BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 8 (1875), p. 115-148

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1875__8__115_0>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

MATHEMATISCHE ANNALEN, herausgegeben von C. NEUMANN (¹).

T. VI; 1873.

CLEBSCH (A.). — *Sur la théorie des caractéristiques.* (15 p.)

Dans ce Mémoire se trouve contenue une démonstration du fait si remarquable, signalé par M. Chasles et vérifié par lui dans une foule de cas, que le nombre des coniques d'un système (μ, ν), satisfaisant à une condition donnée, est de la forme $\mu a + \nu b$. La seule restriction que comporte la démonstration est relative au cas où la condition qui doit être faite ne contient pas les éléments qui servent à la détermination du système. Par exemple, elle ne comprend pas le cas où les coniques seraient assujetties à toucher une courbe où la nouvelle condition consisterait en ce que la conique cherchée dût toucher la courbe en un nouveau point.

GUNDELFINGER (S.). — *Généralisation d'un principe de représentation établi par Clebsch, et ses applications.* (7 p.)

Dans son très-important Mémoire sur la représentation symbolique des formes algébriques, Clebsch a indiqué un théorème qui permet de déduire des invariants d'une forme à r variables ceux d'une forme à $r+s$ variables entre lesquelles existent s relations du premier degré. L'auteur généralise cette proposition, et il en fait différentes applications à l'étude des points d'intersection d'une courbe ou d'une surface du troisième ou du quatrième degré avec une droite, et à des questions analogues pour n variables.

GORDAN (P.). — *Sur la résolution des équations linéaires à coefficients réels.* (6 p.)

L'auteur considère un système de s équations linéaires et homogènes à r inconnues, et il recherche sous quelles conditions le système peut être vérifié par des valeurs positives de toutes les inconnues. Le travail contient la solution complète de la question proposée.

(¹) Voir *Bulletin*, t. VIII, p. 78.

Wiener (Chr.). — *Sur un problème de la Géométrie de situation.* (4 p.)

L'auteur se propose de faire connaître un procédé général, par lequel on pourra toujours sortir d'un labyrinthe.

Brill (A.). — *De la correspondance des systèmes de points sur une courbe quelconque.* (33 p.)

M. Chasles a étendu, comme on sait, le principe de correspondance entre deux objets variables aux points d'une courbe unicursale [1].

M. Cayley a, depuis, donné sans démonstration l'équivalent du principe de correspondance pour une courbe quelconque, et il a fait de nombreuses applications de cette extension. L'auteur se propose de démontrer les formules de M. Cayley, et il établit la proposition suivante :

« S'il existe, entre les coordonnées de deux points variables d'une courbe f de genre p, une relation telle qu'à chaque point y corresponde une courbe coupant γ fois la courbe f au point y, un certain nombre de fois en des points fixes de f, et en $\varkappa$ points x variables et distincts de y ; si en outre à chaque point x correspond une courbe coupant f en λ points variables et distincts de x ; si de plus il existe entre les deux points une autre relation pour laquelle les nombres analogues soient γ', $\varkappa'$, λ', le nombre des points satisfaisant

(1) Qu'il nous soit permis toutefois de présenter une remarque sur cette extension, remarque qui, croyons-nous, n'a pas été faite, et qui pourrait induire en erreur les géomètres qui appliqueraient sans attention ce principe de correspondance entre deux points d'une courbe unicursale. Si entre deux points d'une courbe unicursale il existe une correspondance (μ, ν), en général le nombre des points coïncidant avec leurs correspondants sera bien $\mu + \nu$; mais il pourra être beaucoup plus grand. Soient en effet t, t' les valeurs du paramètre fixant la position des points sur la courbe. Dans le cas d'une correspondance (μ, ν), il existera entre t, t' une relation de la forme

$$\begin{pmatrix} \mu, \nu \\ t, t' \end{pmatrix} = 0,$$

et il n'y aura que $\mu + \nu$ valeurs de t, telles que $t = t'$; mais il n'est pas nécessaire que les valeurs des paramètres t, t' soient les mêmes pour qu'il y ait coïncidence. Si θ, θ' sont les deux valeurs de t correspondant à un point double, et que l'équation précédente soit vérifiée quand on y substitue θ, θ' à t, t', il y aura coïncidence en un point double de la courbe. Il faut donc énoncer l'extension de la manière suivante : Le nombre des points coïncidants, correspondant à la même valeur du paramètre, est $\mu + \nu$.

à ces deux conditions sera

$$\varkappa\lambda' + \lambda\varkappa' - 2p\gamma\gamma'. »$$

Le Mémoire se termine par de nombreuses applications.

Brill (A.). — *Note sur les tangentes doubles d'une courbe du quatrième ordre à un point double.* (6 p.)

Bobylef (D.). — *Quelques considérations sur les équations de l'Hydrodynamique.* (13 p.)

L'auteur s'est proposé de tenir compte du frottement et de voir quelles modifications l'introduction de cette force apporterait aux résultats de M. Helmholtz. Il exprime les équations de l'Hydrodynamique en coordonnées curvilignes quelconques.

Schröter (H.). — *Sur les courbes du troisième ordre.* (27 p.)

Klein (F.). — *Sur la Géométrie non-euclidienne.* (34 p.) [1].

Weber (H.). — *Sur la représentation d'une fonction arbitraire au moyen des fonctions de Bessel.* (16 p.)

Mayer (A.). — *Sur la méthode de M. Lie pour l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre.* (35 p.)

Notice *sur* Rudolf-Friedrich-Alfred CLEBSCH. (6 p.)

Clebsch (A.). — *Sur une nouvelle forme élémentaire dans la Géométrie analytique du plan.* (13 p.)

Nous reproduirons cet important travail, que l'auteur, à notre grand regret, n'a pu développer complétement.

Clebsch (A.). — *Sur la théorie des surfaces de Riemann.* (15 p.)

L'auteur reprend la démonstration d'un beau théorème de M. Lüroth, propre à diminuer les difficultés que l'on rencontre dans la représentation des surfaces correspondant aux fonctions abéliennes les plus générales. Ce travail est peu susceptible d'analyse; il nous a paru que les surfaces de Riemann y jouent un rôle secondaire, et que tous les théorèmes pourraient s'exprimer avec le mode de représentation ordinaire, tel qu'il a été adopté dans la théorie des fonctions abéliennes de MM. Clebsch et Gordan.

---

[1] Voir *Bulletin*, t. II, p. 341, et t. III, p. 344.

Ascoli (G.). — *Sur les séries trigonométriques.* (10 p.)

Sturm (R.). — *Sur les courbes et les surfaces podaires, sur les normales et les plans normaux.* (23 p.)

Ce travail étendu contient un grand nombre de résultats relatifs aux nombres qu'il y a à déterminer, à l'ordre et à la classe des différentes courbes et surfaces podaires, des enveloppes des points normaux à une courbe, etc.

Rosanes. — *Sur les systèmes linéaires de coniques.* (49 p.)

Étude de cette question très-importante, qui a fait l'objet d'une Communication de M. Smith à la Société Mathématique de Londres, d'un Ouvrage de M. Picquet ([1]) et d'une Communication de M. Darboux, insérée au t. I, p. 348 de ce *Bulletin*. Le travail de M. Rosanes contient un grand nombre de résultats obtenus par les méthodes de l'Algèbre moderne. Nous citerons l'étude du réseau, celle du système linéaire formé avec quatre coniques, de leur forme canonique, etc.

Meyer (G.-F.). — *Sur un théorème relatif à la valeur moyenne des intégrales de M. du Bois-Reymond.* (6 p.)

L'auteur paraît ignorer que cette proposition, généralisation d'un théorème d'Abel sur les séries, a déjà été donnée par M. Bonnet (*Journal de Liouville*, 1re série, t. XIV, p. 249). Il en déduit plusieurs conséquences.

Lüroth (J.). — *Remarque sur la continuité.* (2 p.)

Cet article contient une très-élégante démonstration de la proposition suivante : « Si une fonction de deux variables est continue pour tous les points d'une courbe et pour tous les points à l'intérieur, on pourra diviser l'aire de cette courbe en petits compartiments, tels que, à l'intérieur de chacun d'eux, deux valeurs quelconques de la fonction diffèrent de moins de ε, ε étant pris aussi petit qu'on le veut. »

Schlegel (V.). — *Sur la génération mécanique des courbes.* (9 p.)

Extension des belles recherches de Grassmann, contenues aux

([1]) Voir *Bulletin*, t. III, p. 65.

tomes 36 et 42 du *Journal de Crelle*. (*Voir* aussi *Bulletin*, p. 86 de ce volume.)

NEUMANN (C.). — *Sur la théorie des aimants dits* constants. (12 p.)

NEUMANN (C.). — *Sur quelques formules de M. Helmholtz, relatives à l'induction magnétique et à l'induction voltaïque.* (8 p.)

Ce dernier travail est consacré à une polémique avec M. Helmholtz, polémique dont nous avons déjà entretenu nos lecteurs sans émettre une opinion personnelle, et où M. Helmholtz a rencontré comme contradicteurs à la fois MM. Bertrand et Neumann.

NEUMANN (C.). — *Note sur le Mémoire intitulé : « Sur la loi élémentaire des forces d'origine électrodynamique »*. (1 p.) [1].

NÖTHER (M.). — *Sur une proposition de la théorie des fonctions algébriques.* (9 p.)

Ce travail a pour but de combler une lacune qui se rencontre dans un théorème fréquemment employé, et dont voici l'énoncé :

« Si une courbe f passe par tous les points d'intersection de deux courbes φ et ψ, son équation est de la forme

$$0 = f \equiv A\varphi + B\psi,$$

où A et B sont des fonctions entières.

Les démonstrations ordinaires ne supposent pas que les points communs à φ et à ψ soient des points multiples de l'une ou l'autre des courbes. Nous ajouterons qu'elles négligent même le cas où il y aurait des points confondus en un seul.

L'auteur examine comment on doit entendre et démontrer le théorème dans l'hypothèse de points multiples communs aux deux courbes.

ENNEPER (A.). — *Sur une intégrale définie.* (6 p.)

KORKINE (A.) et ZOLOTAREFF (G.). — *Sur les formes quadratiques.* (24 p.)

Les auteurs traitent de la théorie arithmétique; ils admettent des

---

[1] Voir *Bulletin*, t. VIII, p. 91.

formes à coefficients *quelconques* de déterminant — D, et cherchent les différents minima qu'elles peuvent présenter quand ces coefficients varient d'une manière continue. Ce travail est l'extension de celui que les auteurs ont publié au tome V de ce Journal.

Clausius (R.). — *Sur quelques relations entre les éléments du mouvement produit par les forces centrales.* (26 p.)

L'auteur se propose d'étendre aux mouvements les plus généraux produits par les centres attractifs les propositions qu'il a démontrées antérieurement, les relations entre l'ergiel, l'énergie et la force vive qu'il a fait connaître (t. IV, p. 231 de ce Journal) pour le cas où ces mouvements s'accomplissent dans des courbes fermées. Il saisit cette occasion pour revenir sur les propositions qu'il a données, les comparer à celles de M. Lipschitz (¹), et indiquer en quoi ses propositions diffèrent de celles qui avaient été précédemment données.

Pour ce qui concerne les forces centrales, il étend les équations qu'il a fait connaître au cas nouveau qu'il considère, et il fait ensuite l'application des formules générales, en supposant que l'attraction soit proportionnelle à une puissance quelconque de la distance.

Lipschitz (R.). — *Théorèmes appartenant au domaine commun de la Géométrie et de la Mécanique.* (20 p.)

Applications et extension des belles recherches dont l'auteur a rendu compte à nos lecteurs(²). Examen du cas où un système n'est soumis à l'action d'aucune force, et où il y a une seule équation de liaison.

Clebsch (A.) et Gordan (P.). — *Sur les formes cubiques ternaires.* (77 p.)

La théorie des formes cubiques ternaires a joué un rôle important dans le développement de l'Algèbre moderne. M. Hesse, par ses études sur les points d'inflexion, a marqué les débuts de cette théorie. M. Aronhold lui a consacré un travail important dans le 39ᵉ volume du *Journal de Crelle*. M. Cayley, en 1856, dans son troisième Mémoire sur les *Quantics*, a encore ajouté aux résultats déjà obtenus.

(¹) Voir *Bulletin*, t. III, p. 349, la Lettre de M. Lipschitz.

(²) Voir *Bulletin*, t. IV, p. 97, 142, 212, 297.

Enfin, en 1858, dans le 55e volume du *Journal de Crelle*, M. Aronhold a pris les formes cubiques ternaires comme exemple de sa méthode symbolique de notation, et il a développé toute la théorie dans ce travail, devenu classique.

Depuis M. Gordan a obtenu un théorème très-important et montré que, dans le cas actuel, il existe un système complet de formes, en fonction entière desquelles s'expriment toutes les autres. Il suffit, pour obtenir ce système complet, d'ajouter aux formes de M. Aronhold, outre celles qui ont été trouvées par MM. Brioschi et Hermite ([1]), seulement cinq formes nouvelles. Cela résulte du travail actuel, qui a surtout pour but la formation d'un système complet d'invariants qui puisse servir de base aux recherches ultérieures.

La première Section comprend l'étude des formes les plus simples. La deuxième comprend celles qu'on peut former en prenant les covariants d'une fonction linéaire de la forme et de son covariant cubique. La troisième comprend l'étude des formes sur lesquelles MM. Brioschi et Hermite ont appelé l'attention, et que les auteurs appellent des *combinants*. La quatrième Partie traite surtout des formes *adjointes de la théorie*, et établit ainsi la liaison entre les résultats relatifs aux courbes du troisième ordre et ceux qui sont relatifs aux courbes de la troisième classe.

STURM (R.). — *Le problème de la projectivité dans l'espace.* (38 p.)

Voici l'énoncé du problème que s'est proposé l'auteur :

« Étant donnés dans l'espace deux groupes composés du même nombre de points, qui se correspondent deux à deux, les points correspondants de chaque groupe étant désignés par le même indice, trouver deux droites se correspondant, et telles que les plans passant par l'une d'elles et les points du premier système forment un faisceau projectif (homographique) aux plans passant par l'autre et les points correspondants du second système. »

Pour les cas où le nombre des points ne dépasse pas sept, ce problème a été traité par M. Müller. M. Sturm le résout dans tous les cas.

([1]) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1863. — *Journal de Borchardt*, t. 63.

KLEIN (F.). — *Sur les surfaces du troisième ordre.* (31 p.)

La méthode employée par l'auteur pour se rendre compte des différentes formes de ces surfaces est très-ingénieuse. Imaginons une courbe du troisième ordre à point double; par une légère modification dans les coefficients de son équation, on la transformera en une courbe générale très-voisine de la courbe à point double; on peut de même se rendre compte des formes des surfaces du troisième ordre en partant de celles qui ont des points doubles, et en passant de là aux surfaces infiniment voisines, qui ont un nombre moindre de points doubles ou qui n'en ont plus.

Cette méthode exige une étude préalable, mais relativement simple, des surfaces cubiques à point double.

AFFOLTER (Fr.-G.). — *Sur la construction des polygones réguliers due à v. Staudt et à Schroter.* (10 p.)

AFFOLTER (Fr.-G.). — *Construction des polygones réguliers de sept et de treize côtés.* (5 p.)

AFFOLTER (Fr.-G.). — *Sur le problème de Malfatti.* (6 p.)

THOMAE (J.). — *Représentation, au moyen de fonctions algébriques, du quotient de deux fonctions Θ, dont les arguments diffèrent du tiers des modulés de périodicité totaux.* (10 p.)

STOLL. — *Sur le problème d'Apollonius.* (20 p.)

Il s'agit de construire un cercle touchant trois cercles donnés.

IGEL (B.). — *Sur les courbes planes du troisième ordre à un point double.* (10 p.)

ČASOPIS PRO PĚSTOVÁNÍ MATHEMATIKI A FYSIKY [1].

T. II; 1873 (suite).

KREJČÍ (J.). — *Principes de cristallographie mathématique.* (3 art.; 31 p.)

Suite des articles publiés dans le volume précédent [2].

STRNAD (Al.). — *Théorème général sur les fonctions.* (2 p.)

---

[1] Voir *Bulletin*, t. VII, p. 260.

[2] Voir *Bulletin*, t. VI, p. 89.

Démonstration courte et simple du théorème que M. Moret-Blanc a traité avec un peu plus de détails dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 2e série, t. XI, 1872, p. 469.

Zahradník (K.). — *Sur les formules goniométriques.*

Cette Note contient une petite extension des règles mnémoniques données par le Dr Brehm, dans les *Archives de Grunert.*

Blažek (G.). — *Sur les équations différentielles des surfaces enveloppes.* (6 p.)

L'auteur donne une méthode directe et rapide pour établir les équations d'où, par l'élimination des paramètres arbitraires de la surface génératrice, on déduit l'équation différentielle de l'enveloppe.

Zahradník (K.). — *Sur les symboles de la Géométrie analytique et sur leur usage.* (2 art.; 22 p.)

Le but de l'auteur est de développer le plus brièvement et le plus clairement possible les théorèmes principaux de la nouvelle Géométrie d'après la symbolique de Plücker. Le premier article est divisé en deux Parties, dont l'une traite des faisceaux harmoniques et involutoires, et l'autre de l'application de la première à divers problèmes connus. Dans quelques-unes des questions, le mode de démonstration présente beaucoup d'idées nouvelles.

Zahradník (K.). — *Sur les courbes cissoïdales.* (2 p.)

Si, pour engendrer une cissoïde, on prend, au lieu du cercle et de sa tangente, une conique quelconque et une de ses sécantes, on peut obtenir de cette manière une courbe quelconque du troisième ordre et de la quatrième classe. Le mode de génération de ces courbes étant complétement analogue à celui de la cissoïde, l'auteur leur a donné le nom de *courbes cissoïdales.* L'étude de cette question est faite au moyen d'un paramètre uniforme (*eindeutig*).

Strnad (Fr.). — *Quatre théorèmes sur les ellipses et les ellipsoïdes.* (5 p.)

L'auteur démontre quatre théorèmes énoncés par M. Siacci, dans le *Giornale di Matematiche,* t. XI, p. 121 [1].

Weyr (Em.). — *Sur le cercle des neufs points.* (1 p.)

---

[1] Voir *Bulletin*, t. VI, p. 111.

SOBIČKA (J.). — *Sur la construction des triangles rationnels.*

ZENGER (K.-V.). — *Sur l'action des conducteurs distribués symétriquement.* (4 p.)

Traduction d'une Lettre de l'auteur à la Commission des paratonnerres de l'Académie des Sciences de Paris [1].

SEYDLER (A.). — *Sur le magnétisme terrestre.* (17 p.)

Ce Mémoire contient une revue succincte des points principaux de la théorie du magnétisme terrestre, sans prétendre donner aucun résultat nouveau.

ČUBR (E.). — *Contribution à la théorie des instruments de reflexion.* (3 p.)

On voit que, sur un miroir de verre, le rayon de lumière a d'abord à subir une réfraction, et ensuite une réflexion. Le résultat de ces circonstances est que les rayons issus d'un point lumineux et arrivant sur le miroir partent de celui-ci, comme s'ils avaient été simplement réfléchis par une surface de révolution, ayant pour axe la perpendiculaire abaissée du point lumineux sur le miroir, et dont la courbe génératrice, rapportée à la section du miroir comme axe des abscisses et à la perpendiculaire comme axe des ordonnées, a pour équation

$$xy = (e+y)\sqrt{\frac{d^2 - n^2y^2}{n^2 - 1}},$$

e étant la distance du point lumineux au miroir, d l'épaisseur du verre, et n son indice de réfraction.

Dans le cas des rayons parallèles, celui qui se présente le plus fréquemment, la surface se change en un plan parallèle aux faces planes du miroir, et dont la position dépend de l'angle d'incidence.

D'après cela, dans les instruments de réflexion à miroir tournant, comme dans le sextant, dans les prismes croisés de Pistor et Martins, dans la règle de Fallon, le plan réfléchissant propre est toujours excentrique, lors même, comme cela a lieu le plus souvent, que l'axe de rotation est à une distance de la surface non étamée égale aux deux tiers de l'épaisseur du verre.

---

(1) Voir *Comptes rendus de l'Académie des Sciences,* t. LXXV, nº 16, p. 868.

La Note démontre maintenant que cette excentricité n'exerce absolument aucune influence sur l'exactitude des angles mesurés.

STRNAD (Al.). — *Sur les normales à une certaine espèce de courbes.* (3 p.)

L'auteur traite de la construction des normales aux courbes engendrées au moyen d'une longueur constante ou d'un angle constant, et s'appuie dans cette recherche sur les travaux de M. Hermite (*Cours d'Analyse*, Ire Partie), et de M. Schlömilch (*Zeitschrift für Math. u. Phys.*; 1871).

STUDNIČKA (F.-J.). — *Sur l'origine commune de quelques intégrales définies.* (6 p.)

L'auteur fait voir comment, de la formule de Minding

$$\int_0^\infty \frac{x^{m-1}\,dx}{x^n + e^{a\sqrt{-1}}} = \frac{\pi}{n}\,\frac{e^{\sqrt{-1}\left(\frac{m}{n}-1\right)a}}{\sin\frac{m}{n}\pi},$$

on peut déduire une multitude d'intégrales définies, données par Euler, Cauchy, Legendre et autres.

WEYR (Em.). — *Sur les développées des courbes planes.* (4 p.)

Cet article expose les singularités connues de la développée d'une courbe plane du $n^{\text{ième}}$ ordre présentant elle-même différentes singularités.

STUDNIČKA (F.-J.). — *Contribution à la théorie des déterminants.* (3 p.)

L'auteur démontre qu'un déterminant s'évanouit lorsque les différences de deux lignes parallèles sont entre elles dans un rapport constant, ou lorsque les $l^{\text{ièmes}}$ différences de la $(l+1)^{\text{ième}}$ ligne sont dans un rapport constant avec les $m^{\text{ièmes}}$ différences de la $(m+1)^{\text{ième}}$ ligne.

— Ce volume contient en outre des énoncés de problèmes de Mathématiques et de Physique et leurs solutions.

Il donne, de plus, un *Bulletin bibliographique,* où l'on trouve, entre autres, une liste assez complète des écrits publiés sur le Calcul des probabilités et la méthode des moindres carrés.

T. III; 1874.

Weyr (Ed.). — *Sur la relation de deux plans en vertu de laquelle ces plans peuvent être représentés semblablement dans leurs parties infiniment petites* (*relation isogonale*). (24 p.)

Si les points de deux plans se correspondent suivant une loi quelconque, les figures correspondantes sont collinéaires dans leurs parties infiniment petites. En partant de là, l'auteur trouve géométriquement, avec une grande facilité, la solution, donnée pour la première fois par Gauss, du problème de représenter deux surfaces quelconques l'une sur l'autre semblablement dans leurs parties infiniment petites. Vient ensuite la réponse à cette question : « Sous quelles conditions est-il possible de représenter isogonalement un plan sur un autre plan, de manière que, à une série de courbes *donnée* simplement infinie, corresponde un système de droites parallèles ? » On trouve que, pour cela, la série de courbes donnée doit être un système de lignes isothermes (de Lamé). Il en résulte encore que la détermination des trajectoires orthogonales d'un système isothermique de courbes peut toujours s'effectuer au moyen des quadratures. Toutes ces considérations sont éclaircies par de nombreux exemples, empruntés la plupart aux *Leçons sur les coordonnées curvilignes* de Lamé.

Weyr (Em.). — *Sur les courbes planes rationnelles du troisième ordre.* (3 art., 15-9-6 p.)

L'auteur a réuni dans ce Mémoire les résultats obtenus par lui concernant ces courbes, et qui se trouvaient dispersés dans plusieurs Recueils scientifiques.

Hervert (J.). — *Nouvel électromètre à miroir.* (5 p.)

Cet article traite du nouvel électromètre à miroir de Thomson, construit dans l'établissement des frères Elliot, à Londres. Le mode d'action de l'instrument est expliqué par l'influence des plaques en biseau, et l'on constate par des expériences que sa sensibilité surpasse de beaucoup celle des électromètres de Hankel, de Kohlrausch, etc.; en sorte que cet électromètre de Thomson mérite la préférence sur tous les autres pour l'étude de l'électricité atmosphérique.

Hejzlar (Fr.). — *Sur les premières Tables logarithmiques.* (12 p.)

Dans cette Notice l'auteur reproduit l'opinion généralement admise, suivant laquelle Gellibrand serait l'auteur des Tables de la *Trigonometria Britannica*. Un passage de la Préface de Gellibrand, cité dans le *Bulletin* ([1]), établit d'une manière péremptoire l'inexactitude de cette assertion.

Studnička (F.-J.). — *Contribution à la théorie des fractions continues.* (10 p.)

L'auteur commence par exprimer, sous forme de déterminants, les numérateurs et les dénominateurs des fractions convergentes; il développe ensuite les règles pour la détermination des valeurs de ces fractions convergentes, et termine par une nouvelle solution du problème traité par Clausen dans le *Journal de Crelle*, t. 3, p. 85.

Krejčí (J.). — *Principes de cristallographie mathématique.* (3 art., 8-3-9 p.)

Suite des articles sur le même sujet, publiés dans les deux premiers volumes de ce Journal.

Čubr (Em.). — *Sur les étalons de mesures.* (12 p.)

Ce travail contient d'abord une Introduction sur les étalons de mesures en général; puis il donne l'historique succinct des plus importants, tels que la toise, le yard, les deux étalons prussiens de 1816 et de 1839. Vient ensuite l'histoire du système métrique, précédée de considérations sur les mesures *naturelles*. L'auteur s'occupe particulièrement des mètres en verre de Steinheil, dont l'un doit servir de base au système des mesures autrichiennes. On sait que le système métrique deviendra obligatoire en Autriche à partir du 1er janvier 1876.

Zahradník (K.). — *Sur les symboles de la Géométrie analytique et sur leur emploi.* (3 art., 5-11-8 p.)

L'auteur développe les formules connues de la Géométrie analytique en coordonnées de lignes, en faisant usage de la notation abrégée ou symbolique.

Studnička (F.-J.). — *Contribution à l'Arithmétique politique.* (11 p.)

([1]) Voir t. VII, p. 122.

Čubr (Em.). — *Le rayon d'inertie et l'ellipse centrale.* (5 p.)

Le moment d'inertie d'un plan par rapport à un axe quelconque situé dans ce plan peut, comme on sait, par analogie avec le moment statique, s'exprimer par le produit pr^2, p désignant l'aire de la surface, et r une certaine longueur appelée *rayon d'inertie.* En écrivant ce produit sous la forme

$$\frac{p}{2}(+r)^2 + \frac{p}{2}(-r)^2,$$

on voit que, par un point quelconque d'une droite parallèle à l'axe et à la distance r de cet axe, il existe dans l'autre moitié une autre parallèle à la même distance, et que les deux moitiés peuvent être regardées comme engendrées par l'ensemble de ces parallèles.

Si maintenant l'axe d'inertie passant par le centre de gravité de l'aire tourne autour de ce centre, à chacune de ses positions correspondront des parallèles de cette nature, et l'on fait voir analytiquement que l'enveloppe de ces parallèles est une ellipse ayant pour centre le centre de gravité, et appelé *ellipse centrale.* Cette ellipse présente ce grand avantage, que l'on peut, par une construction géométrique très-simple, obtenir le moment d'inertie par rapport à tout axe passant par le centre de gravité.

L'auteur détermine les axes pour quelques formes simples de l'aire.

Šolín (J.). — *Principes de l'Arithmographie.* (3 art., 17-8-11 p.)

Ce Mémoire contient le développement, à la manière ordinaire, des principes fondamentaux du Calcul graphique, en ayant particulièrement égard à l'état actuel des connaissances géométriques.

Seydler (A.). — *Sur le calcul de Neptune.* (8 p.)

Exposition populaire de la découverte de M. Le Verrier.

Studnička (F.-J.). — *Le pendule cycloïdal et le pendule circulaire.* (5 p.)

Reproduction d'un article publié par M. V. Laudi dans le *Periodico di Scienze matematiche e naturali* [1]. (114 p.)

---

[1] Voir *Bulletin*, t. VII, p. 109.

Pánek (A.). — *Sur la transcendante logarithmique.* (7 p.)

L'auteur traite de la fonction introduite par Spence dans son *Essay on logarithmic Transcendents,* et il en déduit quelques théorèmes et quelques-unes des intégrales d'Euler et de Legendre.

Studnička (F.-J.). — *Sur l'attraction.* (7 p.)

Développement clair et élémentaire des principes connus de la théorie de l'attraction des masses, où l'auteur a mêlé des indications historiques.

Hejzlar (Fr.). — *Mesures barométriques des hauteurs.* (7 p.)

Démonstration simple de la formule connue pour la mesure des hauteurs par le baromètre.

Pánek (A.). — *Démonstration de la formule des miroirs.* (1 p.)

Au moyen des triangles semblables, l'auteur établit d'une manière très-simple l'équation fondamentale de la catoptrique.

Čubr (Em.). — *Sur les mesures de la Terre.* (32 p.)

Le Mémoire se compose de deux Parties : l'une historique, l'autre théorique et pratique.

La première Partie contient une exposition, par ordre chronologique, de toutes les mesures du degré de latitude, depuis celle d'Eratosthène jusqu'à la grande mesure russo-scandinave, dont les données sont comparées avec les résultats des calculs de Bessel. A la suite vient une courte Notice sur les mesures du degré de longitude.

La seconde Partie présente d'abord un tableau complet des dimensions de la Terre calculées d'après les mesures de degré, puis un exposé des principes de la nouvelle mesure européenne du degré.

La partie proprement théorique traite, dans ses trois Chapitres : 1° de la triangulation en général, avec une Notice historique préliminaire; 2° de la mesure des bases; 3° de la mesure des angles, avec un résumé de l'histoire des instruments servant à cette mesure.

Les matériaux contenus dans cette seconde Partie font particulièrement ressortir les progrès que les opérations géodésiques ont faits sous l'influence des travaux exécutés par les mesures de degré.

L'auteur a rédigé son Mémoire en puisant le plus souvent dans les ouvrages originaux et citant avec soin les sources.

Blažek (G.). — *Deux formules pour le volume du tétraèdre.* (3 p.)

Anonyme. — *Mélanges de Mathématiques.* (3 p.)

Formule de Trigonométrie. Remarque sur les équations du troisième et du quatrième degré.

— Le volume contient en outre des questions proposées et résolues et un Bulletin bibliographique. E. W.

ACTA UNIVERSITATIS LUNDENSIS. — LUNDS UNIVERSITETS ÅRS-SKRIFT. — In-4° (1).

Année 1869; t. VI.

Hill (C.-J.). — *Sur une formule générale de développement et sur les intégrales définies* (suite). (36 p.; fr.)

Continuation du Mémoire publié dans le volume précédent. Les notations particulières à l'auteur rendent la lecture de ce travail assez difficile pour les personnes qui ne sont pas familières avec les Ouvrages de M. Hill.

Bäcklund (A.-V.). — *Quelques théorèmes sur les normales aux courbes planes algébriques.* (38 p.; suéd.)

Ce Mémoire se divise en trois Chapitres :

I. Théorèmes généraux sur les courbes algébriques d'un même réseau ou d'une série d'indices déterminés.

II. Sur les développées des courbes algébriques.

III. Sur les rayons de courbure des courbes algébriques.

Voici quelques-uns des théorèmes démontrés par l'auteur :

« Le lieu des points dont les courbes correspondantes dans un réseau donné C_n coupent une courbe donnée C_m orthogonalement en quelque point est une courbe d'ordre $m(m+2n-2)$ et de classe $m(3m+4n-7)$; elle a $3m(2m+2n-5)$ points d'in-

---

(1) Voir *Bulletin*, t. III, p. 24.

flexion ; elle n'a pas de points de rebroussement, mais elle a $\frac{1}{2}m^2(m+2n)(m+2n-4)-\frac{2}{3}m(2n-3)$ points doubles. »

Théorèmes analogues pour le lieu des points dont les courbes correspondantes dans le réseau C_n touchent C_m.

« La développée d'une courbe C_m d'ordre m, sans points doubles ni cuspidaux, est de la classe m^2, de l'ordre $3m(m-1)$; elle n'a pas de tangentes d'inflexion; elle a une droite à l'infini comme tangente de rebroussement commune à m points cuspidaux. Elle possède en outre $\frac{1}{2}m^2(m^2-5)+2m$ tangentes doubles, $2m(3m-5)$ points cuspidaux et $\frac{3}{2}m(m^2-1)(m-2)-2m(m-3)$ points doubles.

» Sur une courbe donnée d'ordre m, sans points doubles ni cuspidaux, il y a au plus $m(m-1)(3m-4)$ points qui puissent être les centres de cercles osculant la courbe.

» Sur une courbe d'ordre m, sans points doubles ni cuspidaux, il y a, en général, $\frac{3}{2}m(m^2-1)(m-2)$ couples de points, tels que les deux points d'un même couple ont leurs normales de même direction et leurs rayons de courbure égaux.

» La courbe $C_m (m>2)$ a en général six groupes de tangentes parallèles, tels que les rayons de courbures $\rho_1, \rho_2, \ldots$ aux points de contact des tangentes d'un même groupe satisfont, en ayant égard aux signes de ces rayons, à l'égalité

$$\frac{1}{\rho_1\rho_2}+\frac{1}{\rho_1\rho_3}+\ldots+\frac{1}{\rho_2\rho_3}+\frac{1}{\rho_2\rho_4}+\ldots+\frac{1}{\rho_{m^2-m-1}\rho_{m^2-m}}=0.$$

» Elle a, en général, trois groupes de tangentes parallèles, pour chacun desquels on a

$$\frac{1}{\rho_1}+\frac{1}{\rho_2}+\frac{1}{\rho_3}+\ldots+\frac{1}{\rho_{m^2-m}}=0.$$

» Le rapport entre les rayons de courbure en deux points correspondants de deux courbes homologues, divisé par le rapport des cubes des segments compris, sur les tangentes en ces points, entre les points eux-mêmes et l'intersection des tangentes, est constant, etc., etc. »

Zeipel (V. von). — *Sur les coefficients monomiaux et les coefficients de facultés.* (57 p.; suéd.)

L'auteur étudie les propriétés des nombres $\mu_{r,n}$ déterminés par la relation générale

$$r\mu_{r-1,n} + (r+n)\mu_{r,n} = (\mu + 1)_{r,n},$$

et auxquels il donne le nom de *coefficients monomiaux*. Il établit, par exemple, que tout coefficient monomial $\mu_{r,n}$ est divisible par $1.2.3\ldots r$. Il passe ensuite aux propriétés des coefficients de facultés $\mu_{(p,r)}$, qu'il exprime au moyen des coefficients monomiaux.

Möller (Axel). — *Observations de planètes et de comètes, faites en* 1869, *à l'Observatoire de Lund.* (100 p.; suéd.)

Année 1870; t. VII.

Bruhns (C.). — *Détermination de la différence de longitude entre Berlin et Lund, exécutée, au moyen du procédé télégraphique, par le Bureau central de la mesure européenne du degré et par l'Observatoire de Lund, dans l'année* 1868. (51 p.; all.)

Möller (Axel). — *Observations de planètes et de comètes, faites en* 1870, *à l'Observatoire de Lund.* (74 p.; suéd.)

Anderson (Fr.). — *Détermination de l'orbite de la planète* (92) *Ondine, fondée sur les observations de trois apparitions.* (23 p.; suéd.)

Göransson (B.). — *Sur la capacité réelle des corps pour la chaleur.* (22 p.; suéd.)

L'auteur combat cette proposition de Clausius : « que la quantité de chaleur réellement existante dans un corps dépend uniquement de la température du corps, et non de l'arrangement de ses parties. »

Année 1871; t. VIII.

Möller (Ax.). — *Observations de planètes et de comètes, faites en* 1871, *à l'Observatoire de Lund.* (207 p.; suéd.)

Hill (C.-J.). — *Sur la règle de Fourier, pour les racines réelles.* (8 p.; suéd.)

Après avoir résumé la découverte de Fourier, l'auteur indique sur un exemple la disposition qu'il donne aux calculs.

Zeipel (V. von). — *Sur les déterminants dont les éléments sont des coefficients binomiaux, multipliés par certains facteurs.* (36 p.; suéd.)

1. Sur les déterminants dont les éléments sont des coefficients binomiaux consécutifs, multipliés par des facteurs consécutifs dans chaque colonne. — 2. Sur les déterminants de la forme

$$| m_k, (n+1), (p+2)(m+1)_1, \ldots, (q+k)(m+k)_{k-1}, \ldots, (u+r)(m+r)_{r-1} |.$$

3. Sur les déterminants de la forme

$$| m_k, (n+1)(m+1)_d, (p+1)(m+2)_{d+1}, \ldots, (u+r)(m+r)_{d+r-1} |.$$

4. Le déterminant

$$| 1, (q+1)_1, (m+1)(r+2)(m+2)_2, (s+3)(m+3)_3, \ldots |$$

est égal au produit $(q+m+1)(r+m+2)(s+m+3)\ldots$.

Bäcklund (A.-V.). — *Sur les courbes géométriques à double courbure.* (50 p.; suéd.)

1. Sur les points d'intersection des surfaces avec les courbes. — 2. Sur la dernière polaire d'une courbe géométrique par rapport à une surface donnée. — 3. Sur les surfaces d'un système linéaire, qui coupent orthogonalement une courbe donnée. — 4. Sur les normales et les plans normaux des courbes géométriques. — 5. Quelques théorèmes sur les rayons de courbure et de torsion des courbes géométriques.

Wijkander (A.). — *Calcul de l'orbite de la planète (117) Lomia.* (16 p.)

Année 1872; t. IX.

Möller (Ax.). — *Observations de planètes et de comètes, faites en 1872, à l'Observatoire de Lund.* (60 p.; suéd.)

Andersson (Fr.). — *Détermination de l'orbite de la planète* (86) *Sémélé.* (19 p.; suéd.)

Bäcklund (A.-V.). — *Contribution à la théorie des complexes de sphères.* (24 p.; suéd.)

Dans un Mémoire « Sur les complexes, en particulier sur les complexes de lignes et de sphères, avec application à la théorie des équations aux dérivées partielles » ([1]), Lie a montré comment tout complexe de sphères sert de base à une équation aux dérivées partielles du premier ordre, équation dont les intégrales ont les sphères du complexe pour *sphères principales* ([2]) de l'une des espèces, et dont les caractéristiques (dans le sens donné par Monge à ce mot) sont par conséquent des lignes de courbure des surfaces intégrales. Cette équation aux dérivées partielles du premier ordre s'appelle, pour abréger, l'*équation différentielle du complexe,* et ses intégrales les *intégrales du complexe.* Il y a deux problèmes sur les complexes de sphères, concernant surtout leurs équations différentielles, et que l'auteur se propose de traiter.

Le premier problème peut se formuler comme il suit : « Déterminer tous les complexes de sphères qui ont avec un complexe de sphères donné ∞^1 intégrales communes. » La solution de ce problème est exposée dans le paragraphe II. Il comprend comme cas particulier ce problème connu : Déterminer une surface qui, jointe avec une première surface donnée, forme le lieu des centres de courbure d'une surface, et la solution du premier problème est en partie analogue à celle du second, de sorte que le premier peut être considéré comme le problème correspondant au second dans une *variété* à quatre dimensions. Ce second problème est traité dans le paragraphe I, qui peut être, par suite, regardé comme une introduction au second.

L'autre problème sur les complexes de sphères, dont l'auteur s'est occupé, a pour objet la détermination de complexes de sphère ayant entre eux une série d'intégrales communes, qui puisse être une série d'un système orthogonal triplement infini. Dans le para-

([1]) *Mathematische Annalen,* t. V. — Voir *Bulletin,* t. VIII, p. 81.

([2]) On entend par *sphère principale* d'une surface une sphère ayant avec la surface un contact stationnaire.

graphe III sont établies les conditions nécessaires et suffisantes dans le cas de deux complexes de sphères. Comme conséquence simple de ces conditions, l'auteur termine en établissant un théorème sur les complexes de sphères confocaux du second degré, théorème qui peut présenter quelque intérêt, en ce qu'il s'applique précisément aux *variétés* qui, d'après les recherches de Klein et de Lie, jouent, dans la géométrie d'un espace ayant la sphère comme élément, le même rôle que les surfaces confocales du second degré jouent dans la géométrie ordinaire de l'espace qui a pour élément le point.

Outre le travail de Lie, cité plus haut, l'auteur suppose connus les Mémoires de Klein « Sur la théorie des complexes de lignes du premier et du second degré (1) », et « Sur certaines équations différentielles qui se rencontrent dans la géométrie des lignes » (2).

MAC BERLIN. — *Sur les coordonnées complexes dans la Géométrie plane.* (45 p., suéd.)

« Le sujet de ce Mémoire a déjà été traité par deux géomètres norvégiens, MM. C.-A. Bjerknes (3) et S. Lie (4). Les points de vue auxquels se sont placés ces deux auteurs sont cependant très-différents. Le premier considère les coordonnées

$$\xi = x + x_1 i, \quad \eta = y + y_1 i$$

comme déterminant un point *dans le plan*, savoir, le même point qui représente la quantité complexe

$$\xi + \eta i \quad \text{ou} \quad x - y_1 + i(x_1 + y),$$

c'est-à-dire celui dont les coordonnées *réelles* sont

$$x - y_1 \quad \text{et} \quad x_1 + y.$$

Le second, au contraire, considère les mêmes coordonnées complexes (désignées par d'autres notations, naturellement équivalentes) comme déterminant le point *dans l'espace*, dont les trois

(1) *Mathematische Annalen*, t. II. Voir *Bulletin*, t. II, p. 179.

(2) *Mathematische Annalen*, t. V. — Voir *Bulletin*, t. VIII, p. 83.

(3) *Ueber die geometrische Repräsentation der Gleichungen zwischen zwei veränderlichen, reellen oder complexen Grössen*. Christiania, 1859.

(4) *Repräsentation der Imaginären der Plangeometrie*. Christiania, 1869.

coordonnées sont

$$x,\ x_1,\ y,$$

ce point étant affecté d'une certaine qualité (poids, *Gewicht*) y_1, qui est ainsi traitée comme une quatrième coordonnée.

Ce second système ne semble pas à l'auteur aussi simple ni aussi naturel que le premier, qui, partant de ce qu'un point dont les coordonnées sont x et y représente la quantité complexe $x+yi$, n'a besoin, pour définir les coordonnées complexes, que de généraliser la même propriété. Cette idée a été pour lui la base des recherches qu'il expose dans son travail.

» Il est toutefois une certaine question que l'auteur n'a pas cru devoir traiter tout à fait comme M. Bjerknes. C'est la question de la signification géométrique que l'on doit attribuer à une équation entre deux quantités variables, lorsque celles-ci ne sont pas assujetties à être réelles, mais peuvent aussi devenir complexes. On a depuis longtemps l'idée des coordonnées restreintes au système des grandeurs réelles, et dès lors l'équation est représentée géométriquement par une courbe ; mais, quand les coordonnées sont supposées complexes, il peut généralement se faire, comme l'auteur l'établit dans son Chapitre II, que tout point du plan puisse être considéré comme appartenant à l'équation, puisque ses coordonnées, *convenablement traitées*, peuvent satisfaire à cette équation. M. Bjerknes, afin de pouvoir encore conserver l'ancienne signification d'une équation, a introduit cette condition plus générale, que la variable indépendante soit assujettie à rester sur une certaine courbe donnée, la *courbe des abscisses*. Si l'on parvient de cette manière à ce que l'équation soit représentée par une certaine courbe, il est évident que cette courbe n'est pas déterminée uniquement par son équation, mais qu'il faut à celle-ci joindre la *courbe des abscisses*. L'équation proposée peut, en effet, être représentée par n'importe quelle courbe, pourvu que l'on ait choisi convenablement la courbe des abscisses.

» L'auteur laisse complétement de côté cette condition étrangère, et pour lui une équation quelconque embrasse *tout le plan :* il est clair dès lors que l'on ne peut considérer comme points communs à deux équations (correspondant aux *points d'intersection de deux courbes,* lorsque les coordonnées sont réelles) que les points appelés *points d'intersection principaux,* c'est-à-dire ceux dont les coordonnées, *traitées de la même manière,* satisfont aux deux équations. »

Le Mémoire se divise en trois Chapitres : I. Le point considéré comme fonction de ses coordonnées. — II. Équations entre deux variables réelles ou complexes; points d'intersection complexes. — III. Contact des points d'intersection complexes.

Krok (J.-M.). — *Systèmes réciproques plans.* (28 p.; suéd.)

Le premier Chapitre de ce Mémoire contient des propositions déjà connues, que l'auteur a rassemblées pour servir d'introduction au second Chapitre, où il s'est occupé de déterminer dans certains cas la loi de réciprocité de propriétés connues dans les figures réciproques, et en particulier de déterminer la condition pour que deux sections coniques soient des figures réciproques l'une de l'autre. Il ne croit pas que cette question ait encore été traitée.

Tidblom (A.-V.). — *Recherches thermo-électriques.* (26 p., 1 pl.; suéd.)

TIDSSKRIFT for Mathematik, udgivet af H.-G. Zeuthen. — Tredie Række. In-8° (¹).

T. IV; 1874.

Lorenz (L.). — *Deux propositions de la théorie de la cohésion des liquides.* (2 p.)

Soient ρ et ρ' les rayons de courbure en un point d'une surface fermée; α, β, γ les angles que fait la partie extérieure de la normale avec les axes rectangulaires des coordonnées; $d\sigma$ l'élément de surface. On a

$$\int d\sigma\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}\right)\cos\gamma = 0,$$

$$\int d\sigma\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}\right)(x\cos\gamma - z\cos\alpha) = 0,$$

les intégrales étant étendues à la surface entière.

(¹) Voir *Bulletin*, t. VII, p. 29.

Borch (S.-C.). — *Le régulateur centrifuge de Watt.* (6 p.)

Juel (C.). — *Sur les courbes podaires* (fin). (6 p.)

Dans ce Mémoire, dont le commencement a paru dans le volume précédent ([1]), l'auteur démontre, d'une manière très-simple et très-élémentaire, les propositions les plus importantes sur les courbes podaires, et indique la détermination des points singuliers et des tangentes singulières, du centre de courbure en un point quelconque, etc. Il fait des applications aux sections coniques et à la conchoïde circulaire.

Zeuthen (H.-G.). — *Addition à l'article « Sur la forme des courbes du quatrième ordre »* ([2]). (4 p.)

L'auteur a traité le même sujet avec détail, dans les *Mathematische Annalen,* t. VII, p. 410.

Lorenz (L.). — *Sur la réduction du facteur d'Euler* ([3]). (6 p.)

Pullich. — *Note sur la théorie des équations différentielles homogènes du premier ordre.* (5 p.)

L'auteur fait plusieurs applications de cette circonstance, que ces équations, ainsi que celles qui peuvent s'y ramener par une substitution linéaire, représentent des courbes homothétiques.

Steen (A.). — *Sur la nature du nombre e.* (9 p.)

L'auteur se pose ce problème, d'exposer avec toute la généralité possible le Mémoire d'Hermite sur ce sujet (*Comptes rendus,* t. LXXVII) ([4]).

Zeuthen (H.-G.). — *Sur les surfaces du troisième ordre.* (9 p.)

Courte exposition des principales propriétés connues.

Tychsen (C.). — *Sur l'application du Calcul des probabilités à la résolution des problèmes de Géométrie.* (18 p.)

L'auteur rassemble et développe les résultats les plus importants auxquels sont arrivés, dans ces derniers temps, les géomètres anglais, particulièrement M. Crofton, sur la question indiquée dans le titre.

([1]) Voir *Bulletin,* t. VII, p. 33.
([2]) *Tidsskrift,* t. III, p. 97. Voir *Bulletin,* t. VII, p. 32.
([3]) Voir *Bulletin,* t. VII, p. 33.
([4]) Voir *Bulletin,* t. VI, p. 77 et 78.

Petersen (J.). — *Élimination entre deux équations.* (4 p.)

Simplification de la méthode d'élimination de Labatie.

Thiele (T.-N.). — *Remarques relatives à la construction d'une carte météorologique.* (7 p.)

L'auteur propose d'admettre l'hypothèse suivante sur la fonction qui représente la pression atmosphérique au lieu d'observation (x, y), comme base de l'interpolation entre quatre observations :

$$u = a + bx + cy + d(x^2 + y^2).$$

Par ce moyen, on construit les points des lignes isobariques aussi facilement que par l'interpolation linéaire, en même temps que l'exactitude devient plus grande, surtout dans le voisinage des maxima et des minima de u.

Petersen (J.). — *Sur la résolution des problèmes par le compas et la règle.* (7 p.)

L'auteur recherche dans quel cas les points d'intersection d'une courbe avec toutes les droites d'un faisceau peuvent s'obtenir avec le compas et la règle. Si la courbe est du quatrième ordre, le centre du faisceau peut être ou un point double, ou un point d'intersection, de deux tangentes doubles, la courbe ayant deux points doubles, ou encore un point d'intersection de quatre tangentes doubles. Ce sont là les seuls cas possibles.

Steen (A.). — *Sur l'équation différentielle linéaire binôme* [1]. (14 p.)

Zeuthen (H.-G.). — *Déduction des formules de Plücker et du nombre plückérien de la développée.* (6 p.)

L'auteur fait usage en partie des mouvements infiniment petits, en partie du théorème sur le genre des courbes.

Dahl (C.). — *Une solution de l'équation cubique.* (2 p.)

Anonyme. — *Fonction sans dérivée* (4 p.)

Gram (J.-P.). — *Sur les angles solides dans un polyèdre.* (2 p.)

Dans tout polyèdre, la différence entre la somme de tous les angles dièdres et la somme de tous les angles solides est égale à la

---

[1] Voir ci-après, p. 141.

portion de l'espace située de l'un des côtés d'un plan quelconque, multipliée par la différence entre le nombre des arêtes et celui des sommets.

Gram (J.-P.). — *Démonstration d'un théorème de Stéréotomie.* (1 p.)

Bing (F.). — *Calcul de l'aire d'une surface courbe en coordonnées polaires.* (1 p.)

Zeuthen (H.-G.). — *Remarques sur les démonstrations du théorème fondamental sur l'élimination entre deux équations algébriques.* (6 p.)

Quand on emploie la méthode dialytique de Sylvester pour représenter la résultante de deux équations données sous forme de déterminant, il faut une démonstration particulière pour établir que, en égalant ce déterminant à zéro, on a exprimé aussi la condition *suffisante* pour que les équations données aient une racine commune. La méthode d'Euler, au contraire, démontre avec la même facilité la nécessité et la suffisance de cette condition.

PUBLICATIONS DANOISES.

Hansen (P.-C.-V.). — *Théorème sur le facteur d'Euler, correspondant à l'équation différentielle* $M + N\,\dfrac{dy}{dx} = 0$, *où* M *et* N *sont des fonctions algébriques de* x *et de* y. [(Kgl. danske Videnskabernes Selskabs Skrifter. Naturvidenskabelig-mathematisk Afdeling, 5te Række, 10. Bd. (1). — 28 p. in-4°).]

Lorenz (L.). — *Sur la réduction du facteur d'Euler.* (Tidsskrift for Mathematik, 3. Række, 4. Bd. — 6 p. in-8°.)

Hansen (P.-C.-V.). — *Théorèmes sur les intégrales des différentielles explicites et des équations différentielles.* (Doktorats-These. Kjøbenhavn, 1874. — 60 p. in-4°.)

---

(1) Chaque Mémoire de cette collection se vend séparément.

Steen (A.). — *Sur la forme de l'intégrale de l'équation différentielle du second ordre.* (Kgl. danske Videnskabernes Selskabs Oversigter, 1874. — 12 p. in-8°.)

Steen (A.). — *Sur l'équation différentielle binôme linéaire.* (Tidsskrift for Mathematik. 3. Række, 4. Bd. — 14 p. in-8°.)

Dans le premier de ces cinq Mémoires, tiré en partie de la théorie de la classification des fonctions, de M. Liouville, M. Hansen démontre le théorème suivant :

« Si l'équation différentielle $\frac{dy}{dx} = P$, où P est une fonction algébrique de x et de y, a un facteur d'intégration exprimable au moyen des fonctions élémentaires (c'est-à-dire ne renfermant pas d'autre signe de fonction transcendante que ceux des fonctions exponentielles et logarithmiques), ce facteur devra être de la forme

$$\varphi = e^{c_1 \mathrm{l} u_1 + c_2 \mathrm{l} u_2 + \ldots + c_m \mathrm{l} u_m + v},$$

$u_1, u_2, \ldots, u_m, v$ désignant des fonctions rationnelles de x, y, P, et $c_1, c_2, \ldots, c_m$ des constantes. »

Ce théorème a reçu, depuis, de M. Lorenz une extension consistant en ce que, lorsque le facteur d'Euler, correspondant à l'équation en question, peut s'exprimer au moyen d'intégrales de différentielles algébriques et des fonctions inverses de ces intégrales, il est alors réductible à la forme normale suivante :

$$e^{\psi + \int f(\alpha)\, d\alpha + \int f(\alpha')\, d\alpha' + \ldots},$$

$\psi, \alpha, \alpha', \ldots$ étant des fonctions algébriques de x, y, et $f, f', \ldots$ désignant des fonctions algébriques.

Dans sa thèse doctorale, M. Hansen a : 1° recherché quelles sont les intégrales des formes

$$\int \frac{z^m dz}{\sqrt{R}} \quad \text{et} \quad \int \frac{dz}{(z-a)^m \sqrt{R}}$$

(R étant une fonction rationnelle de z), qu'il est impossible d'exprimer au moyen des fonctions élémentaires et d'autres fonctions plus simples de même espèce; 2° il a démontré que $\sin \operatorname{am} u$ en, général, ne peut pas s'exprimer au moyen des fonctions élémentaires;

3° il a recherché dans quel cas l'équation différentielle

$$\frac{d^n u}{dz^n} = \mathrm{P}u$$

(n étant un nombre pair, et P une fonction entière et rationnelle de z) peut avoir des intégrales particulières exprimables au moyen des fonctions élémentaires de z sous forme finie; 4° il a établi que l'équation différentielle

$$(a_0 + b_0 z)\frac{d^2 u}{dz^2} + (a_1 + b_1 z)\frac{du}{dz} + (a_2 + b_2 z)u = 0$$

n'a pas d'intégrale particulière qui soit une fonction élémentaire de z.

La troisième des questions traitées dans la thèse dont nous venons de parler a été reprise dans le dernier des cinq Mémoires dont nous nous occupons par M. Steen, qui y a fait des rectifications, et l'a étendue en considérant aussi le cas des équations d'ordre impair. Le résultat principal de ses recherches est contenu dans le théorème suivant :

« Toute équation différentielle linéaire binôme d'ordre n et de la forme

$$\frac{d^n u}{dx^n} - \mathrm{P}u = 0,$$

où P est une fonction algébrique entière et rationnelle de x, n'admet aucune intégrale particulière exprimable au moyen des fonctions élémentaires, lorsque cette intégrale n'est pas de la forme

$$u = e^{\int t\,dx},$$

t étant une fonction algébrique de x. »

Dans le premier des deux Mémoires cités de M. Steen, l'auteur étudie la forme de l'intégrale de l'équation

$$\frac{d^2 u}{dx^2} - \mathrm{X}u = 0,$$

X étant une fonction *quelconque* de x. Il démontre que cette intégrale peut s'écrire ainsi :

$$u = r\left(\mathrm{A}e^{\int\frac{dr}{r^2}} + \mathrm{B}e^{-\int\frac{dx}{r^2}}\right),$$

r étant déterminé comme intégrale particulière de l'équation

$$\frac{d^2 r}{dx^2} - Xr + \frac{1}{r^3} = 0.$$

Cette dernière équation peut se changer en équation différentielle linéaire du troisième ordre avec r^2 pour variable indépendante.

En changeant X en $X + \frac{1}{r^4}$, on obtient un moyen pour déduire, des équations différentielles binomiales et linéaires du second ordre que l'on sait intégrer, quelques nouvelles équations intégrables.

BULLETIN DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE SAINT-PÉTERSBOURG (¹).

T. XIX; 1873-1874.

WILD (H.). — *Détermination des coefficients de la chaleur pour les aimants d'acier.* (30 col., all.)

GLASENAPP (S.). — *Observations des satellites de Jupiter, faites en Russie dans les années* 1872 *et* 1873. (19 col.)

SAVITCH (A.). — *Observations faites à l'Observatoire astronomique de l'Académie des Sciences de Saint-Pétersbourg.* (1 col.)

Opposition de Neptune en 1872. Oppositions d'Uranus et de Jupiter en 1873.

SOMOF (J.). — *Simplification de la méthode de Gauss pour déterminer l'attraction d'un point par un ellipsoïde homogène, et extension de cette méthode à un ellipsoïde hétérogène.* (10 col.)

Parmi les méthodes que l'on possède pour résoudre le problème de l'attraction d'un ellipsoïde homogène, une des plus simples et des plus naturelles est celle que Gauss a donnée dans son Mémoire intitulé : *Theoria attractionis corporum sphæroidicorum ellipticorum methodo nova tractata* (²). Elle est fondée sur trois théo-

---

(¹) Voir *Bulletin,* t. VII, p. 197.

(²) *Comm. Soc. reg. scientiarum Gœttingensis,* t. II; 1813. — *Gauss Werke,* t. V.

rèmes, le III^e, le IV^e et le VI^e du Mémoire, et sur un mode particulier d'exprimer l'élément de la surface de l'ellipsoïde. Le théorème IV, qui est un des plus importants dans la théorie des forces attractives, établit que l'intégrale $\int \frac{ds \cos \mathrm{MQ}}{r^2}$, étendue à une surface fermée (r étant la distance de cet élément à un point fixe M, et MQ l'angle de cette distance avec la normale à l'élément ds), a l'une des trois valeurs 0, -4π, -2π, suivant que M se trouve à l'extérieur, ou à l'intérieur de la surface, ou sur la surface même. Les deux autres théorèmes donnent deux expressions différentes de la composante, parallèle à un axe donné, de la force attractive exercée sur un point quelconque par un corps homogène.

Dans la Note actuelle, M. Somof fait voir que l'on peut se dispenser de la considération des théorèmes III et VI, et qu'en s'appuyant sur le seul théorème IV on obtient aisément l'expression du potentiel de la force attractive, indépendamment de ses composantes parallèles aux axes de l'ellipsoïde. Pour cela, au lieu de considérer directement, comme Gauss, l'attraction de l'ellipsoïde total, il divise d'abord le corps en couches infiniment minces, limitées par deux surfaces semblables à celles de l'ellipsoïde, et il intègre ensuite l'expression relative à l'action d'une couche.

Par ces modifications, la méthode de Gauss devient facilement applicable non-seulement à un ellipsoïde homogène, mais encore à un ellipsoïde hétérogène décomposable en couches homothétiques de densité uniforme.

Struve (O.). — *Sur l'étoile double* Σ 634 = *Camelopardalis* 19 *Hev.* (5 col., all.)

Cette étoile, dont les deux composantes étaient à la distance de 37 secondes lorsqu'elles furent observées par W. Struve, le père, en 1827, fut rejetée par cet astronome de son Catalogue des étoiles doubles, dans lequel il n'admettait que celles dont la distance des composantes ne dépassait pas 32 secondes. C'est ce qui explique comment les observations de cette étoile ont été longtemps négligées depuis cette époque. On a cependant reconnu, depuis, une déviation de la distance, accompagnée d'une variation de l'angle de position, ce qui pouvait faire supposer, malgré le grand éloignement, une action physique des deux composantes l'une sur l'autre. Les observations de M. O. Struve, faites en 1868, 1870, 1873 lui ont donné les distances 23″,06, 22″,51, 21″,67, et les angles de position 357°,7, 358°,0, 359°,4. Mais les déterminations obtenues jusqu'à présent par MM. Struve, père et fils, Dembowski, etc., ne suffisent pas encore pour établir avec certitude la dépendance physique des deux étoiles; on ne pourra le faire qu'au bout de dix ou vingt ans de nouvelles observations.

Wild (H.). — *Sur un évaporomètre simple, pouvant servir en hiver comme en été.* (5 col., all.)

Struve (O.). — *Suite des observations sur le compagnon de Procyon.* (5 col., all.)

Mendeleief (D.) et Kirpitchof. — *Notice préliminaire sur l'air raréfié.* (6 col.)

Il résulte des expériences des auteurs que, contrairement aux hypothèses admises, l'air atmosphérique dévie d'autant plus de la loi de Boyle et Mariotte qu'il est plus raréfié.

Savitch (A.). — *Observations des planètes à l'Observatoire académique de Saint-Pétersbourg; détermination de la longitude du nœud de l'orbite de Mars.*

M. Savitch trouve, pour la longitude du nœud ascendant de Mars, le 27 avril 1873, $2^h 43^m 15$, temps moyen de Greenwich,

$$\Omega = 48^\circ 34' 38'',4.$$

Il donne ensuite des observations des oppositions de Cérès, de Neptune et d'Uranus en 1873.

ATTI DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI. In-4° (1).

Anno XXVII; 1873-1874.

Secchi (le P.). — *Sur la distribution des protubérances autour du disque solaire avec quelques recherches sur la comparaison de la radiation solaire avec la radiation électrique* (onzième Mémoire). (20 p.)

---

(1) Voir *Bulletin*, t. VII, p. 129.

Ce Mémoire est divisé en trois paragraphes. Le premier contient un résumé des observations des protubérances faites au Collége Romain, du 6 avril au 2 octobre 1873, suivi de quelques réflexions sur la nature des taches solaires. Dans le deuxième l'auteur rend compte de ses recherches faites dans le but de comparer la radiation calorifique solaire avec la radiation de l'arc voltaïque; il en résulterait que la température du Soleil n'est pas inférieure à 100000 degrés, et qu'elle varie entre 36°,368 et 49°,275, la température de l'arc voltaïque étant prise pour unité. Enfin le troisième paragraphe a pour objet les observations du spectre de la lumière électrique.

Provenzali (le P. S.). — *Sur quelques variations lentes de l'intensité magnétique* (deuxième Communication). (10 p.)

Secchi (le P.). — *Sur les protubérances solaires et les taches* (douzième Mémoire). (19 p.)

Azzarelli (M.). — *Un théorème de Géométrie élémentaire.* (2 p.)

Dans un parallélogramme quelconque la somme des losanges, construits sur deux côtés adjacents, est équivalente au parallélogramme construit sur les diagonales du parallélogramme donné.

Provenzali (le P. S.). — *De l'action de la vapeur atmosphérique sur la chaleur lumineuse et obscure du Soleil.* (3 p.)

Ferrari (le P. S.). — *Nouvelles recherches sur les relations entre les maxima et les minima d'intensité des taches solaires et les perturbations magnétiques extraordinaires.* (10 p.)

Azzarelli (M.). — *Des podaires et des antipodaires.* (67 p.)

L'auteur établit les équations générales des podaires sur les tangentes ou les normales des courbes planes et à double courbure, ainsi que celles des surfaces podaires sur les plans tangents des surfaces quelconques, et applique les formules générales à quelques courbes connues (conique, cycloïde, hélice) et aux surfaces du second degré.

Entre autres résultats obtenus, notons que les podaires sur les tangentes à des coniques, et ayant pour pôle un centre ou un sommet, sont des courbes de même nature que les transformées des coniques données par rayons vecteurs réciproques.

Azzarelli (M.). — *De certains lieux géométriques dérivés d'après une loi déterminée des courbes ou des surfaces données.* (26 p.)

Le présent Mémoire a pour objet la solution des deux problèmes suivants :

1° Étant donné un point quelconque d'une courbe plane rapportée à deux axes rectangulaires, trouver l'enveloppe de la droite qui joint les deux projections de ce point sur les axes.

2° Étant donné un point quelconque d'une surface rapportée à trois axes rectangulaires, trouver l'enveloppe du plan passant par trois projections de ce point sur les axes coordonnés ([1]).

L'auteur établit les formules générales et les applique aux courbes et aux surfaces du deuxième degré.

Secchi (le P.). — *Sur les spectres des comètes de Tempel et de Coggia.* (4 p.)

Azzarelli (M.). — *Quelques problèmes relatifs aux triangles rectilignes.* (40 p.)

Les problèmes, au nombre de vingt-trois, traités dans ce Mémoire ont pour objet la recherche des lieux géométriques des points situés dans le plan d'un triangle rectiligne, tels que les perpendiculaires abaissées de ce point sur les trois côtés du triangle satisfassent à diverses relations déterminées.

Secchi (le P.). — *Études physiques sur les comètes de 1874.* (5 p.)

Azzarelli (M.). — *Quelques recherches sur les lieux géométriques des foyers des courbes et des surfaces du second ordre.* (24 p.)

On sait que les distances d'un point quelconque d'une courbe de deuxième ordre à deux points fixes situés dans le plan de la courbe (foyers) sont des fonctions linéaires des coordonnées du point donné.

([1]) Un cas particulier de ce problème, relatif à l'ellipse, à l'hyperbole, à l'ellipsoïde et aux deux hyperboloïdes, a été posé par M. Roberts, dans le tome XVI des *Nouvelles Annales de Mathématiques* de MM. Terquem et Gerono.

Le présent Mémoire a pour objet la recherche des lieux géométriques des points jouissant de la même propriété, mais non situés dans le plan de la courbe, et l'extension de ces recherches au cas des surfaces du second ordre [1]. A. P.