

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue bibliographique

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 7
(1874), p. 193-197

http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1874__7__193_0

© Gauthier-Villars, 1874, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.

BRIOT et BOUQUET, professeurs à la Faculté des Sciences. — THÉORIE DES FONCTIONS ELLIPTIQUES. 2^e édition. Deuxième et troisième fascicule. In-4°, 691 p. — Paris, Gauthier-Villars. — Prix de l'Ouvrage complet : 30 fr.

Nous avons rendu compte (t. VI, p. 65, de ce *Bulletin*) du premier fascicule de cet Ouvrage. Les deux Parties que nous annonçons aujourd'hui complètent et terminent la deuxième édition. Elles comprennent les Livres VI-IX. Nous allons rapidement rendre compte du contenu de ces derniers Livres.

Le Livre VI est intitulé : *Développement des fonctions elliptiques*. Le Chapitre I^{er} de ce Livre traite des *intégrales elliptiques*. Les auteurs font d'abord connaître la belle méthode de transformation que Jacobi a donnée dans les *Fundamenta nova*, en 1829. Ils développent les calculs pour les transformations du premier et du second degré, et montrent comment on peut utiliser ces transformations pour ramener l'intégrale à la forme canonique de Jacobi. Ils examinent ensuite les intégrales des fonctions rationnelles de la variable et de la racine carrée d'un polynôme du quatrième degré, et ils sont ainsi conduits aux intégrales de première, de deuxième et de troisième espèce. Ils donnent l'expression des intégrales de deuxième et de troisième espèce au moyen de la transcendante θ , le théorème relatif à l'échange du paramètre et de l'argument, etc.

Le Chapitre II est consacré au développement des fonctions elliptiques en séries entières. Il contient l'exposition de la belle méthode de M. Hermite, pour la détermination directe des coefficients de ces séries, et l'étude des fonctions A_1 de M. Weierstrass.

Le Chapitre III traite du développement en séries trigonométriques, développement qui, comme on sait, est beaucoup plus simple que le précédent. Ce Chapitre termine le Livre VI.

Le Livre VII est intitulé : *Addition, multiplication et division des arguments dans les fonctions elliptiques*. Le Chapitre I^{er} contient les formules fondamentales relatives à l'addition des arguments dans les fonctions θ , ainsi que l'application qu'a faite M. Rosenhain de ces formules à la solution d'une belle question de Calcul intégral. Le Chapitre II contient l'application des mêmes

formules à l'étude de l'addition des arguments dans les fonctions elliptiques. Cette étude est ensuite reprise au moyen de la belle méthode que M. Liouville a donnée dans son enseignement. L'addition des arguments dans les intégrales de deuxième espèce, des arguments et des paramètres dans celles de troisième espèce, vient terminer ce Chapitre. Les suivants sont consacrés à la multiplication de l'argument, traitée successivement par les méthodes d'Abel et de Jacobi, à la division de l'une quelconque des périodes par un nombre pair ou impair, etc. Le Chapitre V traite de la division de l'argument et de la résolution algébrique des équations qui se rencontrent dans cette théorie.

Le Livre VIII est intitulé : *Transformation*. Le Chapitre I^{er} commence par l'étude du problème pris avec toute la généralité qu'Abel lui a donnée. Le Chapitre II traite des équations modulaires, de leurs propriétés, de leur formation, de leurs racines, des équations différentielles relatives à la transformation, des transformations du troisième, du cinquième et du septième degré, de l'équation différentielle entre les modules.

Le Chapitre III contient la résolution de l'équation du cinquième degré par les fonctions elliptiques, telle que M. Hermite l'a obtenue par la considération de l'équation modulaire.

Le Livre IX traite du célèbre théorème d'Abel. Le Chapitre I^{er} est consacré à la définition des intégrales abéliennes de première, de deuxième et de troisième espèce. Les auteurs appliquent la théorie générale aux intégrales ultra-elliptiques. Le Chapitre II traite des relations entre les périodes de deux intégrales abéliennes. Enfin le Chapitre III est consacré à une définition et à une démonstration précise du célèbre théorème d'Abel. Dans cette partie de l'Ouvrage, qui sera, nous l'espérons, une introduction à un nouveau volume, les auteurs se sont inspirés, comme ils le déclarent, du bel Ouvrage de Clebsch.

Tel est le résumé, bien court, des matières contenues dans cet important Ouvrage. La notion de la double périodicité manque au beau Traité de l'illustre Legendre. Elle fait, au contraire, la base de l'œuvre nouvelle de MM. Briot et Bouquet.

La netteté et la clarté des démonstrations sont parfaites. Les auteurs donnent quelques indications, un peu sobres peut-être, sur l'historique des différentes questions. Dans une Préface modeste,

ils rendent un juste hommage aux travaux de leurs devanciers, de Cauchy, de MM. Liouville et Hermite.

La part qui leur revient, surtout dans la création de ces belles découvertes, est, on le sait, l'étude des fonctions définies par des équations différentielles. Nous nous rappellerons toujours le jugement qu'en portait M. Bertrand, quand, à l'École Normale, il nous engageait à étudier ces importantes recherches, les considérant comme l'une des plus belles découvertes faites dans le Calcul intégral depuis Euler. Chaque année, dans son cours à l'École Polytechnique, M. Hermite les signale aussi à ses élèves comme devant être rangées parmi les plus beaux travaux de notre époque. Que pourrait ajouter un élève à l'opinion de maîtres aussi éminents? G. D.

BACHET (Claude-Gaspar), sieur de Méziriac. — PROBLÈMES PLAISANTS ET DÉLECTABLES QUI SE FONT PAR LES NOMBRES. 3^e édition, revue, simplifiée et augmentée par A. LABOSNE, professeur de Mathématiques. — Paris, Gauthier-Villars, libraire-éditeur; 1874. Prix : 6 fr.

Si le nouvel éditeur de cet Ouvrage a rendu au public un service incontestable, il est toutefois une classe de personnes auxquelles cette publication sera peut-être désagréable. Depuis longtemps le Livre de Bachet était devenu fort rare, et la découverte d'un exemplaire de cet Ouvrage était, pour un bibliophile, un véritable succès; car il pouvait se vanter alors d'avoir conquis un Ouvrage d'une réputation universelle, mais dont la possession était réservée à un petit nombre d'amateurs. Maintenant tout le monde pourra lire et se procurer, à un prix très-modique, les *Problèmes délectables*, dans la nouvelle édition que nous devons à M. Labosne.

C'est en 1612 que Bachet publia la première édition de ses problèmes. Dans la Préface de la seconde édition, parue en 1624, il indique, dans un langage naïf, le but qu'il espérait atteindre : « Il y a onze ans », dit-il, « que ce Livre fut premierement imprimé, et que ie voulus qu'il sortist en lumiere, tant pour faire un essai de mes forces que pour fonder quel iugement on feroit de mes OEuvres, et à fin qu'il seruist comme d'avan-coureur à mon Diophante. »

L'Ouvrage était divisé en deux Parties. Une introduction de 53 pages était consacrée aux propriétés des nombres utiles pour la

solution des *problèmes*. Elle contient quelques théorèmes, donnés aujourd'hui dans toutes les Arithmétiques et les éléments de l'Analyse indéterminée, tels que pouvait les exposer à cette époque le commentateur de Diophante. Venaient ensuite (p. 53-198) les problèmes, au nombre de vingt-cinq, presque tous résolus en plusieurs manières différentes.

Enfin une troisième Partie, intitulée : « S'ensuivent quelques autres petites subtilitez des nombres, qu'on propose ordinairement (p. 193-247) », contenait d'autres problèmes au nombre de dix, dont la solution dépend en général de l'Analyse indéterminée du premier degré. La deuxième édition était un élégant in-8° de la dimension d'un in-12 moderne. Elle contenait une dédicace au comte de Tournon, deux sonnets en l'honneur de Bachet, une pièce en vers latins qu'on a supprimée dans la nouvelle édition, et enfin la Préface au lecteur, dont nous avons donné un passage. L'éditeur était « PIERRE RIGAUD et ASSOCIEZ, rue Mercure, au coing de la rue Ferrandiere, à l'enseigne de la Fortune, à LYON. » Quant au style, il est fort bon et fort élégant, et M. Labosne eût mieux fait de n'y rien changer.

La nouvelle édition ne se recommande pas par de moindres mérites. Les éditeurs ont choisi l'in-8° comme pour l'ancienne; mais cet in-8° se rapproche par les dimensions d'un in-4° plutôt que d'un in-12. L'impression fait le plus grand honneur à M. Gauthier-Villars.

Quant aux modifications que M. Labosne a fait subir au Livre de Bachet, quelques-unes sont à regretter; d'autres, au contraire, sont justifiées et augmentent la valeur de la nouvelle édition.

Nous approuvons la suppression de la partie arithmétique du Livre de Bachet; cette portion de l'Ouvrage était devenue tout à fait inutile. Quant au reste de l'Ouvrage, il est presque tout entier conservé; seulement l'orthographe a été changée, bien des passages ont été remplacés par des explications de M. Labosne, que nous aurions préféré ne pas voir mêlées au français si élégant de Bachet. Voilà pour la critique; mais plusieurs additions, des solutions complémentaires de différents problèmes font réellement honneur à l'éditeur et seront lues avec profit. Citons en particulier l'addition au problème des *carrés magiques*, très-incomplètement et très-inexactement traité par Bachet.

Enfin on a ajouté en supplément quinze problèmes réellement intéressants, dont la solution témoigne de la parfaite compétence de M. Labosne, et qui figurent d'une manière fort honorable à côté de ceux de Bachet.

Quatre Notes d'Arithmétique remplacent l'Introduction de Bachet et terminent l'Ouvrage.

Le nouvel éditeur, on le voit, n'a pas suivi la méthode des commentateurs modernes ; loin de regarder comme sacré le texte de son auteur et de s'abstenir de lui faire subir le moindre changement, il l'a profondément modifié, changeant l'orthographe, supprimant certains passages, en ajoutant d'autres. Nous le regrettons ; mais nous devons reconnaître que les additions faites à l'Ouvrage ont une réelle valeur, et que la nouvelle édition mérite de prendre place dans les bibliothèques, à côté des précédentes. G. D.