Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 8 (1875), p. 259-272

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1875__8__259_1>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

BULLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E DI STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE, pubblicato da B. BONCOMPAGNI. — In-4° (1).

T. VII; 1874.

QUERCIA (M.). — *Sur la vie et les travaux scientifiques de* William-John-Macquorn Rankine (2). (61 p.)

W.-J.-M. Rankine, ingénieur et professeur de Mécanique appliquée à l'Université de Glasgow, naquit à Édimbourg, le 5 juillet 1820. Il montra de bonne heure les talents qui, depuis, l'ont rendu illustre. Dès l'âge de seize ans, étant encore au collége, il obtint une médaille pour une dissertation « Sur la théorie ondulatoire de

(1) Voir *Bulletin*, t. VII, p. 120.

(2) Lu à l'*Athénée vénitien* les 6 et 13 février 1873.

la lumière », et, deux ans après, un prix extraordinaire pour une autre dissertation « Sur les méthodes de recherche en Physique ». Ayant terminé ses études à l'Université d'Édimbourg, Rankine embrassa la profession d'ingénieur, qu'il exerça d'abord sous la direction de sir John Mac-Neil, puis seul ou en collaboration avec M. J. Thomson, jusqu'en 1855. Il fut nommé, en 1849, membre de la Société Royale d'Édimbourg, qui, cinq ans plus tard, l'honora d'une médaille pour ses recherches profondes et originales sur la Thermodynamique. Nommé, en 1855, professeur de Mécanique et de Constructions civiles à l'Université de Glasgow, il conserva cette chaire, qu'il a rendue si célèbre, jusqu'à sa fin prématurée, le 24 décembre 1872.

M. Quercia donne une analyse détaillée des nombreux et importants travaux de Rankine, relatifs soit à la Thermodynamique, soit aux Constructions navales. Les premiers surtout ont réalisé de notables progrès, tant dans la Thermomécanique générale que dans la théorie des machines thermiques. Voici la liste des principaux :

On the mechanical Action of Heat. (*Transactions of the Royal Society of Edinburgh,* t. XX, 1853.)

Note on the dynamical Equivalent of Temperature in liquid Water and the specific Heat of atmospheric Air und Steam. (*Ibid.*)

On the Economy of Heat in expansive Machines. (*Ibid.*)

On the centrifugal Theory of Elasticity and its Connection with the Theory of Heat. (*Ibid.*)

On the centrifugal Theory of Elasticity, as applied to Gases and Vapours. (*Philosophical Magazine,* t. II, 1851.)

On the geometrical Representation of the expansive Action of Heat, and the Theory of thermodynamic Engines. (*Philosoph. Transact. of the R. Soc. of London,* 1854.)

On the thermodynamic Theory of Steam-Engines with dry saturated Steam, and its Applications to Practice. (*Ibid.,* 1860.)

A Manual of applied Mechanics. London-Glasgow, 1858.

A Manual of the Steam-Engine and other prime Movers. London, 1859 et 1861.

A Manual of civil Engineering. London, 1862, 1865, 1867 et 1871.

Bierens de Haan (D.). — *Notice sur quelques quadrateurs du cercle dans les Pays-Bas.* (42 p.; fr.)

Les tentatives pour la réalisation de la quadrature du cercle, bien que n'atteignant pas la solution désirée, ont provoqué parfois des travaux importants, dus aux savants qui cherchaient à réfuter les erreurs des quadrateurs [1], et sont devenues ainsi le point de départ d'un certain mouvement scientifique. Ce fait s'est produit particulièrement en Hollande, vers la fin du XVI^e siècle.

Simon van der Eycke (du Chesne, a Quercu), né à Dôle et réfugié en Hollande, publia en 1584 un Opuscule intitulé : *Quadrature du cercle ou maniere de trouver un quarré egual au cercle donné*, etc., dans lequel il essaye de prouver que le rapport de la circonférence au diamètre est commensurable et égal à la fraction $\frac{1521}{484} = \left(\frac{39}{21}\right)^2$. Cet Opuscule a donné lieu à divers travaux intéressants des mathématiciens de l'époque, entrepris en vue de réfuter ce résultat, et ces travaux ont conduit à diverses valeurs approchées du rapport en question.

Parmi les réfutateurs de Van der Eycke, nous citerons en première ligne Ludolph van Ceulen, né en 1540 à Hildesheim (Saxe), et mort en 1610 à Leyde. Dans son Ouvrage intitulé : *Van den Circkel*, etc., publié à Delft en 1596, il donne la valeur du nombre π avec 20 décimales exactes, qu'il a calculées à l'aide des polygones de $2^{33} \times 60$ côtés. Dans un autre Ouvrage, *Arithmetische en geometrische Fundamenten*, etc., imprimé après sa mort, on trouve la valeur de π avec 32 décimales exactes, sans détails sur la manière dont il l'a obtenue. Willebrord Snellius, qui a traduit cet Ouvrage en latin, et qui a eu à sa disposition les manuscrits de Van Ceulen, établit que cette valeur a été trouvée au moyen des polygones de 2^{62} côtés. Ce nombre a été gravé sur la tombe de Van Ceulen, dans l'église de Saint-Pierre, à Leyde, où l'on pouvait encore le lire au siècle dernier.

Un autre adversaire de Simon van der Eycke est Adriaan Anthonisz (1527-1607), qui, dans un écrit contre Van der Eycke, indiqua pour la valeur π la fraction $\frac{355}{113}$, connue par les Ouvrages de son fils, Adriaan Adriansz, surnommé Metius. On ignore par quel procédé il y est parvenu.

---

(1) Comparer avec ce qui a lieu de nos jours relativement à la théorie des parallèles.

Un autre quadrateur, vivant à cette époque en Hollande, fut Joseph Scaliger, né à Agen en 1540, mort à Leyde en 1609. Dans un Ouvrage intitulé : *Cyclometrica Elementa duo,* il donne pour π la valeur $\sqrt{10}$. Cet Ouvrage a donné lieu à une vive polémique entre son auteur et Adriaan van Roomen (*Adrianus Romanus*), Van Ceulen, J. Errard et plusieurs autres; mais il n'en est résulté aucun Ouvrage important.

Environ un siècle plus tard, d'autres tentatives furent encore faites en Hollande par Jacob Marcelis, par Daniel Waeywel, qui a trouvé, par la méthode des lunules d'Hippocrate, $\pi = \frac{5288}{1683}$, et par quelques autres; mais ces derniers essais ont porté peu de fruits.

Catalan (E.). — *Sur une inscription gravée sur la tombe de Ludolph van Ceulen.* (4 p.; fr.)

Martin (Th.-H.). — *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum Commentarii, ex recognitione Godofredi Friedlein* (¹). (7 p.; fr.)

Analyse de l'édition, donnée par M. Friedlein, du texte grec de cet Ouvrage, si important pour l'histoire des Mathématiques, et devenu fort rare.

Boncompagni (B.). — *Au sujet du Commentaire de Proclus sur le premier Livre des Éléments d'Euclide.* (14 p.)

Description des diverses éditions de cet Ouvrage :

1° Édition grecque, publiée à Bâle en 1533.
2° Traduction latine par Francesco Barozzi (Baroccius). Padoue, 1560.
3° Traduction anglaise par Thomas Taylor. Londres, 1788.
4° Traduction latine par Bartolomeo Zamberti, inédite.

Günther (S.), traduit par A. Sparagna. — *Histoire du développement de la théorie des fractions continues jusqu'à Euler.* (42 p.)

Voici en quelques mots le résumé de cet intéressant Mémoire :

Les auteurs grecs ne nous ont laissé aucune trace de la théorie des fractions continues; cependant il est probable que leur Arithmétique pratique était plus avancée qu'on ne le croit. On peut être

(¹) Leipzig, Teubner; 1 vol. in-12, VIII-507 p.

amené à l'emploi des fractions continues : 1° par l'extraction des racines carrées des nombres non carrés; 2° par la recherche de la commune mesure de deux quantités. Or la règle donnée par Théon pour l'extraction de la racine carrée, traduite en notations modernes, n'est autre chose que la formule connue

$$\sqrt{a^2+b} = a + \cfrac{b}{2a + \cfrac{b}{2a + \ldots}}$$

Encke a remarqué aussi une singulière coïncidence entre les périodes cycliques des Anciens et les valeurs approchées de la fraction continue qui représente le rapport du mois lunaire à l'année tropique. On pourrait en conclure que les Anciens étaient en possession d'une méthode équivalente à nos fractions continues.

Woepcke, dans ses recherches sur l'histoire des Sciences chez les Orientaux, nous montre un mathématicien arabe, Alkaçâdî (mort vers 1486), employant pour l'extraction de la racine carrée une méthode analogue à celle de Théon, mais plus précise, qui conduit aux fractions continues. Enfin les fractions continues ascendantes étaient connues des Arabes, comme Hankel l'a fait voir (1).

Le géomètre indien Bhâskara-Âchârya, dans un Traité d'Algèbre traduit par Colebrooke, donne une solution de l'équation indéterminée $y = \frac{ax+b}{c}$, à l'aide d'une méthode analogue à celle qu'a découverte Bachet de Méziriac. Cette méthode semble contenir implicitement un principe important, que l'on peut traduire par la relation

$$p_n q_{n-1} - p_{n-1} q_n = (-1)^{n-1},$$

$\frac{p_n}{q_n}$, $\frac{p_{n-1}}{q_{n-1}}$ étant deux fractions convergentes consécutives.

Le premier emploi explicite des fractions continues a été fait au XVII^e siècle par Cataldi, qui a indiqué quelques-unes de leurs applications, et qui a observé que la vraie valeur d'une fraction continue est comprise entre deux réduites consécutives.

(1) *Bullettino di Bibliografia*, etc., t. V, p. 371. Voir *Bulletin*, t. VI, p. 254.

Les véritables principes de la théorie de ces fractions ont été posés par Wallis, à qui l'on doit : 1° la démonstration de l'identité des fractions continues avec des produits infinis ; 2° le théorème que, si $\frac{p}{q}$, $\frac{p'}{q'}$, $\frac{p''}{q''}$ sont trois valeurs approchées consécutives d'une fraction $\frac{A}{B}$, et a, b les deux termes du quotient partiel correspondant à $\frac{p''}{q''}$, on a

$$\frac{p''}{q''}=\frac{ap'+bp}{aq'+bq},\quad \frac{p}{q}\gtrless\frac{A}{B}\gtrless\frac{p'}{q'};$$

3° le développement des fractions convergentes secondaires.

Enfin Saunderson a étendu et complété les propriétés fondamentales de ces fractions.

Woepcke (F.). — *Sur une méthode pour la détermination approximative des irrationnelles du second degré.* (8 p.; fr.)

Extrait d'une Lettre à D. B. Boncompagni, du 5 décembre 1861; suivi de Notes par D. B. Boncompagni.

Martin (Th.-H.). — *Sur l'époque et l'auteur du prétendu XV[e] Livre des Éléments d'Euclide.* (4 p.; fr.)

Dans un Mémoire intitulé : *De Hypsicle mathematico* (¹), M. Friedlein refuse à Hypsiclès la paternité du XV[e] Livre des *Éléments*, et attribue cette composition à un auteur vivant au IV[e] ou au V[e] siècle de notre ère. M. Martin fait remarquer qu'il est probable, sinon certain, que l'auteur du prétendu XV[e] Livre est Damascius, philosophe néoplatonicien du VI[e] siècle après J.-C., élève d'Isidore d'Alexandrie.

Marre (A.). — *Extrait du* Kitâb al mobârek *d'Aboul Wefâ al Djoueïni; transcrit d'après le Ms.* 1912 *du* Supplément arabe *de la Bibliothèque nationale de Paris, et traduit pour la première fois en français.* (12 p.; fr.)

Résolution de quelques problèmes qui, interprétés en langage moderne, conduisent à des équations du premier degré. La traduction est accompagnée du texte arabe.

(¹) *Bullettino di Bibliografia*, etc., t. VI. Voir *Bulletin*, t. VII, p. 125.

Simoni (C.). — *Sur la vie et les travaux de* Andalò di Negro, *mathématicien et astronome génois du* XIV^e *siècle, et d'autres mathématiciens et cosmographes génois.* (26 p.)

Boncompagni (B.). — *Catalogue des travaux de* Andalò di Negro. (40 p.)

Jacoli (F.). — *Sur deux écrits de* Raffael Gualterotti, *Florentin, relatifs à l'apparition d'une nouvelle étoile en l'année* 1604. (29 p.)

L'apparition, en 1604, d'une étoile dans la constellation du Sagittaire donna lieu à une très-vive discussion entre les astronomes de cette époque. M. Jacoli analyse, en en reproduisant les passages les plus importants, deux Opuscules de R. Gualterotti [1], astronome et poëte florentin (1543–1639), contemporain et ami de Galilée. Il résulte de cet examen que Gualterotti possédait en Astronomie des connaissances très-avancées pour son époque. Ainsi les passages de Mercure sur le disque solaire lui étaient connus [2], ainsi que les taches du Soleil. Il a observé une nébuleuse avant 1610, et par suite avant que Simon Marius observât la Nébuleuse d'Andromède (1612). Enfin Gualterotti se servait d'un tube pour ses observations d'étoiles, et savait que la trajectoire d'un corps pesant est une parabole (découverte attribuée à Galilée). Il est cependant difficile de savoir si les deux dernières découvertes lui appartiennent, ou s'il les tenait de Galilée, avec lequel il entretenait des relations d'amitié. Dans tous les cas, la date de ces découvertes doit être reportée à l'année 1605.

Gualterotti (R.). — *Lettres inédites.* (10 p.)

Adressées à Galilée et à Sartini.

Favaro (A.). — *Notices historiques sur les fractions continues, depuis le* XIII^e *siècle jusqu'au* XVII^e. (109 p.)

---

(1) Voici les titres de ces Ouvrages :

1. *Discorio di Raffael' Gualterotti, gentilhuomo fiorentino, sopra l'apparizione de la nuova stella, e sopra le tre oscurazioni del Sole e de la Luna nel anno* 1605. Firenze, MDCV.

2. *Scherzi degli spiriti animali, dettati con l'occasione de l'oscurazione de l'anno* 1605. *Da Raffael Gualterotti, gentilhuomo fiorentino, etc.* Firenze, MDCV.

(2) La première observation de ce phénomène est attribuée à Gassendi (1631).

L'auteur fait observer, en premier lieu, que la découverte des fractions continues, attribuée par la plupart des historiens à lord Brouncker et à Wallis, remonte en réalité au XIII^e siècle. Son principal argument est que les méthodes employées pour l'extraction approximative des racines carrées par des savants du XIII^e siècle, tant par les mathématiciens d'Occident, comme Léonard de Pise, que par les mathématiciens arabes, comme Alkaçadi, Beha-Eddin, etc., peuvent se traduire par des formules d'approximation analogues à la suivante :

$$\sqrt{a^2+r} = \left(a+\frac{r}{2a}\right) - \frac{\left(\frac{r}{2a}\right)^2}{2\left(a+\frac{r}{2a}\right)},$$

qui, comme on sait, peut être développée en une fraction continue de la forme

$$a+\cfrac{r}{2a+\cfrac{r}{2a+\cfrac{r}{2a}}}.$$

Cette méthode, développée par Léonard de Pise dans son *Liber Abaci*, se trouve reproduite, avec plus ou moins de changements, dans tous les écrits mathématiques des Italiens du XVI^e siècle. C'est cependant Cataldi qui, le premier, a formulé nettement l'idée de fraction continue.

En même temps que Cataldi, Schwenter (1585-1636), à Nuremberg, fut amené, par un problème de Géométrie, à chercher une valeur approchée du rapport de deux grands nombres, et trouva pour solution des fractions qui ne sont autre chose que les réduites successives de la fraction continue qui représente ce rapport [1].

A la même époque, un troisième mathématicien, Albert Girard

---

(1) Le rapport considéré par Schwenter dans ses *Deliciæ physico-mathematicæ* est $\frac{177}{233}$, et les valeurs approchées obtenues sont

$$\frac{1}{1},\ \frac{3}{4},\ \frac{19}{25},\ \frac{79}{104},$$

(mort en 1633), commentateur de Diophante, donna des valeurs approchées des nombres $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$, $\sqrt{10}$, et, sans prononcer le nom de fractions continues, trouva, pour une des valeurs de $\sqrt{10}$, la fraction $\frac{1039681}{328777}$, qui n'est autre que la 9e réduite de la fraction continue représentant cette racine.

Dans le courant du XVIIe siècle, Wallis fut conduit aux fractions continues en cherchant la solution de ce problème général : « Trouver l'aire d'une courbe représentée par l'équation $y=(a^2-x^2)^n$, n étant un nombre entier autre que -1 ». L'aire du cercle correspondant à $n=\frac{1}{2}$, il s'agissait d'insérer un terme entre les deux premiers termes de la suite $(a^2-x^2)^0$, $(a^2-x^2)^1$, $(a^2-x^2)^2, \ldots$. C'est ainsi qu'il arriva à son expression de π par un produit infini.

Brouncker a probablement été amené à sa découverte par la considération de la série de Leibnitz (1)

$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots.$$

Dans le temps même où Wallis et Brouncker arrivaient à la découverte des fractions continues par des recherches analytiques, Huyghens y était conduit par des considérations d'un autre ordre. En cherchant à représenter mécaniquement les mouvements planétaires, il eut besoin de roues dentées dont les nombres de dents fussent dans le rapport de 2640858 à 77708431, rapport dont les valeurs approchées sont $\frac{1}{29}$, $\frac{7}{206}, \ldots$.

GÜNTHER (S.), traduit par A. SPARAGNA. — *Comparaison de*

---

(1) Euler démontre que, en prenant $\frac{\pi}{4}=1-\alpha$, $\alpha=\frac{1}{3}-\beta$, $\beta=\frac{1}{5}-\gamma, \ldots$, on obtient la fraction de Brouncker

$$\frac{4}{\pi}=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{9}{2+\cfrac{25}{2+\ldots}}}$$

deux méthodes pour la détermination approximative des quantités irrationnelles. (7 p.) ([1]).

Dans le tome XII des *Nouvelles Annales de Mathématiques* (2e série), p. 191, M. le prince Boncompagni a proposé la question suivante : « Soit a_1 une valeur approchée de $\sqrt{n}$, et considérons la suite des nombres

$$a_{k+1} = \frac{1}{2}\left(a_k + \frac{n}{a_k}\right).$$

A quels quotients incomplets de la fraction continue

$$a_1 + \cfrac{r}{2a_1 + \cfrac{r}{2a_1 + \ldots}},$$

qui représente $\sqrt{a_1^2 + r}$, faut-il s'arrêter pour avoir $a_3, a_4, a_5, \ldots$? ou bien comment peut-on démontrer que ces dernières quantités ne sont pas comprises dans les réduites de la fraction continue? »

M. Günther trouve une solution de ce problème, fondée sur ce théorème, que la p^{ieme} valeur approchée de la fraction

$$a + \cfrac{r}{2a + \cfrac{r}{2a + \ldots}}$$

peut se mettre sous la forme

$$\frac{(a+\sqrt{a^2+r})^{p+1} - (a-\sqrt{a^2+r})^{p+1}}{(a+\sqrt{a^2+r})^{p} - (a-\sqrt{a^2+r})^{p}} - a,$$

et il donne une démonstration intéressante de cette proposition.

A. P.

([1]) Extrait des *Sitzungsberichte der physikalisch-medicinischen Societät zu Erlangen*, annee 1873-1874.

VIERTELJAHRSSCHRIFT DER NATURFORSCHENDEN GESELLSCHAFT IN ZÜRICH (¹).

XVIIIᵉ année; 1873.

OTT (Ed.). — *Problème de Mécanique analytique*. (51 p.; 3 pl.)

L'auteur traite, dans ce Mémoire, du mouvement d'un point sur un ellipsoïde, en supposant d'abord que cet ellipsoïde soit de révolution. Il applique les méthodes d'Hamilton et de Jacobi, fondées sur l'emploi des équations de forme canonique et de l'équation aux dérivées partielles de la fonction principale.

Dans la première Partie de son travail, il étudie le mouvement d'un point sur un ellipsoïde de révolution, soit au moyen des équations différentielles ordinaires du mouvement établies par Hamilton, soit à l'aide de l'équation aux dérivées partielles.

Dans la dernière Partie, il étend le problème au cas d'un ellipsoïde à trois axes, et il montre que le mouvement d'un point sur un tel ellipsoïde n'est pas exprimable analytiquement, et que la fonction des forces doit être modifiée pour que l'on puisse réussir à intégrer l'équation aux dérivées partielles. Il a soin, dans ce cas, de modifier la fonction des forces de manière à lui conserver une signification mécanique.

SCHNEEBELI (H.). — *Sur la théorie du choc des corps élastiques*. (8 p.)

Dans ses précédentes recherches sur ce sujet (²), l'auteur n'avait eu pour but que de déterminer les lois *qualitatives* du choc. C'est depuis seulement qu'il a pu, par d'autres moyens (une puissante batterie et une grande résistance des rhéostats), obtenir des résultats *quantitatifs*. Les expériences avec des sphères de métal différent ont été exécutées par des méthodes perfectionnées, mais les mêmes pour le fond que celles qu'il avait précédemment employées. Les résultats nouveaux sont à peu près d'accord avec les anciens, sauf en ce qui est relatif aux expériences sur les corps de masse différente. Pour étendre davantage les limites de variation de la masse,

---

(¹) Voir *Bulletin*, t. VII, p. 34.

(²) Voir *Bulletin*, t. IV, p. 53 et 55.

il a employé un plus grand nombre de corps choquants, en y joignant un corps de masse beaucoup moindre que les autres, ce qui lui a permis de faire varier le rapport des masses dans le rapport de 1 à 14 environ, et de trouver des valeurs indiquant clairement une loi quantitative.

Il étudie théoriquement dans cette Note un cas idéal, celui où la surface choquée serait plane et absolument rigide. Il montre ensuite à quel point les résultats de l'expérience, relatifs au cas plus compliqué des corps réels, s'accordent avec les résultats de la théorie.

Mousson. — *Remarques sur la polarisation de la glace.* (3 p.)

Wolf (R.). — *Notes sur l'histoire scientifique de la Suisse.* (4 art.; 29-15-12-9 p.)

Le premier de ces articles contient la fin des intéressants fragments de la Correspondance du baron de Zach avec Horner et Schiferli. La Lettre du 12 juillet 1832, à Schiferli, qui termine ce Recueil, est probablement la dernière que Zach ait écrite. On sait qu'il succomba à une attaque de choléra le 2 septembre suivant.

On lit, dans le second article, des extraits curieux de la Correspondance de Spengler, de Schaffhausen, suivis de quelques échantillons de son talent poétique.

Viennent ensuite divers documents relatifs à la biographie de Tralles; puis une suite de lettres adressées à J.-J. Scheuchzer par divers correspondants, entre autres par Maria-Clara Eimmart (1676-1707), qui avait cultivé l'Astronomie sous la direction de son père, et qui devint la femme du professeur J.-H. Müller, à Altorf.

Wolf (R.). — *Communications astronomiques.* (3 art., 56-40-78 p.)

Observation des taches solaires en 1872; calcul des nombres relatifs et des variations pour cette année; détermination relative des époques du dernier minimum et du dernier maximum. Comparaison des variations de déclinaison observées à Batavia avec les nombres relatifs des taches solaires, établissement de la formule de variation pour Batavia. Sur un ancien calendrier de la bibliothèque de Bâle. Perfectionnements des instruments dus à Tycho, Bürgi, Morin, Gascoigne, Picard, Vernier, Thevenot et Huyghens. Suite de la liste des travaux sur les taches solaires.

Établissement d'une première série suivie de variations, et leur comparaison avec la série des nombres relatifs; nouvelles études concernant l'influence des taches solaires sur le temps, à l'occasion des recherches sur ce sujet de MM. Köppen, Celloria et Meldrum; quelques remarques sur la dépendance, affirmée par Secchi et combattue par Auwers, entre la grandeur du diamètre solaire et la fréquence des taches. Suite du Catalogue des instruments et collections de l'Observatoire de Zurich.

Étude historique sur le baron de Zach et son époque (¹). Formule des variations pour Pesth et Saint-Pétersbourg, et revue des déterminations de cette espèce obtenues jusqu'ici. Addition à l'étude des relations entre la fréquence des taches solaires et la quantité de pluie. Suite de la liste des travaux sur les taches solaires.

Müller (J.-J.). — *Sur une extension des équations du mouvement d'Hamilton.* (5 p.)

Des deux théorèmes fondamentaux de la théorie de la chaleur, le premier se déduit comme cas particulier d'un principe général purement mécanique, le principe de la constance de l'énergie. Clausius est parvenu à déduire le second des équations différentielles du mouvement de Lagrange, mais sans le rattacher à un principe général, comme on l'avait fait pour le premier. Boltzmann et Clausius, par une marche inverse, ont présenté ce théorème comme une généralisation, soit du principe de la moindre action, soit d'un nouveau principe relatif aux mouvements stationnaires; mais ces deux principes sont loin d'avoir la même importance que celui de la constance de l'énergie.

M. Müller a trouvé que le principe de la variation de l'action (*principle of varying action*) d'Hamilton est susceptible d'une généralisation analogue. Pour cela, il ne faut plus restreindre la fonction des forces à ne dépendre que des coordonnées. Jacobi a déjà fait voir que le principe d'Hamilton a lieu encore lorsque le temps entre explicitement dans cette fonction. La généralisation peut s'étendre encore plus loin par rapport à de nouvelles quantités c_k, qui entrent avec les constantes dans la fonction des forces, et qui varient dans le passage d'un mouvement à l'autre.

(¹) *Voir* un abrégé de cette Notice, publié par l'auteur dans le *Bulletin*, t. VI, p. 258.

Weilenmann (A.). — *Sur des expériences faites avec le baromètre anéroïde de Goldschmidt.* (23 p.)

Zeigler (J.-M.). — *Sur la topographie et les cartes topographiques.* (38 p.)

Examen détaillé des principaux Recueils de Cartes topographiques publiés dans les divers pays de l'Europe.