BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 8 (1875), p. 161-191

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1875__8__161_0>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES (1).

T. LXXX; 1er semestre 1875 (suite).

N° 9. Séance du 1er mars 1875.

Chasles. — *Généralisation de la théorie des normales des courbes géométriques, où l'on substitue à chaque normale un faisceau de droites.*

« En terminant mes Communications sur la théorie des axes harmoniques des courbes, dans le cours de l'année 1871 (2), j'ai fait observer que toutes les questions où se trouve quelque condition de perpendicularité de deux droites, comme dans le cas des normales d'une courbe, les théorèmes s'appliquent au cas de deux droites obliques sous un angle donné (compté dans un sens déterminé), et en outre que ces théorèmes s'étendent aussi à la condition, beaucoup plus générale, où les droites, au lieu de faire un angle donné, doivent passer par deux points correspondants d'une courbe unicursale. De la sorte, on substitue à une simple droite, normale ou oblique d'une courbe, un faisceau de droites partant de chaque point de la courbe. Ces faisceaux correspondent, de même que les normales, aux tangentes de la courbe. Voici comment : que l'on ait une courbe V, dite *unicursale*, dont la propriété est que ses points se déterminent individuellement, par une simple construction géométrique, et peuvent ainsi s'associer un à un dans deux séries homographiques. Que cette courbe soit d'ordre p. Chaque tangente d'une courbe quelconque U_m rencontre cette courbe V en p points α, auxquels correspondent p points α' : les droites menées du point de contact de la tangente de U_m à ces p points α' formeront le faisceau qui remplacera la normale.

» J'appellerai *compagnes* des tangentes ces droites qui partent ainsi de chaque point a d'une courbe : on pourra dire aussi *compagnes* du point a; et ce point sera le *pied* des *compagnes*, de

(1) Voir *Bulletin*, t. VIII, p. 74.

(2) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXIV, p. 23.

même qu'il est le *pied* de la normale. Ces droites, considérées dans leur ensemble, seront dites aussi les *compagnes* de la courbe.

» Je me propose, dans ce moment, de faire connaître les propriétés principales de ces *compagnes* d'une courbe. Le mode de démonstration est uniforme et repose sur le *principe de correspondance*.

» Les théorèmes s'expriment presque toujours par une fonction de l'ordre et de la classe d'une courbe générale que l'on considère. On conçoit dès lors qu'ils résisteraient aux méthodes analytiques. »

Mannheim. — *Solutions géométriques de quelques problèmes relatifs à la théorie des surfaces qui dépendent des infiniment petits du troisième ordre.*

Voici quelques-uns des problèmes résolus :

« Construire les tangentes aux courbes de contact d'une normalie à (S) avec les nappes de la développée de cette surface.

» Construire aux points b et c les asymptotes de l'indicatrice de la normalie à (S).

» Construire le plan osculateur en un point de la courbe de contact d'une surface et d'un cylindre qui lui est circonscrit. »

Boussinesq (J.). — *Sur les modes d'équilibre limite les plus simples que peut présenter un massif sans cohésion fortement comprimé.*

Fouret (C.). — *Construction géométrique des moments fléchissants sur les appuis d'une poutre à plusieurs travées solidaires.*

N° 10. Séances des 8 et 15 mars 1875.

M. le Président, après la lecture du procès-verbal, prend la parole en ces termes :

« Un grand malheur frappe l'Académie; la perte douloureuse qu'elle vient de faire nous est annoncée par la Lettre que je vais lui lire :

« Monsieur le Président, nous avons la douleur de vous faire
» part de la mort de notre bienaimé père, M. Mathieu, le doyen
» de votre Académie; veuillez annoncer à vos confrères cette perte
» cruelle, et leur dire que jusqu'à son dernier jour notre vénéré
» père a songé à tous ses confrères et s'est intéressé à tous leurs tra-

» vaux. Agréez, monsieur le Président, l'hommage de notre profond
» respect.

» Charles Mathieu. Paul Laugier. »

» Plusieurs discours ont été prononcés, ce matin, sur la tombe de M. Mathieu; les regrets de l'Académie ne pouvaient pas trouver d'interprètes plus autorisés ni de voix plus sympathiques que celles que vous avez entendues pour rappeler les mérites de notre illustre confrère.

» Quant à nous, messieurs, nous n'oublierons jamais cette vie si belle et si bien remplie du vénérable doyen de cette Académie; nous nous rappellerons que dans sa quatre-vingt-douzième année, comme M. Faye nous le disait récemment avec une émotion qu'il nous faisait partager, M. Mathieu adressait à l'Académie l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour l'année 1875, dont tous les calculs, cette fois encore, avaient été revus par lui.

» En tête de cet *Annuaire*, qu'il aurait présenté lui-même si les forces ne l'avaient pas trahi, se trouve un avertissement signé de son nom. Ce devait être, hélas! son dernier travail; c'est ainsi qu'il vous adressait ses adieux.

» La mort de M. Mathieu laissera à l'Académie une impression longue et profonde; nous conserverons toujours le souvenir de cette belle existence, entièrement dévouée à la science, et de ce noble caractère qui a su toujours allier l'indépendance et la fermeté de l'honnête homme à la bienveillance, à la simplicité et à la modestie du savant.

» Pour rendre hommage à une si belle vie, et en signe de deuil, j'ai l'honneur de proposer à l'Académie de lever immédiatement la séance. »

Après cette allocution de M. le Président, M. le D^r^ O.-J. Broch, Correspondant de l'Académie des Sciences, prononce les paroles suivantes :

« Monsieur le Président,

» L'Académie des Sciences m'a fait dernièrement l'honneur de me nommer son Membre correspondant. Permettez-moi de vous répéter ici verbalement tous mes remercîments pour cette nomination, considérée partout comme l'honneur le plus grand que le monde scientifique puisse offrir.

» Permettez-moi encore, Monsieur le Président, de faire le premier emploi du droit que cette nomination me donne de demander la parole dans cette Assemblée pour exprimer devant elle, au nom de mes confrères de la Commission internationale du mètre, leurs sentiments au sujet de la perte qu'eux aussi ont faite par la mort de M. Mathieu, leur président.

» M. Mathieu était le lien vivant entre la première introduction du système métrique et les efforts qu'on a faits depuis et qu'on fait encore pour le faire accepter comme le système universel des poids et mesures. Il avait participé à tous les travaux qui se sont produits à cet égard dans le monde savant, dans les Assemblées législatives et dans les Commissions qui s'en sont occupées. Quoique son âge ne lui permît plus de prendre part aux travaux de détail, il prenait encore part aux délibérations générales, et il exprimait devant nous, avec toute la verve de la jeunesse, son désir de pouvoir encore donner ses soins à une question dont il n'avait jamais cessé de s'occuper, à laquelle il était entièrement dévoué, et de voir encore avant sa mort l'acceptation universelle du système métrique.

» Cela ne lui a pas été donné; mais je suis sûr que quand, comme nous l'espérons bien, les efforts de la Commission actuelle internationale du mètre aboutiront au but de sa convocation, on se rappellera toujours que M. Mathieu a été son premier président.

» Nous, les membres de cette Commission, nous nous associons tous aux paroles si éloquentes prononcées devant sa tombe, et nous prenons part de tout notre cœur à la douleur que l'Académie des Sciences ressent par sa perte. »

Observations du passage de Vénus. — Communications de MM. Fleuriais, Mouchez, Bouquet de la Grye, André.

Mannheim (A.). — *Solutions géométriques de nouveaux problèmes relatifs à la théorie des surfaces et qui dépendent des infiniment petits du troisième ordre.*

L'auteur traite de la solution de quelques problèmes tels que les suivants :

Construire le rayon de courbure de la développée de la section faite dans une surface par un plan quelconque.

Construire le plan osculateur de la courbe de contact d'une surface et d'un cône qui lui est circonscrit.

Boussinesq (J.). — *Sur les modes d'équilibre limite les plus simples que peut présenter un massif sans cohésion fortement comprimé. Application au cas d'une masse sablonneuse qui remplit l'angle dièdre compris entre deux plans rigides mobiles autour de leur intersection.*

Une Note de l'auteur, insérée au *Compte rendu* du 1er mars, traite des modes d'équilibre limite que comporte une masse pulvérulente fortement comprimée, lorsqu'on ne s'occupe que des équations indéfinies d'un pareil équilibre. Dans la nouvelle Note, M. Boussinesq montre comment les formules qu'il a obtenues résolvent le problème de l'équilibre limite d'une masse sablonneuse serrée entre deux plans rigides se coupant sous un angle quelconque.

Mathieu (É.). — *Mémoire sur des formules de perturbation.*

Voici comment l'auteur rend compte des résultats contenus dans ce travail.

« Poisson, après avoir donné ses formules générales de perturbation dans le XVe Cahier du *Journal de l'École Polytechnique*, les applique au mouvement d'un corps solide qui tourne autour d'un point fixe et sur lequel n'agissent que des forces perturbatrices; il trouve ainsi, page 336, des formules toutes semblables à celles qui sont relatives à la perturbation du mouvement d'une planète, ou plus généralement du mouvement d'un point attiré par un centre fixe. Dans ces formules, les constantes relatives au plan de l'orbite sont remplacées par celles qui déterminent la position du plan dit *invariable*, qui est fixe quand le corps n'est sollicité par aucune force, mais qui se déplace par suite de la perturbation.

» La parfaite analogie de deux systèmes de formules provenant de questions si différentes a attiré l'attention de Jacobi (tome III de ses *OEuvres*, page 279). Après avoir embrassé, par une même analyse, les deux problèmes précédents, pour montrer qu'ils sont réductibles aux quadratures, il montre que les six constantes arbitraires devenues variables satisfont à six équations canoniques. Il développe ensuite seulement les calculs indiqués pour le point attiré par un centre fixe, et retrouve la signification des deux constantes conjuguées à l'axe du plan invariable et à sa projection sur l'axe des z; mais, si l'on applique ces mêmes calculs au mouvement d'un corps solide autour d'un point fixe, on est conduit à des opérations beaucoup plus compliquées que ne le nécessite la question en elle-même, et il paraît difficile de déterminer, par ce moyen, la signification de ces deux constantes. D'ailleurs même, la démonstration obtenue ainsi, cessant d'être la même que pour le premier problème, ne saurait être préférée à celle de Poisson, qui est moins compliquée que ne le serait la première.

» D'après cela, il m'a semblé utile, pour la philosophie de la science, de chercher à démontrer entièrement, par la même analyse, les deux systèmes de formules de perturbation, et, en cherchant à reconnaître quels sont les liens communs aux deux questions, je suis arrivé à un théorème général qui renferme la démonstration de ces deux systèmes de formules. »

Halphen. — *Sur certaines perspectives des courbes planes algébriques.*

On doit à M. Nöther la proposition suivante : A toute courbe plane on peut faire correspondre, point par point, d'autres courbes qui ne possèdent que des singularités ordinaires. M. Halphen établit la proposition suivante qui comprend la précédente :

Toute courbe plane algébrique est la perspective d'une courbe gauche n'ayant qu'un point singulier et telle qu'en ce point toutes les branches aient des tangentes distinctes.

Ribaucour. — *Propriétés de courbes tracées sur les surfaces.*

Parmi les propositions signalées dans cette Note, nous citerons les suivantes :

« La recherche des courbes tracées sur une surface et dont les sphères osculatrices sont tangentes à cette surface ne dépend que d'une équation du second ordre (propriété déjà établie par M. Darboux qui, le premier, a signalé ces lignes). »

« Si l'on trace sur une surface une courbe dont les sphères osculatrices lui soient tangentes, chacun des plans osculateurs de cette courbe coupe la surface suivant une section surosculée par un cercle. »

« Le rayon de courbure géodésique d'une courbe Σ à courbure normale constante est les $\frac{2}{3}$ du rayon de courbure géodésique de la section plane surosculée par un cercle ayant même tangente. »

Ce dernier théorème comprend comme cas particulier une élégante proposition de M. Beltrami : Le rayon de courbure d'une ligne asymptotique est les $\frac{2}{3}$ de celui de la section de la surface par le plan tangent.

Peslin (H.). — *Théorie des tempêtes. Réponse à M. Faye.*

Faye. — *Observations sur les critiques de M. Peslin.*

Flammarion (C.). — *Étoiles doubles dont le mouvement relatif s'effectue en ligne droite et est dû à une différence de mouvements propres.*

N° 11. Séance du 22 mars 1875.

Mannheim. — *Note à l'occasion de la Communication faite par M. Ribaucour dans la séance du 15 mars 1875.*

Complément à une Communication précédente, et en particulier démonstration du théorème, cité plus haut, de M. Ribaucour, sur les courbes à courbure normale constante.

Moutard. — *Note sur les équations différentielles linéaires du second ordre.*

L'auteur examine les équations de la forme

$$\frac{d^2y}{dx^2} = [\lambda(x) + h^2]y,$$

où h est arbitraire, et il fait remarquer que cette équation peut s'intégrer dans un très-petit nombre de cas lorsque h est quelconque.

Le but de ce travail est précisément de faire connaître des valeurs réellement nouvelles de $\lambda(x)$ pour lesquelles l'intégration est toujours possible.

Levy (M.). — *Note sur la théorie des poutres droites continues.*

L'auteur indique un moyen fort simple de déterminer les moments fléchissants, qui s'appuie sur le théorème suivant :

« Quel que soit le nombre n des appuis d'une poutre, et les appuis extrêmes étant ou non à encastrement, si l'on connaît le moment fléchissant en un seul point U de la pièce, on peut trouver le moment fléchissant en un point de chacune des $n-1$ travées autres que celle qui contient le point U, par la résolution de n systèmes composés chacun de deux équations seulement du premier degré à deux inconnues.

Brioschi (F.). — *Sur l'équation du cinquième degré.*

Étude des propriétés d'une nouvelle espèce de fonctions signalées par M. Hermite dans son travail sur le même sujet.

Marie (M.). — *Classification des intégrales cubatrices des volumes terminés par des surfaces algébriques. Définition géométrique des surfaces capables de cubature algébrique.*

N° 12. Séance du 29 mars 1875.

M. le Secrétaire perpétuel met sous les yeux de l'Académie la copie d'un document relatif à Salomon de Caux.

Fouret (G.). — *Sur quelques conséquences d'un théorème général relatif à un implexe et à un système de surfaces.*

L'auteur énonce un théorème d'une grande généralité, qui le conduit à diverses conséquences sur les degrés de lieux géométriques.

Gyldén (H.). — *Sur une méthode de calcul des perturbations absolues des comètes.*

L'auteur commence le développement d'une méthode nouvelle différente de celle de Hansen, et s'appuyant sur des transformations nouvelles de la distance mutuelle des deux corps.

Pepin (le P.). — *Sur les résidus de septième puissance.*

Brioschi (F.). — *Sur l'équation du cinquième degré.*

Suite de la Communication du 22 mars.

Laguerre. — *Sur un théorème de Géométrie.*

L'auteur rappelle d'abord une relation qu'il a donnée dans le *Bulletin de la Société Philomathique*, t. VII, p. 51. Étant données sur une surface deux courbes Σ, Σ' se touchant en M, soient ρ et r les rayons de courbure et de torsion de Σ au point M, ϖ l'angle que fait en ce point le plan osculateur avec la normale à la surface, et désignons par des lettres accentuées les valeurs des mêmes quantités relatives à la courbe Σ'. Portons sur les deux courbes une même longueur ds; on aura

$$\operatorname{tang}\varpi\left(d\varpi-\frac{2}{3}\frac{ds}{r}\right)+\frac{1}{3}\frac{d\rho}{\rho}=\operatorname{tang}\varpi'\left(d\varpi'-\frac{2}{3}\frac{ds}{r'}\right)+\frac{1}{3}\frac{d\rho'}{\rho'},$$

équation à laquelle on peut joindre la suivante, donnée par M. O. Bonnet en 1848,

$$d\varpi-\frac{ds}{r}=d\varpi'-\frac{ds}{r'}.$$

Au moyen de ces deux formules on peut mettre immédiatement en évidence la proposition citée plus haut de M. Ribaucour, sur les courbes à courbure normale constante.

Bonnet (O.). — *Remarques sur la Communication précédente.*

Chevilliet. — *Sur l'erreur de la formule de Poncelet, relative à l'évaluation des aires.*

N° 13. Séance du 5 avril 1875.

Faye. — *Sur la théorie de l'aspiration, avec des remarques sur la nouvelle Note de M. Peslin.*

Marie (M.). — *Relation entre les m périodes cycliques de la quadratrice d'une courbe algébrique de degré m.*

Jordan (C.). — *Recherches sur les covariants.*

On sait que M. Gordan a établi que les covariants des formes binaires sont en nombre limité. C'est sur cette importante question que l'auteur présente des aperçus et des développements nouveaux.

Durrande (H.). — *Sur les applications des théories générales de la Dynamique au mouvement d'un corps de forme variable.*

Gyldén (H.). — *Sur une méthode de calcul des perturbations absolues des comètes.* (Suite.)

Peslin (H.). — *Théorie des tempêtes. Réponse à M. Faye.*

N° 14. Séance du 12 avril 1875.

Puiseux (V.). — *Comparaison des premières observations du passage de Vénus.*

Faye. — *Résultats des observations faites en Suède sur les courants supérieurs de l'atmosphère.*

N° 15. Séance du 19 avril 1875.

Faye. — *Sur la trombe des Hayes (Vendômois), 3 octobre* 1871, *et sur les ravages qu'elle a produits.*

Peslin (H.). — *Théorie des tempêtes. Réponse à M. Faye.*

ARCHIV der Mathematik und Physik. Gegründet von J.-A. Grunert, fortgesetzt von R. Hoppe [1].

T. LV; 1873.

Hoppe (R.). — *Théorie des grandeurs infinies* (10 p.) [2].

« Cet article résout un problème dont la solution était considérée comme impossible par Leibnitz et par Lagrange : c'est l'établissement net et rigoureux des fondements de la théorie des quantités infinies, suffisants pour toute application, au moyen de deux définitions et d'un théorème que voici :

» I. *Définition.* — Nous appelons infiniment petite une variable dont la valeur absolue peut devenir aussi petite que l'on veut.

» II. *Définition.* — Plusieurs variables sont dites infiniment petites lorsqu'on peut les rendre toutes à la fois aussi petites que l'on veut.

» III. *Théorème.* — Deux constantes qui diffèrent infiniment peu d'une même variable sont égales entre elles.

---

(1) Voir *Bulletin*, t. VII, p. 112.

(2) Nous revenons sur cet article, déjà signalé (t. VII, p. 113), pour insérer une Note communiquée par l'auteur, où ses conclusions eminemment exactes sont résumées avec une grande clarte.

» *Démonstration.* — Soient $a - x$ et $b - x$ infiniment petits. Si l'on supposait que les constantes a et b ne fussent pas égales, et que a fût la plus grande des deux, $\frac{1}{2}(a - b)$ serait positif, et l'on pourrait faire en sorte que l'on eût

$$a - x < \frac{1}{2}(a - b).$$

En soustrayant les deux membres de $a - b$, il s'ensuivrait que

$$x - b > \frac{1}{2}(a - b),$$

et que, par suite, $b - x$ ne serait pas infiniment petit, ce qui est contraire à l'hypothèse. Donc la supposition ne peut être vraie, et il faut que l'on ait $a = b$.

» Les quantités infiniment grandes peuvent être définies soit d'une manière analogue, soit par leurs réciproques.

» Les définitions ci-dessus réfutent un préjugé vulgaire, source de cette apparence mystérieuse et de ces difficultés, qui se sont opposées si longtemps à l'intelligence de la notion des quantités infinies. On s'imaginait que l'infini ne pouvait être considéré que comme constant, sans se rendre raison de cette conception. Aussitôt que l'infini est regardé comme variable, toute difficulté disparaît, et un écolier commençant l'arithmétique est capable de comprendre facilement l'application des quantités infinitésimales.

» De même, le théorème III détruit une autre opinion erronée. On croyait que le résultat rigoureux d'un calcul infinitésimal n'était obtenu que lorsqu'une différence infiniment petite *s'évanouissait*. Le théorème fait voir, au contraire, que ni $a - x$, ni $b - x$ ne s'évanouissent, et que néanmoins l'équation exacte $a = b$ en est une conséquence rigoureuse.

» Le Mémoire traite ensuite de l'application de l'infini dans l'enseignement élémentaire et dans la théorie des fonctions. Enfin, une remarque élucide la question de l'infini *absolu*, qui n'est autre chose que l'infini variable, mais arbitraire, et qui, dans l'ignorance où l'on est de la loi de sa variation, semble être réellement absolu. L'infini absolu ne peut se concevoir et n'a jamais été défini. Il reste à l'état d'idée vague et incomplète, jusqu'à ce que l'on détermine sa notion, en le considérant comme variable. »

T. LVI; 1874.

WAGNER (C.). — *Problème sur la théorie des courbes enveloppes.* (7 p.)

« On donne une courbe plane c par son équation en coordonnées orthogonales

$$(c) \qquad F(x, y) = 0,$$

et pareillement une seconde courbe c' avec deux paramètres variables α, β,

$$(c') \qquad \varphi(x, y, \alpha, \beta) = 0.$$

La courbe c peut-elle être considérée comme l'enveloppe des courbes représentées par l'équation (c'), et quelle relation doit exister entre α et β pour qu'il en soit ainsi? »

Ce problème peut aisément s'étendre au cas des surfaces.

ZAHRADNÍK (K.). — *Les courbes cissoïdales* (¹). (3 p.)

ZAHRADNÍK (K.). — *Un théorème de Géométrie.* (4 p.)

Si deux sommets d'un triangle se meuvent sur deux droites fixes, et que ses côtés tournent autour de trois points fixes situés en ligne droite, le troisième sommet décrira aussi une droite, qui passera par le point d'intersection des deux premières. Dans ce mouvement, le centre de gravité du triangle variable décrira une courbe rationnelle du troisième ordre, à trois asymptotes réelles.

ZAHRADNÍK (K.). — *Quelle est l'équation de condition pour que quatre points soient situés sur un même cercle?* (2 p.)

GÜNTHER (S.). — *Démonstration simple d'un théorème sur le volume du tétraèdre.* (9 p.)

Le volume d'un tétraèdre a pour expression $\frac{1}{6} ab\sigma \cos v$, a et b étant deux arêtes opposées, σ leur plus courte distance, et v l'angle qu'elles font entre elles.

(¹) Voir *Bulletin*, t. VIII, p. 123.

GÜNTHER (S.). — *Sur quelques applications et quelques extensions du théorème de Hauber.* (15 p.)

Il s'agit dans cet article de formuler un critérium pour reconnaître dans quel cas une proposition donnée est conversible. Ce critérium a été donné, il y a longtemps, par Hauber (1775-1851), anciennement professeur à Stuttgart, et très-versé dans l'étude des géomètres de l'antiquité, dans un Ouvrage intitulé : *Scholæ logico-mathematicæ; Reutlingæ,* 1829. Voici comment Hauber énonce son *Theorema novum nec inelegans et multiplicis in mathematica saltem doctrina usus :*

« Si genus aliquod dividatur in suas species duplici ratione, et singulis speciebus unius divisionis respondeant singulæ species alterius ut attributa : vicissim etiam singulis speciebus alterius divisionis singulæ species prioris ut attributa respondebunt. Ut si genus quoddam A dividatur primum in species b, c, ac deinde in species β, γ : ut omne A sit aut b aut c, et rursus omne A sit aut β aut γ; et præterea, quæ sint ex specie b, iis attribuuntur β; quæ ex specie c, iis γ : his igitur positis, vicissim, quæ sunt ex specie β, iis attribuuntur b; et quæ ex specie γ, iis attribuuntur c. »

M. Günther indique les recherches faites par d'autres mathématiciens sur le même sujet, et applique le théorème à diverses propositions de Géométrie analytique.

HOPPE (R.). — *Principes de la théorie analytique des courbes.* (44 p.)

Cet article fait suite à un article publié par l'auteur dans le volume précédent de l'*Archiv* (¹). Nous allons reproduire une analyse, que l'auteur a bien voulu nous communiquer, des points qui caractérisent la méthode exposée dans ces deux Mémoires :

« Une courbe est considérée comme engendrée par le mouvement d'un point. Toutes les déterminations de la nature de la courbe, consistant en partie dans certains plans et dans certaines droites, proviennent de ce mouvement et de celui de ces plans et de ces droites qui accompagnent le point générateur. Il fallait donc établir préalablement les lois du mouvement d'un plan et d'une droite.

(¹) Voir *Bulletin*, t. VII, p. 114.

» Le premier objet de la théorie est le système orthogonal des trois axes mobiles avec le point (tangente, normale principale, binormale) et des trois plans mobiles correspondants (plan normal, plan rectifiant, plan osculateur). Ce système est déterminé par celui des neuf cosinus de direction

$$\begin{matrix} f, & g, & h, \\ f', & g', & h', \\ l, & m, & n, \end{matrix}$$

dont les valeurs résultent du mouvement du plan normal. Cette méthode introduit, au lieu des rayons de courbure et de torsion, les angles de courbure et de torsion, τ et ϑ, définis par les équations

$$d\tau^2 = df^2 + dg^2 + dh^2,$$
$$d\vartheta^2 = dl^2 + dm^2 + dn^2.$$

» Il est essentiel de remarquer que, en vertu des équations

$$dx = f\,ds, \quad dy = g\,ds, \quad dz = h\,ds,$$

les déplacements dx, dy, dz sont décomposés en deux facteurs dont chacun ne contient qu'une seule des deux fonctions qui déterminent la courbe, et que le facteur ds, exprimant les dimensions élémentaires de la courbe, n'entre pas dans le calcul, quand on prend constamment τ (ou ϑ) pour variable indépendante, puisqu'on a

$$f' = \frac{df}{d\tau}, \quad l = \begin{vmatrix} g & g' \\ h & h' \end{vmatrix};$$

que, par conséquent, dans tout le reste de la théorie, la courbe ne dépend que d'une seule fonction, savoir, d'une fonction de τ.

» Maintenant les formules fondamentales peuvent s'écrire ainsi :

$$df = f'\,d\tau, \quad dl = -f'\,d\vartheta, \quad df' = l\,d\vartheta - f\,d\tau,$$

équations applicables à un arc quelconque dans l'espace, et par suite suffisantes pour le cas de trois axes orthogonaux. En les comparant avec les formules équivalentes, exprimées, comme elles le sont d'ordinaire, au moyen des rayons de courbure et de torsion, et en remarquant que ces rayons ont pour valeurs $\frac{ds}{d\tau}$, $\frac{ds}{d\vartheta}$, on voit que celles-ci contiennent l'élément ds qui est superflu; cet élément est un facteur qui doit se détruire partout, et alors non-seulement les formules fondamentales, mais aussi tous les problèmes relatifs aux courbes se trouvent essentiellement simplifiés.

» C'est dans le Chapitre sur les courbes accompagnantes (*begleitende Curven*) que cet avantage ressort avec évidence. Si l'on pose, en effet,

$$x_1 = x + pf + ql + rf',$$

équation applicable à tous les axes et qui détermine la relation entre la courbe s, engendrée par le point (x, y, z), et la courbe s_1 engendrée par le point (x_1, y_1, z_1), il suffit de la différentier d'après les formules fondamentales, pour obtenir séparément la relation entre les arcs s et s_1, et les relations entre les coefficients f, l, f' et les coefficients f_1, l_1, f'_1, qui déterminent le système des axes accompagnants. Les résultats contiennent, comme cas particuliers, les théories des développantes, des développées et des courbes enveloppes de diverses droites, en un mot, de toutes les courbes dépendantes, discutées jusqu'à présent, théories qui découlent ainsi d'une source commune.

» Outre ces théories connues, la méthode exposée ici met en lumière un théorème qui, malgré sa simplicité, a échappé à l'attention des analystes. Si deux courbes s et s_1 sont assujetties aux relations

$$f_1 = f\cos\alpha - l\sin\alpha, \quad l_1 = f\sin\alpha + l\cos\alpha, \quad f'_1 = f',$$

c'est-à-dire, si le système des axes accompagnants de l'une provient de celui de l'autre par une rotation d'un angle constant autour de l'axe principal, les mêmes relations ont lieu entre les quantités ϑ, τ, o, c'est-à-dire que l'on a

$$\vartheta_1 = \vartheta\cos\alpha - \tau\sin\alpha, \quad \tau_1 = \vartheta\sin\alpha + \tau\cos\alpha.$$

Par conséquent, si ϑ et τ sont les coordonnées d'un point par rapport à la tangente et à la binormale de s, ϑ_1 et τ_1 seront les coordonnées du même point par rapport à la tangente et à la binormale de s_1.

» Ce point décrit sur le plan rectifiant des deux courbes une ligne nommée *ligne de torsion*.

» La relation entre τ et ϑ sert de principe pour la classification des courbes, et s'appelle l'*équation spécifique*. Elle caractérise une famille de courbes. De chaque famille on déduit un cycle de familles, en faisant tourner le système des axes accompagnants autour de l'axe principal; ce cycle est caractérisé par la ligne de torsion, qui, d'après le théorème précédent, est commune à toutes ces familles.

» Le cas le plus simple de l'équation spécifique est

$$\vartheta = \tau \operatorname{tang} \alpha,$$

où la ligne de torsion est droite. Ce cycle contient la famille des courbes planes, correspondant à la valeur $\alpha = 0$. Après les familles à torsion linéaire vient la famille des courbes à torsion circulaire, dont l'équation spécifique est

$$\vartheta^2 + \tau^2 = \text{const.},$$

et qui, évidemment, constitue son cycle par elle-même. Dans ces deux cas et dans quelques autres, les intégrations qui conduisent à la représentation des courbes en coordonnées ordinaires peuvent s'effectuer, et les résultats sont donnés dans le Mémoire.

» En général, le problème de trouver l'équation en coordonnées se ramène à une équation différentielle linéaire du second ordre,

$$\frac{d^2 r}{d\tau^2} + i \frac{d\vartheta}{d\tau} \frac{dr}{d\tau} + \frac{1}{4} r = 0,$$

De chaque solution particulière q_1 on déduit une autre solution q, qui est la valeur conjuguée à

$$q_1 = e^{i\vartheta} \frac{dr}{d\tau},$$

et alors les quantités cherchées sont

$$f = 1 - qq_1, \quad f_1 = -\frac{q_1 dq + q\, dq_1}{d\tau}, \quad l = i\frac{q_1 dq - q\, dq_1}{d\tau}.$$

Les valeurs correspondantes, relatives aux deux autres axes orthogonaux, s'expriment aussi sous une forme semblable. »

Broda (K.). — *Contributions à la théorie des fractions décimales périodiques.* (14 p.)

L'auteur donne des règles pour déterminer la période du quotient relativement à certaines formes du dénominateur. Il étend ces règles à un système de numération quelconque.

Hain (E.). — *Divers théorèmes sur les transversales d'un triangle.* (4 p.)

Dostor (G.). — *Équation du cercle en valeur des dérivées et du rayon.* (2 p.; fr.)

Unferdinger (Fr.). — *Sur la résolution d'un système linéaire d'équations*

$$\sum_1^m {}_r x_r \sin\frac{rn\pi}{m+1} = k_n, \quad (n = 1, 2, \ldots, m).$$

(2 p.)

Silldorf. — *Théorème sur la parabole.* (2 p.)

Bermann. — *Deux théorèmes sur le triangle.* (1 p.)

Hoppe (R.). — *Construction des racines réelles d'une équation du quatrième ou du troisième degré au moyen d'une parabole fixe.* (2 p.)

Affolter (Fr.-G.). — *Sur la théorie des surfaces du troisième ordre.* (21 p.)

Zahradník (K.). — *Courbes planes rationnelles du troisième ordre.* (19 p.)

Hoppe (R.). — *Sur le problème du système de surfaces triplement orthogonal.* (Suite.) (2 art., 10-17 p.)

Zajączkowski (Wł.). — *Sur l'intégration d'un système d'équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre.* (12 p.)

Soit le système des n équations aux dérivées partielles

$$(1) \qquad \Delta_i V = 0, \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

où Δ_i désigne le signe d'opération

$$\Delta_i = X_{i,1} D_{x_1} + X_{i,2} D_{x_2} + \ldots + X_{i,n+p} D_{x_{n+p}}.$$

Jacobi, dans son Mémoire posthume (¹), a fait voir comment on peut trouver une solution commune aux équations (1), si les coefficients $X_{i,k}$ satisfont à certaines conditions. Clebsch a complété la méthode de Jacobi en montrant (²) comment on peut trouver par cette méthode *toutes* les solutions communes et comment un système dont les coefficients ne satisfont pas à ces conditions peut être ramené à un autre où elles sont satisfaites.

La démonstration donnée par Jacobi de la nécessité de ces conditions n'est pas naturelle; elle s'appuie sur un principe de Poisson, étranger au sujet, de sorte qu'on n'aperçoit pas immédiatement que, dans le cas où ces conditions sont remplies, le système admet réellement p solutions communes. On peut remédier à ce défaut en suivant la marche tracée par Boole (³), et ramenant le système (1) à un système de p équations aux différentielles totales entre $n+p$ variables, analogue à la réduction employée dans le cas d'une seule équation aux dérivées partielles, et déduisant les conditions d'intégrabilité du premier système de celles du second. Boole a bien donné la réduction dont nous venons de parler, mais on ne trouve pas dans son livre la déduction que nous venons de signaler des équations de condition. C'est cette lacune que l'auteur se propose de combler dans son Mémoire.

Zajączkowski (Wł.). — *Contributions à la théorie des solutions singulières des équations différentielles ordinaires du premier ordre.* (5 p.)

L'auteur démontre, sans faire usage de l'intégration, les conditions établies par Boole (⁴) pour reconnaître si une solution donnée d'une équation différentielle, sans constante arbitraire, est une intégrale particulière ou une solution singulière.

Stoeckly (L.). — *Propriétés des courbes provenant de fonctions rationnelles et entières du troisième degré.* (8 p.)

Rath (H.). — *Les triangles rationnels.* (37 p., 3 tableaux.)

L'auteur traite complétement une question, jadis fameuse dans

(¹) *Journal de Crelle*, t. 60.
(²) *Journal de Crelle*, t. 65.
(³) *Treatise on differential Equations, Supplementary Volume*, p. 74.
(⁴) *Ibid.*, p. 23-31.

les écoles de Pythagore et de Platon, et que les modernes semblent avoir un peu négligée, la question des triangles rationnels premiers, c'est-à-dire des triangles dont les côtés sont représentés par trois nombres entiers sans diviseur commun, et l'aire par un nombre rationnel. Les Pythagoriciens s'étaient occupés, comme on sait, des triangles rectangles, et avaient donné une règle pour les former. L'auteur en déduit la formation des triangles rationnels quelconques, et établit un grand nombre de théorèmes sur ces triangles. Le Mémoire se termine par trois tableaux systématiques : 1° des triangles premiers de Pythagore; 2° des triangles rationnels premiers dont l'aire est un multiple d'une partie aliquote d'un côté au moins; 3° de tous les triangles rationnels premiers dont l'aire n'est pas multiple d'une partie aliquote d'un côté.

Matthiessen (L.). — *Sur quelques problèmes de la théorie des mouvements autour d'un centre d'attraction.* (13 p.)

Étude du mouvement pour diverses lois d'attraction.

Dostor (G.). — *Propriétés des déterminants.* (2 p.; fr.)

Dostor (G.). — *Surface des quadrilatères exprimée en déterminants.* (5 p.; fr.)

Dostor (G.). — *Propriétés du tétraèdre. — Propriétés du sinus des trièdres.* (5 p.; fr.)

Günther (S.). — *Sur les courbes sphériques.* (14 p.)

Le but de cet article est de faire voir avec quelle simplicité l'on peut étudier un grand nombre de propriétés des courbes sphériques. La marche suivie par l'auteur consiste essentiellement à transporter, par une projection immédiate sur la sphère, certaines propositions démontrées pour les figures planes. Il obtient ainsi, d'une manière très-naturelle, quelques théorèmes qui, bien que très-simples par leur nature, n'avaient cependant pas été encore remarqués, ou du moins n'avaient pas été énoncés expressément.

Günther (S.). — *Sur la théorie mathématique de l'échiquier.* (11 p.)

Günther (S.). — *Remarques sur les fonctions cylindriques.* (5 p.)

DOSTOR (G.). — *Calcul élémentaire du nombre des boulets contenus dans les piles des arsenaux d'artillerie.* (4 p.; fr.)

BENDER (C.). — *Détermination du nombre maximum de sphères égales qui peuvent toucher à la fois une autre sphère de même rayon.* (Suivi d'une *Remarque de la rédaction.*) (11 p.)

L'auteur arrive à cette conclusion, qu'une sphère ne peut pas être touchée par plus de douze sphères de même rayon qu'elle.

CURTZE (M.). — *Cinq lettres inédites de Gemma Frisius.* (14 p.)

Publiées d'après les originaux, conservés à la bibliothèque de l'Université d'Upsal. Ces originaux font partie d'une précieuse collection en deux volumes, contenant presque exclusivement des lettres adressées à Johannes Dantiscus (Johann Flaxbinder), l'ami de Copernic, et qui avaient été prêtées à la Société Copernicienne de Thorn, à l'occasion de la dernière fête séculaire du grand astronome. M. Curtze a profité de la présence du manuscrit pour copier ces lettres, où l'on trouve un important complément au Chapitre consacré à leur auteur par A. Quetelet dans son *Histoire des Sciences mathématiques chez les Belges.*

AUGUST (F.). — *Théorème sur le triangle.* (2 p.)

LIGOWSKI. — *Sur une certaine classe de séries d'un emploi fréquent en Trigonométrie et en Astronomie.* (3 p.)

DICKSTEIN (S.). — *Remarque sur la formule de Ligowski pour le calcul du cercle.* (3 p.)

WASSERSCHLEBEN (v.). — *Sur la division de l'angle.* (2 p.)

MEISSEL (E.). — *Remarques sur la réduction des intégrales elliptiques complètes de seconde espèce aux intégrales complètes de première espèce pour le même module.* (12 p.)

L'auteur montre que cette réduction peut se faire dans une infinité de cas. Par exemple, pour $k = \sqrt{2} - 1$, on a

$$E(\sqrt{1-k^2}) = \left(1 - \sqrt{\frac{1}{2}}\right) F(\sqrt{1-k^2}) + \frac{\pi}{4F(k)}.$$

ZAHRADNÍK (K.). — *Systèmes harmoniques de points sur les courbes rationnelles du troisième et du quatrième ordre.* (5 p.)

HOPPE (R.). — *Volume de l'hexaèdre compris entre des surfaces orthogonales du second degré, et aires de ses faces.* (32 p.)

OBERBECK (A.). — *Sur la théorie de la boussole des tangentes.* (6 p.)

OBERBECK (A.). — *Sur les courants d'induction stationnaires dans les conducteurs matériels en mouvement.* (13 p.)

NELL. — *Sur la résolution la plus générale des équations du quatrième degré.* (15 p.)

L'auteur dispose les formules qui donnent cette résolution de manière à pouvoir les employer pour le calcul numérique des racines, et il donne des exemples de cette application.

SIEBEL (A.). — *Recherches sur les équations algébriques.* (15 p.)

Premier article : Construction des racines réelles.

KÜLP. — *Contribution à la théorie des transversales.* (11 p.)

ARCHIVES NÉERLANDAISES DES SCIENCES EXACTES ET NATURELLES [1].

T. VIII ; 1873.

SCHURINGA (P.). — *Les trajectoires minima :* $\delta \int_{s_1}^{s_2} \varphi(v)\, ds = 0$. (12 p.)

Analyse faite par l'auteur de sa dissertation inaugurale [2]. Suivant la nature de la fonction φ, les courbes déterminées par la condition ci-dessus possèdent telle ou telle propriété générale. Par exemple, pour $\varphi(v) = \frac{1}{v}$, on a les brachistochrones; pour $\varphi(v) = \text{const.}$, les lignes géodésiques; pour $\varphi(v) = v$, les lignes décrites par un point matériel en vertu du principe de la moindre action et auxquelles M. E. Roger, dans son *Mémoire sur les tra-*

(1) Voir *Bulletin*, t. V, p. 299.

(2) *Beschouwingen over de minimum-loopbanen* $\delta \int_{s_1}^{s_2} \varphi(v)\, ds = 0$. Juin 1872.

jectoires minima, publié à la suite de sa traduction des *Disquisitiones generales circa superficies curvas* de Gauss, a donné le nom de *trajectoires naturelles*. M. Schuringa reprend, dans sa dissertation, les recherches de M. Roger, dont il rectifie quelques points. Son travail est divisé en cinq Chapitres, dont le premier est consacré à la position générale du problème; il y discute particulièrement les termes aux limites. Le deuxième Chapitre s'occupe des forces, la plupart dans le plan normal à la trajectoire, qui agissent sur le point matériel. Dans le troisième, l'auteur traite de la classification des trajectoires minima. Dans le quatrième, il étudie spécialement les trajectoires naturelles et le principe de la moindre action. Enfin le dernier Chapitre a pour objet l'examen de quelques familles plus importantes de trajectoires minima.

Rink (H.-J.). — *Sur la vitesse du son d'après les recherches de M. Regnault.* (15 p.)

Objections faites aux conclusions que M. Regnault a cru pouvoir tirer de ses expériences d'où il déduit que la vitesse du son dépendrait de son intensité. M. Rink conteste cette opinion, en s'appuyant sur les résultats mêmes des expériences du physicien français.

Oudemans (A.-C.). — *Sur l'influence que les agents de dissolution optiquement inactifs exercent sur le pouvoir rotatoire spécifique des matières actives.* (34 p.)

Bierens de Haan (D.). — *Note sur la quadrature par approximation.* (22 p.)

Extrait des *Verslagen en Mededeelingen* de l'Académie des Sciences d'Amsterdam [1].

Bierens de Haan (D.). — *Sur quelques intégrales définies à facteur* e^{qx^p}, $\cos(qx^p)$ *et* $\sin(qx^p)$ [1]. (13 p.)

Bierens de Haan (D.). — *De l'intégrale définie* $\int_a l\Gamma(x)\,dx$ [1]. (5 p.)

Michaelis (G.-J.). — *Mouvement d'un solide dans un liquide.* (10 p.)

---

[1] Voir *Bulletin*, t. VII, p. 129.

Après avoir rappelé les résultats généraux obtenus par M. Kirchhoff (1), qui a donné la solution du problème pour le cas où le corps est un solide de révolution, l'auteur considère le cas d'un solide de forme quelconque, et, en faisant des suppositions particulières sur la nature du mouvement, il obtient certains résultats intéressants.

GRINWIS (C.-H.-C.). — *Sur la théorie des résonnateurs.* (16 p.) (2)

T. IX; 1874.

HOORWEG (M.-J.-L.). — *Sur la théorie de Doppler.* (40 p.)

Dans un Mémoire publié à Prague en 1842, et intitulé : *Ueber das farbige Licht der Doppelsterne*, Doppler a déduit très-simplement de la théorie des ondulations une nouvelle conclusion applicable au son et à la lumière, savoir, que lorsque la source de vibration ou l'observateur se meuvent, les tons et les couleurs doivent se présenter autrement que dans l'état de repos relatif. C'est cette conclusion générale, désignée sous le nom de *Théorie de Doppler*, que M. Hoorweg soumet à un examen plus détaillé, en faisant totalement abstraction des conséquences ultérieures concernant la couleur des étoiles doubles, etc. Cet examen a semblé à l'auteur confirmer entièrement la théorie de Doppler, contrairement à l'opinion soutenue par M. Van der Willigen.

VAN DER WILLIGEN (V.-S.-M.). — *Sur la fausseté de la proposition que la réfraction des rayons lumineux est modifiée par le mouvement de la source lumineuse et du prisme.* (90 p.)

Ce Mémoire est consacré à la réfutation de la théorie de Doppler.

BUYS-BALLOT (C.-H.-D.). — *Sur la signification du congrès météorologique de Vienne pour l'avenir de la Météorologie.* (7 p.)

BAUMHAUER (E.-H. von). — *Sur un météorographe universel, destiné aux observations solitaires.* (29 p.)

HOEK. — *Sur les comètes* 1860 III, 1863 I *et* 1863 VI. (26 p.)

(1) *Journal de Crelle-Borchardt*, t. 71. Voir *Bulletin*, t. III, p. 139.
(2) Voir *Bulletin*, t. VII, p. 130.

De Jong (J.). — *Sur l'intégration de l'équation différentielle linéaire du second ordre.* (22 p.)

« Dans un travail antérieur [1], l'auteur a cherché à établir théoriquement, au moyen de l'équation intégrante, l'intégrale particulière de l'équation différentielle linéaire à coefficients constants. La même chose a été faite par M. Bierens de Haan pour l'équation différentielle linéaire à puissances successives de la variable indépendante [2]. Ces recherches ont fait reconnaître une importance toute spéciale aux relations que M. Mayr a indiquées entre l'intégrale particulière de l'équation différentielle linéaire et celle de l'équation intégrante qui s'en déduit. S'il était possible de trouver des relations analogues pour d'autres catégories d'équations différentielles linéaires, un grand pas serait fait; à l'aide d'une pareille relation, une équation différentielle linéaire de l'ordre n pourrait, en effet, être réduite à une équation de l'ordre $n-1$. Malheureusement, il est tout aussi difficile de trouver des relations de ce genre entre y et φ que d'intégrer les équations différentielles elles-mêmes, comme on peut le voir, pour les deux cas les plus simples, dans les deux Mémoires rappelés ci-dessus. L'auteur a donc essayé de suivre la voie opposée, et, partant d'une relation déterminée entre y et φ, il s'est proposé de construire l'équation différentielle à laquelle convient cette relation, ce qui permet alors de déterminer en même temps une intégrale particulière de cette équation. Dans ce Mémoire, M. de Jong se borne à l'équation différentielle linéaire du second ordre. La méthode, il est vrai, s'applique aussi aux équations d'ordre supérieur; mais les difficultés analytiques s'accroissent alors dans une proportion considérable. »

---

[1] Voir *Bulletin*, t. V, p. 281.

[2] Voir *Bulletin*, t. VII, p. 128.

ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK, herausgegeben von Dr O. SCHLÖMILCH, Dr E. KAHL und Dr CANTOR (1).

T. XIX; 1874.

HESSE (O.). — *Sept leçons sur la Géométrie analytique des coniques.* (52 p.)

Ce petit Traité a été imprimé séparément. On y retrouve toute l'élégance qui caractérise les productions de l'illustre géomètre.

WEIHRAUCH (K.). — *Sur les formes dans lesquelles sont contenues les solutions d'une équation indéterminée du premier degré.* (15 p.)

On sait que les solutions d'une telle équation,

$$\sum A_i x_i = A,$$

dans le cas où elles existent, s'expriment en fonction linéaire d'un certain nombre d'indéterminées. La question examinée dans ce travail est la suivante. : « Étant données des expressions des x_i en fonction linéaire de certaines indéterminées entières, dans quel cas donnent-elles toutes les solutions? quelles relations y a-t-il entre les expressions qui, prises séparément, donnent chacune toutes les solutions? »

GUNDELFINGER (S.). — *Sur la théorie des transversales des courbes planes algébriques.* (8 p.)

Dans le tome XVII de ce Journal, M. Ed. Weyr a donné l'équation de l'enveloppe des cordes de longueur constante d'une ellipse. L'auteur se propose, dans le travail actuel, de traiter la même question pour une courbe quelconque. La solution qu'il donne de cette intéressante question s'appuie sur une forme remarquable, qu'on peut donner à l'équation aux carrés des différences, en s'appuyant sur les principes de la théorie des invariants. L'enveloppe cherchée est la classe $2n(n-1)$. L'auteur fait l'application aux courbes du deuxième et du troisième ordre.

CURTZE (M.). — *Reliquiæ Copernicanæ. I. Sur quelques No-*

(1) Voir *Bulletin*, t. VI, p. 247.

tices de Copernic dans le Λεξικὸν κατὰ στοιχεῖον *de Johannes Crastonus* (*Mutinæ*, 1499). II. *Notice sur l'édition* princeps *d'Euclide, de* 1482 (*formant une contribution à l'histoire de la trisection de l'angle*). III. *Extrait des* Tabule Astronomice *Alfonsi Regis, et des* Tabule directionum profectionumque, *etc., de Johannes Regiomontanus.* (2 art., 6-27 p.)

Van Geer. — *Sur quelques propriétés des surfaces du second degré.* (8 p.)

Worpitzky. — *Sur l'évaluation de l'intégrale* $\int_0^\infty \frac{x^{a-1}\,dx}{x+\mu}$. (2 p.)

Calcul de cette intégrale par la méthode des contours.

Schmidt (W.). — *Sur la solution de l'équation* $t^2 - \mathrm{D}u^2 = \pm 4$, *où* D *est un nombre positif impair non carré.* (2 p.)

Heger (R.). — *Démonstration simple de la relation communiquée au tome XVI de ce Journal entre les coordonnées homogènes planes.* (1 p.)

Curtze (M.). — *Quelques remarques sur le Mémoire de M. Steinschneider : « Thabit (Thebit) ben Korra » (t. XVIII de ce Journal).* (1 p.)

Oumof (N.). — *Un théorème sur les actions réciproques à des distances finies.* (18 p.)

Milinowski. — *Sur l'hypocycloïde à trois rebroussements.* (23 p.)

Développement par une voie élémentaire de la théorie de cette courbe célèbre, étudiée par Steiner, Cremona, Clebsch, Painvin, etc.

Enneper (A.). — *Sur les coniques osculatrices des courbes planes.* (16 p.)

L'auteur, après avoir rappelé les recherches antérieures et en particulier celles d'Ampère, qui se trouvent au XIV^e cahier du *Journal de l'École Polytechnique* : « Sur les avantages qu'on peut retirer, dans la théorie des courbes, de la considération des paraboles osculatrices, avec des réflexions sur les fonctions différentielles dont la valeur ne change pas lors de la transformation des axes », traite la question analogue pour les coniques quelconques, par une méthode qui paraît très-appropriée à la nature de ce problème. Il se sert des expressions, dues à Euler, des coordonnées d'un point de la courbe en fonction de l'angle de la tangente avec l'axe des x et du rayon de courbure. On peut ainsi achever les calculs et obtenir plusieurs résultats précis.

Burmester (L.). — *Recherches géométriques et cinématiques sur le mouvement d'un système plan qui se meut en restant semblable à lui-même.* (16 p.)

L'auteur commence par considérer le cas où deux points du système se meuvent sur deux lignes droites en décrivant des longueurs proportionnelles sur ces droites, ce qui donne lieu à d'intéressantes propositions.

En particulier, citons la proposition suivante, rencontrée aussi par M. Petersen : « Les cercles circonscrits aux quatre triangles qu'on peut former avec quatre droites se coupent en un même point. »

Il traite aussi le cas où deux points du système décrivent des courbes semblables.

Heger (R.). — *De la génération des courbes du troisième et du quatrième ordre par deux systèmes collinéaires de rayons.* (7 p.)

Matthiessen (L.). — *Démonstration élémentaire de deux théorèmes connus d'Optique.* (4 p.)

Ritsert (E.). — *De la forme de la courbe que déterminent des corps légers adhérents qui s'accumulent sur une surface.* (2 p.)

Supposons que la surface soit un cylindre à axe horizontal; des flocons de neige s'accumulent sur le cylindre et lui constituent une enveloppe cylindrique dont l'auteur étudie la forme en faisant abstraction du glissement qui pourrait être dû au poids. La courbe extérieure est un limaçon de Pascal.

Milinowski. — *Détermination de l'ordre et de la classe de la développée d'une courbe du $n^{ième}$ ordre.* (2 p.)

L'auteur tient compte du cas où la courbe passe par les points à l'infini sur le cercle.

Schell (W.). — *Sur les accélérations des points d'un système plan invariable qui se déplace dans son plan.* (20 p.)

L'auteur étudie, par une voie entièrement géométrique, les propriétés que l'on doit à M. Bresse ([1]), et il développe plusieurs conséquences nouvelles de ces propriétés.

MILINOWSKI. — *Sur la théorie des involutions cubiques et biquadratiques.* (14 p.)

Ce travail contient une étude détaillée de ces involutions à l'aide de la Géométrie pure et des méthodes de transformation des figures dues à Steiner.

NÄGELSBACH (H.). — *Sur le calcul direct des nombres de Bernoulli.* (15 p.)

L'auteur démontre plusieurs formules connues, et en donne de nouvelles, en s'appuyant sur quelques identités entre les coefficients du développement d'une fraction rationnelle suivant les puissances de la variable.

POCHHAMMER (L.). — *Sur l'évaluation de l'expression* ΔF *et la formation des équations différentielles des milieux élastiques isotropes en coordonnées curvilignes orthogonales.* (8 p.)

ZIMMERMANN (H.). — *Du mouvement relatif de deux surfaces de révolution qui demeurent en contact.* (17 p.)

L'auteur étudie successivement le cas où les surfaces se touchent en un et en deux points.

ECKARDT (E.). — *Une propriété de la surface hessienne d'une surface du troisième ordre.* (3 p.)

CURTZE (M.). — *Le livre supposé d'Euclide sur la balance.* (1 p.)

SCHLÖMILCH (O.). — *Sur la construction des lignes ovales.* (2 p.)

KÖTTERITZSCH (Th.). — *Sur la question des systèmes de coordonnées isothermes.* (6 p.)

L'auteur arrive à cette conclusion, qui nous paraît inexacte : « Un système de surfaces isothermes constitue toujours une famille d'un système triple orthogonal. »

MATTHIESSEN (L.). — *Sur l'Algèbre des Chinois.* (1 p.)

([1]) *Mémoire sur un théorème nouveau concernant les mouvements plans et sur l'application de la Cinématique à la détermination des rayons de courbure.* (*Journal de l'École Polytechnique,* t. XX, p. 89.)

Reuschle (C.). — *Sur les équations indéterminées du premier degré.* (1 p.)

Thomae (J.). — *Intégration d'une équation différentielle du second ordre par les séries de Gauss.* (13 p.)

Cette équation est la suivante :

$$(1-x)(1-kx)\frac{d^2y}{(d\log x)^2}$$
$$-[\alpha+(\beta+\beta'+\delta-1)x+k(1-\alpha-\delta)x-(\beta+\beta')kx^2]\frac{dy}{d\log x}$$
$$+(tx+\beta\beta' kx^2)y=0.$$

Budde (E.). — *Sur les écarts que présentent les gaz, en particulier l'hydrogène, relativement à la loi de Mariotte.* (13 p.)

Simony (O.). — *Fondements d'une nouvelle théorie moléculaire dans l'hypothèse d'une seule matière et d'un seul principe de force* (suite). ([1]) (25 p.)

Nell. — *Sur la Géodésie supérieure.* (30 p.)

Démonstration nouvelle du théorème de Legendre sur les triangles géodésiques, et généralisation de ce théorème. Résolution des triangles sphériques.

Weihrauch (R.). — *Sur la théorie des déterminants.* (7 p.)

Weyrauch (J.). — *Étude historique et critique sur la Statique graphique.* (30 p.)

L'auteur commence par quelques considérations générales sur les Mathématiques, sur la Mécanique analytique et géométrique. Il examine ensuite la Statique géométrique, le Calcul graphique, et enfin la Statique graphique, dont il discute la méthode et les limites. Il termine par quelques observations sur le rôle de la nouvelle Géométrie dans l'art de l'ingénieur et sur l'importance pratique de la Statique graphique.

Silldorf. — *Sur les faisceaux de courbes gauches du troisième ordre et sur les complexes de rayons.* (26 p.)

Ce travail contient, à un double point de vue, l'étude des cubiques gauches tracées sur une même quadrique, et ayant quatre points communs, réels ou imaginaires.

([1]) Voir *Bulletin*, t. VI, p. 251.

Oumof (N.). — *Formation des équations du mouvement de l'énergie dans les corps continus.* (14 p.)

Becker (J.-C.). — *Démonstration nouvelle et généralisation d'un théorème fondamental sur les surfaces des polyèdres.* (2 p.)

Schubert (J.). — *Relations entre les projections du dodécaèdre et de l'icosaèdre réguliers.* (2 p.)

Schlömilch (O.). — *Généralisation d'un théorème de Géométrie de Fermat.* (1 p.)

Puluj (J.). — *Sur la détermination de la constante de frottement de l'air en fonction de la température.* (1 p.)

Burmester (L.). — *Recherches géométriques et cinématiques sur le mouvement d'un système plan variable* (2e article). (27 p.)

Après avoir examiné le cas où le système se déplace en restant semblable à lui-même, l'auteur aborde des hypothèses beaucoup plus générales, par exemple, celle de l'*affinité* entre toutes les positions du système.

Grube (F.). — *Sur quelques théorèmes d'Euler relatifs à la théorie des formes quadratiques.* (27 p.)

Finger (J.). — *Sur le moment relatif de rotation d'un volant en mouvement.* (16 p.)

Weyrauch (J.). — *Équation de la ligne élastique des verges rectilignes chargées d'une manière quelconque, sous l'action simultanée de forces horizontales (axiales).* (14 p.)

Schilke (E.). — *Sur le complexe des axes d'une surface du second ordre.* (14 p.)

Étude de cette question par la Géométrie analytique. L'auteur obtient ainsi les résultats connus.

Parmi les analyses que renferme le *Bulletin* (*Literaturzeitung*), annexé à ce volume, nous citerons celles des Ouvrages suivants :

Le Calendrier de Cordoue de l'année 961 ; texte arabe et ancienne traduction latine. Publié par R. Dozy. Leyde, 1873, in-8, VIII-117 p.

Theorie und Darstellung der Beleuchtung gesetzmässig gestalteter Flächen. Von Dr. L. Burmester. Leipzig, Teubner, 1871.

Elemente der analytischen Geometrie der Ebene in trilinearen Coordinaten. Von L. Schendel. Iena, 1874.

Regiomontanus (Joh. Müller aus Königsberg in Franken), ein geistreicher Vorlaüfer des Columbus. Von Al. Ziegler. Dresden, 1874.

Zur Erinnerung an Jacob Steiner. Von Dr. C.-F. Geiser. Zürich, 1874.