives au nombre de partitions d'une forme particulière.

HALPHEN (L.). — *Sur un point de la théorie des surfaces.*

Addition à une Communication du même auteur.

BRIOSCHI (J.). — *Sur une formule de transformation des fonctions elliptiques.*

Addition à la Communication précédente du 9 novembre 1874.

N° 5. Séance du 1er février 1875.

GRUEY. — *Éléments provisoires de la Comète VI*, 1874, *Borrelly.*

STEPHAN. — *Nouvelles observations de la comète d'Encke et de la comète de Winnecke.*

GENOCCHI (A.). — *Observations relatives à une Communication précédente de M. Darboux, sur l'existence de l'intégrale dans les équations aux dérivées partielles contenant un nombre quelconque de fonctions et de variables indépendantes.*

M. Genocchi cite les recherches de Cauchy sur le même sujet, datées du 27 juin 1842, du 11 juillet 1842, du 18 juillet 1842, du 25 juillet 1842, du 13 mars 1843, et il ajoute :

« Je conclus que, pour les équations aux dérivées partielles comme pour les équations différentielles, la première démonstration de l'intégrale est due à Cauchy. »

La fin de la Note contient d'autres indications intéressantes.

« Je vais encore, Monsieur, rappeler à votre attention deux théories, pour lesquelles il serait juste de citer le nom de Cauchy : l'une est la théorie des espaces à plusieurs dimensions, dont on fait tant de bruit à présent; l'autre se rapporte à la convergence des séries et concerne un point assez délicat, que les géomètres allemands désignent par l'expression de *convergence en égal degré*. Cauchy a défini cette espèce de convergence et établi quelques théorèmes qui la concernent dans le *Compte rendu* de la séance du 14 mars 1853. »

Darboux (G.). — *Sur l'existence de l'intégrale dans les équations aux dérivées partielles d'ordre quelconque.*

N° 6. Séance du 8 février 1875.

Puiseux (V.). — *Remarque sur un passage de la Lettre de M. Genocchi, insérée dans le « Compte rendu » de la séance du 1er février dernier.*

Janssen. — *Lettre à M. Dumas sur les résultats généraux de l'observation du passage de Vénus au Japon.*

Chasles. — *Théorèmes généraux sur le déplacement d'une figure plane dans son plan.*

« Les questions dont il s'agit embrassent cinq cas généraux relatifs aux deux conditions qui produisent le déplacement de la figure dans son plan :

» 1° Deux points de la figure glissent sur deux courbes d'ordre quelconque.

» 2° Une droite glisse sur une courbe, et un point de cette droite sur une autre courbe.

» 3° Un côté de l'angle glisse sur une courbe, et un point de son autre côté glisse sur une autre courbe.

» 4° Les deux côtés d'un angle glissent sur deux courbes de classe quelconque.

» 5° Enfin un point a d'une droite glisse sur une courbe, et la droite tourne autour de ce point de manière à être toujours oblique à la courbe sous un angle constant, en ce point a. »

Ces cinq hypothèses correspondent aux cinq divisions du travail.

FAYE. — *Note accompagnant la présentation d'une Notice autographiée sur la méthode des moindres carrés.*

Ce travail constitue une défense extrêmement judicieuse de la méthode des moindres carrés, qui avait été attaquée récemment devant l'Académie. M. Faye montre particulièrement comment la méthode des moindres carrés ne doit pas être tenue responsable des erreurs commises dans l'évaluation de la parallaxe solaire.

MÉRAY (Ch.). — *Sur l'existence des intégrales d'un système quelconque d'équations différentielles, comprenant comme cas très-restreint les équations dites aux dérivées partielles.*

Nous ne voyons pas ce qu'il peut y avoir de plus général qu'un système d'équations aux dérivées partielles : la Note de l'auteur est malheureusement trop concise.

N° 7. Séance du 15 février 1875.

BOUQUET DE LA GRYE adresse de San-Francisco un télégramme concernant l'observation du passage de Vénus.

MÉRAY (Ch.) adresse à l'Académie une rectification à la Note communiquée dans la séance du 8 février dernier.

N° 8. Séance du 22 février 1875.

MOUCHEZ. — *Dépêche relative à l'observation du passage de Vénus.*

MATHEMATISCHE ANNALEN, herausgegeben von A. CLEBSCH und C. NEUMANN [1].

T. V; 1872.

CLEBSCH (A.). — *Sur les surfaces réglées de genre* $p = 0$. (26 p.)

Parmi les surfaces réglées, les seules qui puissent être représentées d'une manière uniforme sur un plan sont celles pour lesquelles le genre d'une section plane est égal à zéro, comme cela a été

---

[1] Voir *Bulletin*, t. III, p. 327.

démontré par M. Schwarz dans le *Journal de Borchardt*, t. 67, p. 23. Différentes espèces de ces surfaces ont été étudiées par M. Cremona (¹), par M. Nöther (²), et par M. Clebsch lui-même (³). Dans le travail actuel, l'illustre et regretté géomètre montre comment on peut réaliser l'application de ces surfaces sur le plan et comment on obtient en même temps et certaines propriétés de ces surfaces et un moyen très-simple de les classer.

Marcks (L.). — *Détermination de l'ordre et de la classe de la surface des centres de courbure d'une surface du* $n^{\text{ième}}$ *ordre.* (3 p.)

Dans ce travail, publié après la mort de l'auteur, mais datant de 1870, se trouvent établis les mêmes nombres que dans le travail de M. Darboux, paru aux *Comptes rendus* (1870, 1^{er} semestre).

Eckardt (F.-E.). — *Contribution à la Géométrie analytique de l'espace, en particulier à la théorie des surfaces du troisième degré à quatre points doubles et des surfaces de Steiner, ainsi que des courbes gauches d'ordre quelconque.* (20 p.)

Le travail actuel est un extrait d'un Mémoire écrit en 1867 et 1868, et publié en 1869, sous le titre précédent, dans le programme de 1869 de la *Realschule* de Reichenbach. Dans ce travail, l'auteur avait étudié une transformation des points de l'espace, dont la théorie a acquis un grand intérêt dans ces derniers temps, et qu'on peut définir de la manière suivante. En désignant par α, β, γ, δ les coordonnées tétraédriques d'un point M, on lui fait correspondre le point M′ dont les coordonnées sont $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}, \frac{1}{\delta}$. Alors à un plan quelconque correspond une surface du troisième ordre, ayant pour points doubles les sommets du tétraèdre et qui est la polaire réciproque de la surface de Steiner. C'est par cette voie que M. Eckardt étudie les propriétés de ces surfaces si remarquables.

Schröter (H.). — *Sur une courbe particulière du troisième ordre et sur un mode simple de génération de la courbe générale du troisième ordre.* (32 p.)

On sait depuis longtemps que le lieu des foyers des coniques

(¹) *Annali di Matematica*, 2ᵉ série, t. I.

(²) *Mathematische Annalen*, t. III, p. 194.

(³) *Mathematische Annalen*, t. II, p. 445, et *Journal de Crelle*, t. LXVII, p. 17.

inscrites dans un quadrilatère est une courbe du troisième ordre, passant par les deux points à l'infini sur le cercle et possédant de nombreuses propriétés. C'est ce lieu géométrique dont l'auteur aborde l'étude par une méthode élégante. L'importance qu'il lui attribue se justifie du reste par ce fait, qu'une transformation homographique du lieu en fait la courbe la plus générale du troisième ordre.

Le lieu géométrique est d'abord caractérisé par cette propriété, que, si d'un point M de ce lieu on mène des tangentes à toutes les coniques inscrites dans le quadrilatère, les deux droites qui, d'après le théorème de Desargues-Sturm, divisent harmoniquement tous ces couples de tangentes, sont rectangulaires. En outre, comme dans chaque conique les foyers vont par couples, l'auteur appelle *conjugués* les deux points qui sont les foyers d'une même conique, et il établit les théorèmes suivants :

« Si AB, A′B′ sont deux couples de points conjugués, les deux autres sommets du quadrilatère complet ABA′B′ sont des points de la courbe et y sont conjugués. Toutes les coniques inscrites dans le quadrilatère ABA′B′ auront leurs foyers sur la courbe.

» Dans tout quadrilatère complet dont les trois couples de sommets opposés sont des points conjugués du lieu, les diagonales forment un triangle dont les pieds des hauteurs appartiennent au lieu.

» Les tangentes à la courbe en deux points conjugués se coupent sur la courbe.

» Les points à l'infini sur le cercle appartiennent à la courbe et peuvent y être considérés comme deux points conjugués.

» La courbe peut être considérée comme le lieu des points de concours des tangentes communes à une conique fixe et à une série de coniques homofocales. »

La seconde Partie du Mémoire est consacrée à l'étude d'une construction de la courbe générale du troisième ordre, déduite des considérations qui précèdent.

Durège (H.). — *Sur la courbe du troisième ordre qui est le lieu géométrique des foyers d'une série de coniques.* (12 p.)

Cet article, en même temps que plusieurs remarques intéressantes sur la courbe qui fait l'objet du Mémoire précédent, contient un mode simple de construction géométrique de cette courbe.

GORDAN (P.). — *Sur les combinants.* (28 p.)

Dans plusieurs Mémoires antérieurs, l'auteur a montré que les invariants simultanés d'un système de formes binaires forment un système limité, c'est-à-dire qu'ils peuvent s'exprimer en fonction entière d'un nombre limité d'entre eux. Il se propose de rechercher si dans cet ensemble on ne peut pas en séparer quelques-uns, jouissant de propriétés communes et formant à eux seuls un système complet, et il établit qu'il existe en effet un tel système dans le cas où les formes fondamentales sont toutes du même degré. C'est celui qui est formé des *combinants,* c'est-à-dire des formes covariantes qui se reproduisent, multipliées par un facteur constant, quand on remplace les formes primitives par des combinaisons de ces formes. Comme exemple, il donne les combinants pour les formes binaires quadratiques et cubiques. Un des théorèmes obtenus est très-simple : Tous les combinants de trois formes binaires f, φ, ψ sont des formes covariantes d'une autre forme dont la loi de formation est immédiate.

CANTOR (G.). — *Sur la généralisation d'un théorème de la théorie des séries trigonométriques.* (10 p.)

CANTOR (G.). — *Note sur l'Algèbre.* (2 p.)

L'auteur démontre ce théorème : « Si w_1, w_2, ..., w_n sont des grandeurs données différentes les unes des autres, on peut déterminer n nombres entiers x_1, x_2, ..., x_n tels, que l'expression

$$x_1 w_1 + x_2 w_2 + \ldots + x_n w_n$$

prenne des valeurs différentes pour toutes les permutations que l'on peut faire subir à w_1, w_2, ..., w_n. »

MEHLER (F.-G.). — *De la représentation d'une fonction arbitraire de deux variables par les fonctions de Bessel.* (10 p.)

MEHLER (F.-G.). — *Sur les expressions intégrales de Dirichlet pour la fonction sphérique* $P^n(\cos\theta)$, *et sur des expressions analogues pour les fonctions de Bessel* $J(x)$. (4 p.)

LIE (S.). — *Sur les complexes, en particulier sur les complexes de lignes et de sphères, avec une application à la théorie des équations aux dérivées partielles.* (112 p.)

Les notions importantes contenues dans ce travail ne sont pas malheureusement d'une analyse bien facile. Sa lecture exige des connaissances profondes en Géométrie analytique et en particulier dans la théorie des complexes; aussi nous attacherons-nous surtout au point de départ. La théorie tout entière de la méthode des polaires réciproques repose sur la considération d'une équation

$$(ax + by + c)\,X + (a'x + b'y + c')\,Y + a''x + b''y + c'' = 0.$$

Si l'on y regarde (x, y), (X, Y) comme les coordonnées de deux points correspondants, quand l'un (x, y) sera donné, l'autre sera assujetti à décrire une droite qu'on pourra considérer comme correspondante au point (x, y); et réciproquement, si le point (X, Y) est donné, le point (x, y) décrira une droite correspondante à (X, Y). Plücker a généralisé ce mode de correspondance en substituant à l'équation précédente une équation de forme quelconque

$$f(x, y, X, Y) = 0. \tag{1}$$

Alors à tout point m (x, y) correspondent tous ceux d'une courbe (C), à tout point M (X, Y) tous ceux d'une courbe (c). Si l'un des points (m) décrit une courbe (s), les courbes C correspondantes enveloppent une courbe (S), et il est facile d'établir que la relation entre les courbes (c), (C) est réciproque, c'est-à-dire que, si le point M décrit la courbe (S), les courbes (c) correspondantes enveloppent la courbe (s).

M. Lie étend à son tour cette remarque de Plücker en considérant dans l'espace une méthode de transformation définie par deux équations :

$$\left\{\begin{aligned} f(x, y, z;\ X, Y, Z) &= 0,\\ f_1(x, y, z;\ X, Y, Z) &= 0,\end{aligned}\right. \tag{2}$$

de telle manière qu'à un point de l'une des figures correspondent dans l'autre tous les points d'une courbe.

Une propriété particulière de ce mode de transformation le conduit (§ 5) à traiter la question suivante :

« Trouver toutes les méthodes de transformation par lesquelles une équation aux dérivées partielles du premier ordre se transforme en une équation semblable du même ordre. »

On connaissait déjà des transformations de ce genre, d'abord celle de Legendre, quelques autres données par Ampère. M. P. du

Bois-Reymond s'était proposé la même question, mais il avait négligé un cas, celui qu'on déduit des formules (2). La solution complète se trouve dans le travail de M. Lie.

La deuxième Section du travail est consacrée à l'étude d'une méthode de transformation dont nous avons déjà parlé (*Bulletin*, t. III, p. 365), et par laquelle les lignes droites de l'une des figures se transforment en sphères de l'autre. Comme résultats nouveaux à ajouter à ceux que nous avons déjà signalés, nous indiquerons cette remarque, que toutes les transformations du genre de celles qui précèdent, pour lesquelles les lignes de courbure se transforment en lignes de courbure, se réduisent au passage d'une surface à la surface parallèle, suivi d'une transformation par rayons vecteurs réciproques.

La troisième Section est consacrée aux équations aux dérivées partielles entre trois variables. L'auteur examine les équations du premier ordre dont les caractéristiques sont des lignes asymptotiques, celles dont les caractéristiques sont des lignes de courbure, celles dont les caractéristiques sont des lignes géodésiques, enfin quelques équations aux dérivées partielles du second ordre; il recherche en particulier dans quel cas elles admettent des intégrales intermédiaires.

La quatrième Section traite de la théorie des complexes de lignes. Le problème principal qui y est traité consiste dans l'intégration de l'équation aux dérivées partielles du premier ordre des surfaces dont les caractéristiques admettent pour tangentes les droites d'un complexe du second ordre.

Klein (F.). — *Sur la géométrie de la droite et des relations métriques*. (22 p.)

Klein (F.). — *Sur certaines équations différentielles qui se présentent dans l'étude de la ligne droite*. (31 p.)

Ces deux travaux sont dans des rapports étroits avec le précédent. Dans le premier, l'auteur traite de la théorie des systèmes analogues dans la géométrie de la ligne droite aux systèmes orthogonaux dans celle du point, et il y donne un théorème analogue au célèbre théorème de Dupin, en ce sens qu'il conduit à la détermination des lignes asymptotiques comme celui-ci conduit à celle des lignes de courbure. Dans le second travail, nous citerons, entre autres résultats, des intégrations nombreuses faites par l'emploi du système des coordonnées elliptiques de la ligne droite, en particulier l'intégration d'une équation du premier ordre contenant des constantes arbitraires, et dont il a été question plus haut.

Enneper (A.). — *Remarque sur l'enveloppe d'une surface.* (6 p.)

Pour la surface enveloppe et l'enveloppe, les sommes des rayons de courbure, diminuées du rayon de courbure de la section normale passant par la tangente à la caractéristique, sont entre elles comme les produits du rayon de courbure.

König (J.). — *Sur la représentation des fonctions par des séries infinies.* (30 p.)

L'auteur se propose de donner une théorie générale du développement en série ordonnée suivant des fonctions quelconques, et par conséquent d'étudier d'une manière générale des développements, tels que ceux suivant les puissances, les fonctions X_n, les fonctions de Bessel, qu'on examine par des méthodes n'ayant entre elles aucune analogie.

Gordan (P.). — *Du pentaèdre des surfaces du troisième ordre.* (37 p.)

M. Sylvester (*Cambr. and Dubl. Math. Journal*, t. VI, 1851) a, le premier, énoncé, quoique sans démonstration, les propriétés de ce pentaèdre dont les sommets sont les points doubles de la surface hessienne et qui conduit à cette propriété, qu'on peut obtenir l'équation de la surface en égalant à zéro la somme de cinq cubes. En 1856 (*Journal de Crelle*, t. 53), Steiner a de nouveau développé les propriétés de ce pentaèdre dans un article consacré aux surfaces du troisième ordre. Depuis, MM. Salmon, Clebsch, Cremona, Sturm ont étudié, dans leurs publications sur les surfaces du troisième degré, les propriétés remarquables de ce groupe de cinq plans. Dans ce travail, M. Gordan complète à plusieurs égards les résultats connus, et il obtient en particulier le covariant du cinquième degré par rapport aux variables, du quinzième par rapport aux coefficients, qui, égalé à zéro, représente les faces du pentaèdre.

Brill (A.). — *Sur l'élimination entre certains systèmes d'équations.* (22 p.)

L'auteur s'occupe d'un système remarquable d'équations, déjà considéré par MM. S. Roberts (*Journal de Borchardt*, t. 67) et Salmon (*Lessons introductory to the higher Algebra*, 2e éd., p. 229). Si l'on considère un système linéaire formé avec des éléments en nombre q dans chaque ligne et k dans chaque colonne, où $q > k$, les équations qu'on obtient en égalant à zéro tous les déterminants formés avec k colonnes prises au hasard ne sont pas toutes distinctes; elles n'établissent au fond que $q - k + 1$ relations entre les inconnues. Ce qui constitue la difficulté de ce genre de questions, c'est que, si l'on abandonne quelques-unes de ces équations, on introduit par cela même des solutions étrangères. Ainsi, avec le système linéaire

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \end{vmatrix},$$

on peut former les trois équations

$$ab' - ba' = 0, \quad ac' - ca' = 0, \quad bc' - cb' = 0,$$

équivalant à deux seulement; mais, si l'on abandonne la dernière, par exemple, on introduit la solution étrangère

$$a = 0', \quad a' = 0.$$

M. Brill étudie des systèmes d'équations de ce genre, en se plaçant à un point de vue nouveau et tenant compte du degré de chaque inconnue.

Le Mémoire se termine par quelques applications à la Géométrie.

Du Bois-Reymond (P.). — *Sommation de la série ayant pour terme général* $\frac{p \sin pu}{h^2 + p^2}$. (1 p.)

Brill (A.). — *Note sur l'équation des surfaces applicables sur un plan.* (3 p.)

Supposons que les coordonnées d'un point de la surface soient exprimées en fonction rationnelle de deux paramètres. Il faudra éliminer ces deux paramètres pour obtenir l'équation de la surface. C'est sur cette question que l'auteur présente quelques développements, et il applique sa méthode à la surface de Steiner.

Drach (v.). — *Sur le pentagone complet et quelques coniques qu'il détermine.* (14 p.)

L'auteur étudie des questions analogues à celles qu'on peut se proposer sur les soixante hexagones formés avec six points d'une conique, et qui ont du reste des rapports étroits avec cette théorie des hexagones de Pascal.

Clebsch (A.). — *Sur une représentation plane de la surface du premier ordre.* (3 p.)

On choisit, parmi les vingt-sept droites de la surface, une quelconque B et deux autres A, C, qui ne coupent pas la première. Comme plan de projection, on choisit un plan quelconque passant en B, et l'on projette un point de la surface par un rayon qui rencontre A et C; les images des sections planes sont des courbes du troisième ordre.

Clebsch (A.). — *Sur deux modes de génération des courbes planes du troisième ordre.* (5 p.)

La première de ces générations est celle que M. Schröter a déduite de ses études sur le lieu géométrique des foyers des coniques inscrites à un quadrilatère (*voir* plus haut). Clebsch la rattache à des études antérieures de M. Hesse.

Dans la seconde partie de l'article, Clebsch s'occupe d'un mode de génération extrêmement curieux, que l'on doit à Grassmann. Si un point x se meut de telle manière que les droites qui le joignent à trois points fixes a, b, c aillent couper trois droites fixes α, β, γ en trois points en ligne droite, le point x décrira une courbe du troisième ordre, qui passera par les points a, b, c, par les sommets a'', b'', c'' du triangle formé par les droites α, β, γ, et enfin dans les points a', b', c' où les droites α, β, γ sont coupées respectivement par les côtés bc, ca, ab du triangle abc. Clebsch examine comment on peut décrire une courbe du troisième degré de cette manière, et il prouve qu'étant donnés arbitrairement les trois points a', b', c', il y aura douze manières de réaliser la génération par la méthode de Grassmann.

Clebsch (A.). — *Sur un problème fondamental de la théorie des invariants.* (6 p.)

Cet article est un résumé des recherches sur la même question publiées dans le tome XVII des *Mémoires de la Société de Göttingue.* Les découvertes de Plücker dans la théorie des complexes ont conduit à la considération de nouveaux systèmes de coordonnées propres à la ligne droite; il a fallu ajouter aux coordonnées ordinaires ou ponctuelles déterminant des points, aux coordonnées tangentielles déterminant des plans, des coordonnées propres à représenter une ligne droite; mais on a rencontré ici un fait curieux : une ligne droite est définie par six coordonnées homogènes liées par une relation du second degré ([1]); par conséquent, pour nous limiter au cas de trois dimensions, l'ancienne théorie, qui ne comprenait que les formes contenant à la fois des coordonnées ordinaires et des coordonnées tangentielles, est devenue insuffisante, et le même fait se présente *a fortiori* quand on considère un plus grand nombre de variables indépendantes.

Ainsi, dans le cas de l'espace, aux covariants purs, aux formes adjointes ou contrevariantes et aux formes mixtes, il faudra joindre d'autres groupes de formes, par exemple celles qui, égalées à zéro, représentent un complexe de droites.

Clebsch (A.). — *Sur les surfaces complexes et les surfaces des singularités des complexes.* (7 p.)

Gundelfinger. — *Sur les points d'inflexion d'une courbe de troisième ordre.* (6 p.)

L'auteur s'occupe, par les méthodes de l'Algèbre moderne, de la réduction d'une forme cubique à la forme

$$f = a(X_1^3 + X_2^3 + X_3^3) + 6bX_1X_2X_3.$$

Mayer (A.). — *Sur les systèmes complétement intégrables d'équations différentielles linéaires totales, et sur l'intégration simultanée des équations linéaires aux dérivées partielles.* (21 p.)

Ce travail contient une nouvelle méthode d'intégration de ces systèmes d'équations linéaires aux dérivées partielles auxquelles Jacobi a ramené l'intégration de toutes les équations du premier ordre et Clebsch celle du problème de Pfaff. Ces systèmes de Jacobi peuvent toujours se réduire à la forme

$$(\alpha) \qquad A_1(f) = 0, \quad A_2(f) = 0, \ldots, \quad A_{m-1}(f) = 0,$$

([1]) D'un autre côté, l'étude des cyclides a conduit à la considération de systèmes du même genre.

où l'on a généralement

$$A_i(f) = \frac{\partial f}{\partial x_i} + a_m^i \frac{\partial f}{\partial x_m} + a_{m+1}^i \frac{\partial f}{\partial x_{m+1}} + \ldots + a_n^i \frac{\partial f}{\partial x_n}$$

et où les coefficients a_λ^k sont des fonctions de $x_1, x_2, \ldots, x_n$, telles que l'on ait identiquement

$$(\beta) \qquad A_h[A_i(f)] = A_i[A_h(f)].$$

L'auteur montre que la détermination de toutes les solutions communes des équations (α) dépend de l'intégration complète d'un système unique de $n - m + 1$ équations différentielles ordinaires et que, pour obtenir une solution commune des équations, il suffit de connaître une seule intégrale quelconque de ces équations différentielles ordinaires. Par l'application de ce dernier théorème à la méthode de Jacobi, il résulte que la solution complète d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre à n variables indépendantes, dans laquelle ne figure pas la fonction inconnue, n'exige que la recherche d'une intégrale de différents systèmes de

$$2n-2, \quad 2n-4, \ldots, \quad 4, \quad 2$$

équations différentielles ordinaires.

De même, si l'on applique le théorème à ces systèmes d'équations linéaires auxquels Clebsch a ramené l'intégration de l'équation différentielle totale

$$X_1 dx_1 + X_2 dx_2 + \ldots + X_{2n} dx_{2n} = 0,$$

il suffit, pour la solution complète du problème, de trouver une intégrale de différents systèmes de

$$2n-1, \quad 2n-3, \ldots, \quad 3, \quad 1$$

équations différentielles ordinaires.

Le point de départ du travail consiste dans la remarque que, de toute solution commune des $m - 1$ équations différentielles partielles (α) résulte, si l'on égale cette solution à une constante, une intégrale du système des $n - m + 1$ équations aux différentielles totales

$$(\gamma) \quad dx_k = a_k^1 dx_1 + a_k^2 dx_2 + \ldots + a_k^{m-1} dx_{m-1}, \quad (k = m, m+1, \ldots, n),$$

et inversement : cette remarque ne suppose pas d'ailleurs que les identités (β) soient satisfaites. On considère donc, à la place des équations aux dérivées partielles (α), les équations aux différentielles totales (γ) et l'on établit que, en supposant les identités (β), le système (γ) est complétement intégrable, c'est-à-dire qu'il admet autant d'intégrales que d'équations. Pour la recherche de ces intégrales, il semble nécessaire d'intégrer complétement $m - 1$ systèmes de $n - m + 1$ équations différentielles ordinaires. Par l'application d'une remarque due à M. du Bois-Reymond (*Journal de Borchardt*, t. 70), on peut ramener l'intégration des équations (γ) et, par suite, des équations (α) à l'intégration complète d'un seul système de $n - m + 1$ équations différentielles ordinaires.

Von der Mühll. — *Sur la réflexion et la réfraction de la lumière à la surface des milieux non cristallisés.* (90 p.)

La grande difficulté de cette question réside dans les conditions aux limites à établir à la surface de séparation des deux milieux. Le principe de continuité exige que les trois composantes des vibrations et celles de la pression moléculaire soient les mêmes des deux côtés de la surface. On ne peut satisfaire à ces conditions d'une manière rigoureuse qu'en supposant qu'à une onde transversale incidente correspondent deux ondes réfléchies et deux ondes réfractées, ce qui est contraire à l'expérience. Fresnel et Neumann ont employé ce principe seulement d'une manière incomplète, en ajoutant l'équation des forces vives qui, dans une théorie rigoureuse, devrait servir de vérification. Fresnel a supposé que la densité de l'éther dans les différents milieux est en raison inverse du carré de la longueur d'onde; Neumann et Mac Cullagh supposent, au contraire, la densité partout la même et l'élasticité différente.

Cauchy a ensuite essayé d'établir une théorie de la réflexion et de la réfraction d'après les principes de la Mécanique. Il a remplacé la condition que les trois composantes de la pression moléculaire soient les mêmes de part et d'autre de la surface de séparation, par la condition que cette égalité subsiste pour les quotients différentiels des trois déplacements pris suivant la normale; en second lieu, le carré de la vitesse de propagation a été supposé négatif pour les ondes longitudinales. MM. A. von Ettingshausen, Beer, Eisenlohr et Briot ont ensuite repris et développé beaucoup cette théorie. L'auteur établit que les suppositions faites soit implicitement, soit explicitement par Cauchy, sont contradictoires, et il propose, pour remplacer cette théorie, de nouvelles hypothèses qu'il soumet au calcul. Il admet, comme Neumann, que l'éther est incompressible sous l'action des forces que produisent les phénomènes lumineux. La densité peut être différente dans différents milieux. Alors les équations de l'élasticité contiennent une fonction inconnue multipliée par la densité. Une dernière équation est rendue nécessaire, elle est donnée par la condition d'incompressibilité. Les résultats qu'il obtient ainsi ne sont pas d'accord avec l'expérience : au lieu donc de considérer deux milieux homogènes brusquement séparés par une surface, il admet que la densité et l'élasticité varient d'une manière continue dans le voisinage de la surface de séparation, et il reprend dans cette nouvelle hypothèse l'examen de cette difficile question.

Zolotareff (G.). — *Sur la méthode d'intégration de M. Tchebychef.* (20 p.; fr.)

Il s'agit de la différentielle

$$\frac{(x+\mathrm{A})\,dx}{\sqrt{x^4+\alpha x^3+\beta x^2+\gamma x+\delta}},$$

où α, β, γ, δ désignent des nombres rationnels. M. Tchebychef a indiqué dans quel cas cette intégrale est exprimable en termes finis et comment on peut alors la trouver [1]. C'est l'examen de cette intéressante question que l'auteur reprend par une méthode qui lui appartient.

Korkine (A.) et Zolotareff (G.). — *Sur les formes quadratiques positives quaternaires.* (3 p.; fr.)

Les auteurs démontrent que l'on peut assigner aux variables de toute forme de ce genre de déterminant — D des valeurs entières, telles que la forme ne surpasse point $\sqrt[4]{4\mathrm{D}}$, et il existe de telles formes dont les minima sont égaux à $\sqrt[4]{4\mathrm{D}}$.

Sylow (L.). — *Théorèmes sur les groupes de substitutions.* (11 p.; fr.)

---

[1] Voir *Journal de Liouville*, 1864, 2e série, t. IX, p. 225.

L'auteur établit que : « Si l'ordre d'un groupe est divisible par n^α, n étant un nombre premier, le groupe contient un faisceau partiel d'ordre n^α », et il donne plusieurs conséquences de ce théorème.

GORDAN (P.). — *Sur les invariants simultanés des formes binaires.* (7 p.)

Cet article contient une démonstration nouvelle, susceptible d'extension aux formes ternaires, de la belle proposition que l'auteur a fait connaître, et d'après laquelle le nombre des invariants ou covariants est limité.

NEUMANN (C.). — *Sur les lois élémentaires des forces d'origine électrodynamique.* (21 p.)

Étude sur les principes de l'Électrodynamique, où l'auteur se propose de déduire de quelques expériences les lois de cette science, sans entrer dans l'étude de la mécanique intérieure du courant électrique.

CAYLEY (A.). — *Sur un théorème sur les covariants.* (5 p.; angl.)

Examen d'une proposition subsidiaire de la théorie des formes binaires de Clebsch.

CAYLEY (A.). — *Sur la Géométrie non euclidienne.* (3 p.; angl.)

L'illustre géomètre établit quelques formules relatives aux notions généralisées d'angles et de distances, en prenant pour conique absolue un cercle réel et supposant les points à l'intérieur.

NOETHER (M.). — *Sur la théorie des transformations birationnelles.* (5 p.)

L'auteur complète la démonstration de cette proposition, que des transformations de ce genre équivalent à une suite de transformations quadratiques.

ERMAKOFF (W.). — *Sur les fonctions de Bessel.* (1 p.)