

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 6
(1874), p. 76-112

http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1874__6__76_1

© Gauthier-Villars, 1874, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

T. LXXVII, 2^e semestre 1873.

N^o 3. Séance du 21 juillet 1873.

VILLARCEAU (Yvon). — *Note concernant le changement de vitesse de régime dans les régulateurs isochrones.*

Dans le Mémoire présenté le 10 juin 1842, M. Villarceau a montré comment on pouvait changer la vitesse, lorsque le changement proposé doit être permanent; dans la Note actuelle, il s'occupe du cas où le changement proposé doit être temporaire, comme cela est exigé dans les applications du régulateur isochrone au mouvement des équatoriaux.

LEDIEU (A.). — *Démonstration directe des principes fondamentaux de la Thermodynamique. Lois du frottement et du choc d'après cette science (suite).*

Didion (le Général). — *Mouvement d'un segment sphérique sur un plan incliné.*

Sur un plan horizontal on place un segment sphérique, et l'on incline le plan peu à peu; on demande, en tenant compte du frottement, quel mouvement prendra le corps.

Tel est le problème dont la solution fait l'objet du Mémoire cité.

CALIGNY (DE). — *Expériences sur le mouvement de la houle*

produite dans un canal factice, et faisant monter l'eau le long d'une plage inclinée à une hauteur sensiblement constante.

TACCHINI. — *Nouvelles observations spectrales, en désaccord avec quelques-unes des théories émises sur les taches solaires.*

CATALAN (E.). — *Sur la constante d'Euler et la fonction de Binet.*

Si l'on pose

$$C_{\mu} = \lim \left[\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu+1} + \dots + \frac{1}{\mu+n-1} - l(\mu+n-1) \right],$$

M. Catalan montre que

$$C_{\mu} = - \frac{dl\Gamma(\mu)}{d\mu};$$

pour $\mu = 1$, on a la *constante d'Euler*.

N° 4. Séance du 28 juillet 1873.

HERMITE. — *Sur la fonction exponentielle (suite).*

SAINT-VENANT (DE). — *Examen d'un essai de théorie de la poussée des terres contre les murs destinés à les soutenir.*

Après avoir énuméré les Notes et Mémoires présentés par M. Curie, savoir : Note présentée le 30 juin 1873 : *Sur le désaccord entre l'ancienne théorie de la poussée des terres et l'expérience*; Note du 14 juillet 1873 : *Nouvelles expériences sur cette théorie*, etc..., M. de Saint-Venant ajoute :

« Il m'a semblé utile, pour prévenir l'introduction fâcheuse, dans cette partie de la Mécanique, d'idées fausses présentées avec persistance et appuyées sur une prétendue conformité aux faits, de donner ici les motifs qui ont déterminé une Commission de 1868, dont je suis le seul membre subsistant, à refuser son approbation au Mémoire cité de M. Curie, et à n'en point faire l'objet d'un rapport à l'Académie. »

DUPUY DE LÔME. — *Des positions proposées pour établir un service régulier de navires porte-trains entre Calais et Douvres.*

SECCHI (le P.). — *Nouvelles recherches sur le diamètre solaire.*

LEDIEU (A.) — *Démonstration directe des principes fondamentaux de la Thermodynamique. Lois du frottement et du choc d'après cette science (suite).*

ZEUTHEN (H.-G.). — *Sur les différentes formes des courbes du quatrième ordre.*

Une branche est dite *ouverte* ou *fermée* suivant qu'elle rencontre une droite en un nombre impair ou pair de points; l'auteur nomme *ovale* une branche fermée sans aucun arc rentrant, et *n-folium* une branche fermée douée de n arcs rentrants. Ceci admis, voici la classification établie par M. Zeuthen : 1° 1 quadrifolium et 2 ovales externes; 2° 1 quadrifolium et 1 ovale interne; 3° 1 trifolium, 1 unifolium et 2 ovales; 4° 2 bifolia et 2 ovales; 5° 1 bifolium, 2 unifolia et 1 ovale; 6° 4 unifolia.

L'auteur n'a nommé que les formes présentant le nombre maximum d'arcs rentrants et de branches séparées; les autres résulteront de l'évanouissement d'arcs rentrants ou d'ovales.

FLAMMARION (C.). — *Sur la planète Mars.*

N° 5. Séance du 4 août 1875.

HERMITE. — *Sur la fonction exponentielle (suite et fin).*

M. Hermite commence par chercher les expressions approchées de n fonctions $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_n(x)$, par des fractions rationnelles $\frac{\Phi_1(x)}{\Phi(x)}, \frac{\Phi_2(x)}{\Phi(x)}, \dots, \frac{\Phi_n(x)}{\Phi(x)}$, de manière que les développements en séries suivant les puissances croissantes de la variable coïncident jusqu'à une puissance déterminée x^h . Il applique ensuite cette recherche aux quantités $\varphi_1(x) = e^{ax}, \varphi_2(x) = e^{bx}, \dots, \varphi_n(x) = e^{hx}$: tel est le point de départ de l'étude intéressante qui fait l'objet des diverses Communications présentées par M. Hermite dans les séances des 7, 21, 28 juillet et 4 août. L'auteur établit l'impossibilité d'une relation de la forme

$$N + e^a N_1 + e^b N_2 + \dots + e^h N_n = 0,$$

a, b, \dots, h étant des nombres entiers, ainsi que les coefficients N, N_1, \dots, N_n , c'est-à-dire que *le nombre e ne peut pas être racine d'une équation algébrique de degré quelconque à coefficients entiers.*

M. Hermite donne deux démonstrations de cette importante proposition; il rappelle, à ce sujet, que c'est M. Liouville qui a démontré le premier que le nombre e n'était racine ni d'une équation du second degré, ni d'une équation bicarrée (*Journal de Mathématiques*, t. V, p. 192-193).

Le Mémoire se termine par une application numérique du mode d'approximation qui est le point de départ de ce beau travail; voici quelques-uns des résultats : on a

$$e = \frac{337}{124}, \quad e' = \frac{916}{124} ;$$

l'erreur ne porte que sur les dix-millièmes; puis

$$e = \frac{58291}{21444}, \quad e' = \frac{158457}{21444},$$

l'erreur portant sur les dix-millionièmes.

FAYE. — *Sur la théorie physique du Soleil, proposée par M. VICAIRE.*

LEDIEU (A.). — *Démonstration directe des principes fondamentaux de la Thermodynamique. Lois du frottement et du choc d'après cette science (suite).*

N° 6. Séance du 11 août 1875.

FAYE. — *Réponse à de nouvelles objections de M. TACCHINI.*

LEDIEU (A.). — *Démonstration directe des principes fondamentaux de la Thermodynamique. Lois du frottement et du choc d'après cette science (suite).*

GAUSSIN (L.). — *De la propagation de la marée sur divers points des côtes de France. Changement dans l'heure de la pleine mer du Havre, depuis les travaux d'endiguement de la Seine.*

REVELLAT (J.-P.). — *Solution analytique du tracé des courbes à plusieurs centres, décrites d'après le procédé géométrique de Perronet.*

N° 7. Séance du 18 août 1873.

LEDIEU (A.). — *Démonstration directe des principes fondamentaux de la Thermodynamique. Lois du frottement et du choc d'après cette science* (suite).

PICQUET. — *Note sur les courbes gauches algébriques.*

L'auteur se propose de déterminer l'ordre de la surface engendrée par les sécantes triples d'une courbe gauche d'ordre m , puis le nombre des sécantes quadruples. Il trouve, pour l'ordre de la surface engendrée par les sécantes triples,

$$(m-2) \left[h_m - \frac{1}{6} m(m-1) \right],$$

et pour le nombre des sécantes quadruples

$$\frac{1}{2} h_m (h_m - 4m + 11) - \frac{1}{24} m(m-2)(m-3)(m-13);$$

m est l'ordre de la courbe gauche, et h_m le nombre des sécantes doubles (c'est-à-dire rencontrant deux fois la courbe) qu'on peut mener par un point arbitrairement choisi.

N° 8. Séance du 25 août 1873.

FAYE. — *Théorie des scories solaires selon M. ZÖLLNER.*

RESAL. — *Note sur le planimètre polaire.*

En présentant le planimètre polaire du professeur Amsler de Schaffouse, M. Resal montre comment la théorie des rotations conduit simplement à l'équation de ce planimètre.

LEDIEU (A.). — *Démonstration directe des principes fondamentaux de la Thermodynamique. Lois du frottement et du choc d'après cette science* (suite et fin).

Le commencement de ce Mémoire, dont l'extrait comprend environ trente-quatre pages des *Comptes rendus*, a été présenté dans la séance du 14 juillet 1873. Voici les titres des divers Chapitres développés par l'auteur :

1. Considérations générales. — 2. Exposé de la marche suivie pour arriver aux démonstrations. — 3. Établissement de diverses

formules principales. — 4. Explications relatives aux mouvements et aux vitesses, tant d'ensemble que propres, dans un système de points matériels. — 5. Relations entre les forces vives réelles, d'ensemble et propres des points du système. — 6. Relation générale entre les travaux extérieurs, les énergies potentielles et les forces vives d'ensemble et propres des points d'un système. — 7. De l'énergie calorifique des corps et de leur équilibre calorifique. — 8. Démonstration du principe de l'équivalence mécanique de la chaleur. — 9. Quantités qui caractérisent : 1° la température absolue d'un corps; 2° son état physique et constitutif. — 10. Expression générale de la température d'un corps. Capacité calorifique absolue. Expression de la température en fonction de la force vive moyenne de vibration. — 11. Relation entre la quantité de chaleur appliquée à un corps, le changement de température et la variation de durée des vibrations. — 12. Démonstration directe du principe amplifié de Carnot.

L'extrait présenté dans cette séance contient la fin de l'exposé de la *Démonstration directe des principes fondamentaux de la Thermodynamique*; il serait difficile d'en faire ici une analyse détaillée; mais les titres des divers paragraphes donnent une idée de cet important Mémoire et de la marche suivie par l'auteur.

BORRELLY et HENRY (Paul). — *Découverte de deux nouvelles comètes.*

N° 9. Séance du 1^{er} septembre 1873.

FAYE. — *Sur les aurores boréales, à l'occasion d'un récent Mémoire de M. DONATI.*

STEPHAN (E.). — *Observation de la planète $\textcircled{133}$ et de la comète de M. Borrelly.*

RAYET et ANDRÉ. — *Sur les changements de forme et le spectre de la comète 1873, IV.*

N° 10. Séance du 8 septembre 1873.

DE LA GOURNERIE. — *Note sur le nombre des points d'intersection que représente un point multiple commun à deux courbes planes, lorsque diverses branches de la première sont tangentes à des branches de la seconde.*

Le procédé employé par M. de la Gournerie consiste à remplacer l'équation de chaque courbe par les équations caractéristiques des différentes branches qui se croisent au point multiple commun, suivant une méthode qu'il a fait connaître en 1869, dans un Mémoire inséré au *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t. XIV, p. 425, t. XV, p. 1, 2^e série.

PLUMMER (W.). — *Éphéméride de la comète à courte période de Brorsen, calculée d'après les éléments de M. HIND.*

STEPHAN (E.). — *Sur la comète de Brorsen et la comète de Faye, retrouvées à l'Observatoire de Marseille.*

TACCHINI. — *Nouvelles observations relatives à la présence du magnésium sur le bord du Soleil, et réponse à quelques points de la théorie émise par M. Faye.*

N^o 11. Séance du 15 septembre 1873.

FAYE. — *Réponse à la dernière Note de M. TACCHINI.*

RAYET et ANDRÉ. — *Sur les changements de forme de la comète 1873, IV.*

MERCADIER (E.). — *Sur le mouvement d'un fil élastique dont une extrémité est animée d'un mouvement vibratoire.*

N^o 12. Séance du 22 septembre 1873.

BOUSSINESQ (J.). — *Intégration de l'équation aux dérivées partielles des cylindres isostatiques qui se produisent à l'intérieur d'un massif éboulé soumis à de fortes pressions.*

A la fin de sa Note, l'auteur fait remarquer que l'équation

$$(k^2x^2 - y^2)r + 2(k^2 + 1)xy s + (k^2y^2 - x^2)t \\ + (ax + by)p + (ay - bx)q + cz = 0,$$

où z est une fonction inconnue des deux variables indépendantes x, y ; p, q, r, s, t ses dérivées partielles du premier et du second ordre; a, b, c, k des constantes, peut se transformer en

$$\frac{d^2z}{du dv} + \frac{(a + kb) - (k^2 + 1)}{4k^2} \frac{dz}{du} + \frac{(a - kb) - (k^2 + 1)}{4k^2} \frac{dz}{dv} + \frac{c}{4k^2} z = 0,$$

en prenant

$$u = l \sqrt{x^2 + y^2} - k \operatorname{arc} \operatorname{tang} \frac{y}{x}, \quad v = l \sqrt{x^2 + y^2} + k \operatorname{arc} \operatorname{tang} \frac{y}{x}.$$

MERCADIER (E.). — *Sur le mouvement d'un fil élastique dont une extrémité est animée d'un mouvement vibratoire.* (2^e Note.)

N^o 13. Séance du 29 septembre 1873.

MORIN (le Général). — *Observations relatives aux sujets traités dans le N^o 21 du Mémorial de l'Officier du Génie.*

M. le Général Morin termine en ces termes le résumé qu'il a fait de ce numéro du *Mémorial* : « On voit que ce volume constitue un Recueil aussi riche en recherches scientifiques qu'en résultats pratiques relatifs à l'art de l'ingénieur militaire ; mais nous croyons surtout devoir faire remarquer l'heureux usage que les savants officiers, auteurs de ces travaux, savent faire de la Géométrie pour représenter les données de l'expérience et de la théorie, en facilitant l'application. »

RESPIGHI (L.). — *Sur la grandeur des variations du diamètre solaire.*

N^o 14. Séance du 6 octobre 1873.

CHASLES. — *Rapport sur un Mémoire de M. Mannheim « Sur les surfaces trajectoires des points d'une figure de forme invariable dont le déplacement est assujéti à quatre conditions. »*

« Dans un précédent travail, intitulé *Étude sur le déplacement d'une figure de forme invariable*, inséré dans le *Recueil des Mémoires des Savants étrangers*, M. Mannheim a traité diverses questions concernant la construction des normales aux trajectoires des points d'une figure qui éprouve dans l'espace un déplacement complètement déterminé, c'est-à-dire dans lequel chaque point de la figure ne peut prendre qu'une direction. Ce Mémoire contient, en outre, des recherches relatives à une figure dont le déplacement n'est pas complètement défini, sujet qui n'avait pas encore été abordé et qui devait prendre, comme on va le voir, un grand développement.

» Six conditions assurent l'immobilité d'un corps, disons d'une

figure dans l'espace; conséquemment cinq conditions seulement permettent un déplacement, dans lequel chaque point ne peut décrire à chaque instant qu'un élément linéaire; et quatre conditions-seulement permettent à chaque point de décrire une infinité d'éléments linéaires de directions diverses et appartenant tous à l'élément d'une surface que M. Mannheim appelle *surface trajectoire* du point.

» Ce sont les propriétés relatives à ces *surfaces trajectoires* des différents points d'une figure douée de mouvements déterminés par quatre conditions qui font le sujet principal du Mémoire dont nous avons à rendre compte.

» Nous rappellerons d'abord quelques théorèmes, extraits de Communications antérieures de l'auteur, qui sont des préliminaires nécessaires du travail actuel. C'est ainsi que tout s'enchaîne progressivement et laborieusement dans les théories de pure Géométrie.

» Nous citerons : 1° *la détermination du plan osculateur et du rayon de courbure de la trajectoire d'un point quelconque d'une droite dont quatre points se déplacent sur quatre surfaces données* (*Comptes rendus*, t. LXX, p. 1215); 2° *la construction de l'axe de courbure de la surface développable, enveloppe d'un plan qui se déplace en satisfaisant à quatre conditions* (*ibid.*, t. LXX, p. 1259); 3° *le lieu des centres de courbure des points d'une droite mobile dans l'espace : courbe à double courbure du cinquième ordre* (*ibid.*, t. LXXVI, p. 551); 4° *le lieu des centres des sphères osculatrices des trajectoires des points d'une droite : cubique gauche* (*ibid.*, t. LXXVI, p. 635).

» Passons au Mémoire actuel. On sait que, dans tout mouvement infiniment petit d'une figure dans l'espace, les plans normaux aux trajectoires de tous les points d'une droite G passent tous par une même droite G' , qu'on a appelée la *conjuguée* de G , et laquelle, considérée comme participant au mouvement de la figure, a pour *conjuguée*, réciproquement, la droite G .

» Tous les mouvements infiniment petits que peut prendre une droite G quelconque, dont le déplacement n'est assujéti qu'à quatre conditions, donnent lieu, chacun, à une *conjuguée* G' . M. Mannheim démontre d'abord ce théorème fort important, que *les normales aux surfaces trajectoires des différents points d'une droite* G

s'appuient toutes sur une quelconque des droites conjuguées G' , conséquemment sur deux droites conjuguées, et forment donc un hyperboloïde; d'où s'ensuit que toutes les conjuguées d'une droite G , relatives à tous les déplacements que comportent les quatre conditions du déplacement de la figure, forment un hyperboloïde dont la droite G est elle-même une génératrice du même système que ses conjuguées, les génératrices de l'autre système étant les normales aux surfaces trajectoires des points de la droite G .

» Que l'on considère, maintenant, un point quelconque m de la figure en mouvement, la normale à la surface trajectoire de ce point m rencontre en deux points l'hyperboloïde dont il vient d'être question, et, conséquemment, s'appuie sur deux des conjuguées de la droite G . Or, autre fait très-important, M. Mannheim démontre que ces deux conjuguées sont toujours les mêmes pour tous les points de la figure en mouvement.

» Ces deux droites, que l'auteur désigne par les lettres D et Δ , jouissent nécessairement, dans les déplacements de la figure, d'une propriété particulière et caractéristique; cette propriété est que chaque point de chacune des deux droites ne peut décrire, dans tous les déplacements possibles de la figure, qu'un seul élément linéaire (au lieu d'un élément de surface) : le plan normal à cet élément passe par l'autre droite.

» Ces propriétés remarquables forment le premier paragraphe du Mémoire.

» Dans le paragraphe suivant, M. Mannheim démontre diverses propriétés des surfaces trajectoires des points d'une droite, dérivant principalement de la considération de l'hyperboloïde lieu des normales à ces surfaces trajectoires. Nous citerons les suivantes :

» Parmi les surfaces trajectoires des points d'une droite, il y en a deux qui sont tangentes à la droite.

» La développable, enveloppe des plans tangents aux surfaces trajectoires des points d'une droite, est du quatrième ordre et de la troisième classe.

» Les plans normaux aux surfaces trajectoires des points d'une droite, menés par les éléments rectilignes d'un déplacement quelconque, déterminent, dans ces surfaces trajectoires, des sections dont les centres de courbure sont sur une cubique gauche.

» Puis M. Mannheim cherche combien il y a de points, sur une

droite, qui décrivent des trajectoires satisfaisant à diverses conditions, relatives aux *surfaces trajectoires* de ces points.

» Ainsi il détermine :

» 1° Combien il y a de points, sur une droite, dont les trajectoires soient tangentes aux lignes asymptotiques des surfaces trajectoires de ces points ;

» 2° Combien dont les trajectoires soient oscultrices aux lignes géodésiques des surfaces trajectoires, et dont les plans osculateurs, dès lors, soient normaux aux surfaces trajectoires ;

» 3° Combien dont les trajectoires ont leur rayon de courbure nul ;

» 4° Combien dont les surfaces trajectoires ont un rayon de courbure principal nul ;

» 5° Combien dont les trajectoires sont tangentes aux lignes de courbure des surfaces trajectoires ;

» 6° Combien dont les surfaces trajectoires ont un rayon de courbure principal infini ;

» 7° Combien dont les surfaces trajectoires ont leurs rayons de courbure principaux égaux ;

» 8° Enfin combien dont les surfaces trajectoires ont leurs rayons de courbure principaux égaux et de signes contraires.

» Considérant les trajectoires, non plus simplement des points d'une droite, mais de tous les points de la figure en mouvement, M. Mannheim parvient à divers théorèmes qui étendent ce vaste sujet de recherches.

» Il nous faut citer ses résultats principaux pour donner une idée de la nouveauté et de l'importance qu'ils comportent.

» *Le lieu des points dont les trajectoires, dans un quelconque des déplacements que permettent quatre conditions données, sont tangentes à des lignes asymptotiques des surfaces trajectoires de ces points, est une surface du troisième ordre qui contient les deux droites D et Δ et le cercle imaginaire de l'infini.*

» *Le lieu des points dont les trajectoires ont leurs plans osculateurs normaux aux surfaces trajectoires de ces points est une surface du sixième ordre, qui passe par le cercle imaginaire de l'infini.*

» *Le lieu des points dont les surfaces trajectoires ont un rayon de courbure principal nul est la surface réglée du quatrième*

ordre dont les génératrices s'appuient sur les deux droites D , Δ et sur le cercle imaginaire de l'infini.

» Le lieu des points dont les trajectoires ont leur rayon de courbure nul est une surface imaginaire du second ordre.

» M. Mannheim appelle *point parabolique* sur une surface un point où la surface a l'un de ses rayons de courbure principaux infini. Il trouve que les points d'une figure en mouvement, qui sont des points paraboliques de leurs surfaces trajectoires, forment une surface du sixième ordre qui passe par le cercle de l'infini.

» Enfin le lieu des points dont les surfaces trajectoires ont leurs rayons de courbure principaux égaux est une surface du huitième ordre;

» Et le lieu des points dont les surfaces trajectoires ont leurs rayons de courbure principaux égaux et de signes contraires est une surface du cinquième ordre.

» En terminant, l'éminent géomètre fait observer qu'en ce qui concerne les trajectoires des points d'une droite faisant partie d'une figure en mouvement il a toujours été question d'une droite quelconque; mais qu'il y a certaines droites jouissant de propriétés particulières. Il annonce qu'il reviendra sur ce sujet, qui lui donnera lieu de considérer aussi ce qui se rapporte à des plans de la figure en mouvement, et particulièrement aux surfaces trajectoires des points de ces plans, lesquelles ont leurs centres de courbure principaux sur une surface du sixième ordre, qui présente quelque analogie avec le lieu des points dont les surfaces trajectoires ont un centre de courbure principal sur un plan.

» Les géomètres comprendront, sans que nous ayons besoin d'insister, toute l'importance d'un travail qui réunit dans une même théorie, absolument nouvelle, en les déduisant d'un mode uniforme de démonstration, des résultats aussi précis et aussi considérables. Nous ne saurions le recommander trop vivement aux encouragements de l'Académie, et la Commission déclare, à l'unanimité, que ce Mémoire lui paraît très-digne d'être inséré dans le *Recueil des Savants étrangers*. »

RESPIGHI (L.). — *Sur la grandeur et les variations du diamètre solaire* (2^e Note).

CURIE (J.). — *Sur la théorie de la poussée des terres*.

« L'objet de la présente Note, dit M. Curie, est de répondre aux objections de M. de Saint-Venant (*voir* la séance du 28 juillet 1873), et de faire saisir d'une manière encore plus claire, s'il est possible, qu'il ne l'a fait, en quoi consiste la différence qui existe entre la théorie que je propose, théorie avec laquelle les expériences mentionnées dans ma Note du 14 juillet présentent un accord frappant, et l'ancienne théorie considérée comme approximativement équivalente à la *théorie rationnelle* due à M. Maurice Levy. »

ČASOPIS PRO PESTOVÁNĚ MATHEMATIKY A FYSIKY, kterýž se zvláštním zřetelem k studujícím rediguje Dr. F. J. STUDNIČKA, professor Matematiky na C. K. Universitě Pražské, a vydává JEDNOTA ČESKÝCH MATHEMATIKŮ. Stálí spolupracovníci : Dr. G. BLAŽEK a Dr. Em. WEYR, professorové Matematiky na Kr. Č. Polytechnice, a Dr. M. NEUMANN, docent Fysiky na C. K. Universitě. — V Praze. Tiskem Dra. Edvarda Grégra. — Nákladem Jednoty Českých Matematiků (¹).

T. I; 1872.

RYBIČKA (A.). — *Stanislas Vydra, Notice biographique.* (2 art., 11 p.)

Vydra (1741-1804) est auteur d'Ouvrages sur les diverses branches des Mathématiques, les premiers qui aient été composés en langue tchèque.

(¹) *Journal pour l'étude des Mathématiques et de la Physique*, rédigé spécialement pour l'usage des Étudiants, par le D^r F.-J. Studnička, professeur de Mathématiques à l'Université I. et R. de Prague, et publié par la *Société des Mathématiciens bohêmes*. Avec la collaboration du D^r G. Blažek et du D^r Em. Weyr, professeurs de Mathématiques à l'Institut Royal Polytechnique de Bohême, et du D^r M. Neumann, docent de Physique à l'Université I. et R. — Prague, imprimerie du D^r E. Grégr. — Aux frais de la Société des Mathématiciens bohêmes. — Publié par fascicules bimensuels, in-8^o, en langue bohême.

Pour faciliter la lecture des noms propres, nous indiquerons les principales règles de la prononciation bohême. Les lettres *a, b, d, e, f, i, k, l, m, n, o, p, r, t, v, s, z* se prononcent comme en français; *ch, g, j, u* comme en allemand; *c = ts = z* allemand; *č = tch*; *ě = ié*; *h* fortement aspiré, et quelquefois = *ch* all.; *ň = gn* (dans *signe*); *ř = ž = j* fr.; *s = ç* toujours dur; *š = ch* fr. (dans *chose*); *d', p', t'* se prononcent en faisant entendre légèrement le son *i*. Les voyelles accentuées *á, é, í, ú, ů, ý* sont longues. L'accent tonique est généralement sur la première syllabe.

Nous devons ce compte rendu à l'obligeance de M. le D^r Em. Weyr.

STUDNIČKA (F.-J.). — *Nouvelle démonstration du théorème sur la relation entre les déterminants et les déterminants mineurs du système primitif et du système adjoint.* (4 p.)

Si l'on désigne par A_{pq} le déterminant mineur, correspondant à l'élément a_{pq} du déterminant

$$\Delta = \sum \pm a_{11} a_{22} \dots a_{nn},$$

on a, comme on sait,

$$\Delta^{n-k} (a_{11} a_{22} \dots a_{k-1, k-1}) = (A_{kk} \dots A_{nn}),$$

ce qui est établi, dans la présente Note, d'une manière inductive très-simple, qui peut remplacer, pour les commençants, la démonstration de Borchardt, reproduite par Baltzer, dans sa *Théorie des déterminants*.

KREJČÍ (J.). — *Éléments de cristallographie mathématique.* (4 art., 35 p.)

WEYR (Em.). — *Sur les triangles d'arcs de cercle.* (6 p.)

L'auteur, partant de la méthode des projections stéréographiques, traite des figures planes formées par trois arcs de cercle, et qu'il appelle *triangles circulaires* (*Kreisdreiecke*). Il démontre d'abord que l'on peut considérer trois cercles quelconques dans le plan comme les projections stéréographiques de trois grands cercles d'une sphère, c'est-à-dire que tout triangle circulaire peut être regardé comme la projection d'un triangle sphérique. Si A_1, A_2, A_3 sont les trois sommets d'un triangle circulaire, les arcs de cercle passant deux à deux par un même sommet se coupent, quand on les prolonge suffisamment, en trois autres points, d'où résultent trois nouveaux sommets A'_1, A'_2, A'_3 , que l'on peut appeler les *conjugués* des premiers. Les cercles passant par deux points conjugués sont dits *cercles transversaux*. Il en existe ainsi trois systèmes dans le triangle circulaire. A chaque triangle circulaire correspond un *cercle principal*, dont le centre O est le centre radical des trois cercles qui forment le triangle, et dont le diamètre est égal à la longueur de la plus petite corde des trois cercles qui puisse être menée par O'.

A chaque proposition de la théorie du triangle sphérique cor-

respond une proposition sur le triangle circulaire, et réciproquement. Par exemple :

« Les grands cercles bissecteurs des angles intérieurs d'un triangle sphérique ont un diamètre commun. »

« Les cercles transversaux bissecteurs des angles intérieurs d'un triangle circulaire ont une corde commune, c'est-à-dire qu'ils passent par les deux mêmes points. »

On établit de même les théorèmes suivants sur les triangles circulaires :

« Dans le triangle circulaire, les six cercles transversaux bissecteurs des angles extérieurs et intérieurs se coupent quatre fois, trois à trois, en deux points. On obtient ainsi quatre couples de points Q, Q' , pour chacun desquels O est un point de la ligne de jonction QQ' , et l'on a $OQ \cdot OQ' = P^2$, P désignant le rayon du cercle principal. »

« Les cercles transversaux qui coupent à angles droits les côtés opposés ont une corde commune. »

« Les cercles transversaux bissecteurs des angles extérieurs du triangle circulaire coupent les côtés opposés en des points d'un cercle qui rencontre le cercle principal aux deux extrémités d'un de ses diamètres. »

« Il en est de même pour les cercles transversaux bissecteurs de deux angles intérieurs et du troisième angle extérieur. »

« Si l'on projette, du point O , les pôles des côtés du triangle circulaire ⁽¹⁾ sur les côtés correspondants, et que, par ces projections et les sommets opposés, on mène des cercles transversaux, ceux-ci passeront tous par un même point. »

BLAŽEK (G.). — *Sur l'élément superficiel.*

L'auteur fait voir, dans une courte Note, comment on peut établir d'une manière simple les expressions connues de l'élément différentiel d'une surface, dans le cas des coordonnées soit rectangulaires, soit polaires, en partant de ce théorème, que le carré d'une aire plane est égal à la somme des carrés des projections de cette aire sur trois plans coordonnés rectangulaires.

WEYR (Ed.). — *Sur le cône du second degré.*

(1) On considère comme *pôle* l'intersection des tangentes aux extrémités du côté du triangle.

Si $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ sont les angles des trois couples de génératrices principales (situées dans les trois plans principaux) d'un cône du second degré, on a l'équation

$$\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_2 \cos \varphi_3 + \cos \varphi_3 \cos \varphi_1 + 1 = 0.$$

Un des trois angles est toujours imaginaire.

STUDNIČKA (F.-J.). — *Sur les fractions convergentes intermédiaires, et sur leur application.*

Après avoir exposé les propriétés fondamentales de ces fractions, que l'auteur nomme *fractions adjointes*, on montre leur utilité dans la résolution des équations indéterminées du premier degré.

STUDNIČKA (F.-J.). — *Sur la formule d'Euler pour transformer des séries convergentes en d'autres qui convergent plus rapidement.*

Soit proposé de transformer la série

$$s = u_1 - u_2 + u_3 - \dots, \quad \text{ou} \quad u_1 > u_2 > u_3 > \dots,$$

et introduisons la notation

$$\Delta^{m+1} u_k = \Delta^m u_k - \Delta^m u_{k+1};$$

on trouve ainsi

$$2s = u_1 + \Delta u_1 - \Delta u_2 + \dots = u_1 + \Delta(u_1 - u_2 + u_3 - \dots),$$

ou

$$2s = u_1 + \Delta s.$$

En calculant au moyen du symbole d'opération Δ , on en tire

$$s = \frac{u_1}{2 - \Delta},$$

et, si l'on effectue la division indiquée et que l'on rende au symbole Δ sa signification propre, on obtient la formule connue d'Euler

$$s = \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{\Delta^k u_1}{2^{k+1}}.$$

STUDNIČKA (F.-J.). — *Sur la quadrature du cercle.* (4 p.)

Le but de cet article est de servir de réponse à tous ceux qui veulent avoir trouvé, « avec l'aide de Dieu », la quadrature du cercle. Il contient en abrégé les raisons de l'impossibilité de la solution cherchée, et le tableau des résultats obtenus depuis Archimède (250 avant J.-C.) jusqu'à Richter (1855), dans l'évaluation de π ; il se termine par la valeur de cette constante, trouvée par Shanks, avec 530 décimales.

HOZA (F.). — *Contribution à l'histoire des trochoïdes.* (6 p.)

HERVERT (J.). — *La dioptrique au point de vue de la Géométrie supérieure.* (3 art. 33 p.)

NEUMANN (M.). — *Sur la tension superficielle des liquides.* (16 p.)

BLAŽEK (G.). — *Contribution à la théorie des lentilles.* (2 p.)

WEYR (EM.). — *Deux théorèmes sur les sections coniques.* (3 p.)

En se fondant sur la rationalité des sections coniques, on établit, moyennant l'introduction d'un paramètre rationnel, ces deux théorèmes connus :

1° *L'hypoténuse d'un triangle rectangle inscrit, tournant autour du sommet de l'angle droit, passe par un point fixe de la normale en ce sommet.*

2° *La ligne qui joint les deux points d'intersection de la conique avec deux droites, menées par un de ses points et également inclinées sur la normale en ce point, passe par un point fixe de la tangente en ce point.*

OVIDIO (E. D'). — *Les points, les plans et les droites en coordonnées homogènes.* (2 art., 36 p.; en fr.)

L'auteur reprend les études qu'il a publiées dans divers articles du *Giornale di Matematica* ⁽¹⁾, et où il avait entrepris de traiter plus méthodiquement et plus complètement qu'on ne le fait en général les formules principales qui servent de base à l'application des coordonnées trilinéaires et quadriplanaires des points, des coordonnées triponctuelles et quadriponctuelles des plans, et des coordonnées plückériennes des droites dans l'espace. Il a remarqué,

(1) T. VI, VII, VIII, IX, X, 1868-1872. Voir *Bulletin*, t. I, p. 152, 333; t. III, p. 172; t. IV, p. 196.

depuis, que l'on pouvait généraliser presque tous ses résultats, sans en altérer la simplicité, en considérant des points, des droites et des plans qui ne sont pas tous rapportés au même triangle ou au même tétraèdre. Cette extension fait l'objet du présent Mémoire, qui contient en outre de nouveaux théorèmes et de nouvelles démonstrations de théorèmes connus.

ZAHRADNÍK (K.). — *Lieu géométrique des intersections des tangentes à une conique avec les polaires des points de contact par rapport à une autre conique.*

WEYR (Em.). — *Détermination des éléments à l'infini dans les figures géométriques.* (26 p.)

Prenant pour point de départ les coordonnées homogènes de Hesse, l'auteur développe l'équation des droites de l'infini et des droites parallèles; il détermine les points et les asymptotes infiniment distants des courbes planes algébriques, en particulier des sections coniques spéciales et générales, l'équation des points-cercles imaginaires ($x^2 + y^2 = 0$); puis il passe aux coniques semblables et semblablement placées. Si l'on écrit l'équation d'une courbe plane algébrique du $n^{\text{ième}}$ degré sous la forme

$$u_n + u_{n-1} + \dots + u_1 + u_0 = 0,$$

u_k désignant généralement l'ensemble des termes de degré k , on obtient les points à l'infini (avec les valeurs de $\frac{y}{x}$ pour ces points) au moyen de l'équation $u_n = 0$, qui donne pour le rapport $\frac{y}{x}$ les n valeurs $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. En s'appuyant sur les propriétés connues des fonctions homogènes, l'auteur fait voir maintenant que l'équation des asymptotes est

$$\frac{\xi \frac{\partial u_n}{\partial x} + \eta \frac{\partial u_n}{\partial y} + u_{n-1}}{x^{n-1}} = 0,$$

où, après avoir effectué la division par x^{n-1} , on remplacera $\frac{y}{x}$ successivement par $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$. Après quelques remarques préliminaires générales sur le cas où il manque des termes u dans l'équation de la courbe, l'auteur traite, d'après la théorie exposée, la cissoïde,

la cardioïde et la conchoïde, et détermine les équations des asymptotes de ces courbes.

SEYDLER (A.). — *Remarques sur l'intégration de quelques équations différentielles linéaires.* (3 p.)

L'auteur considère deux équations différentielles linéaires du $n^{\text{ième}}$ ordre

$$\sum_{k=n}^{k=0} a_k y^{(k)} = 0, \quad \sum_{k=n}^{k=0} b_k y^{(k)} = 0,$$

ayant une intégrale particulière commune γ_1 , laquelle satisfera évidemment aussi à l'équation

$$\sum_n^0 (a_k X + b_k Y) y^{(k)} = 0,$$

X et Y étant les fonctions de x, y, y', y'', \dots . Si ces fonctions ne contiennent que x , c'est-à-dire si la dernière équation est elle-même linéaire, on peut, par la variation des constantes, former une nouvelle équation différentielle linéaire, de l'ordre $n - 1$. La condition que les deux premières équations aient une intégrale commune sera une équation contenant les constantes a_k, b_k , que l'on tirera des deux premières équations par l'élimination de y, y', y'', \dots . Si a_k, b_k sont des constantes, l'intégrale sera de la forme $e^{\alpha x}$, α devant satisfaire aux équations du $n^{\text{ième}}$ degré

$$\sum_n^0 a_k \alpha^k = 0, \quad \sum_n^0 b_k \alpha^k = 0.$$

Au moyen de ces deux équations, on peut déterminer l'équation entre a_k, b_k , et obtenir la valeur de α . Pour $n = 2$, on peut employer avec avantage l'équation de condition, très-simple dans ce cas. Ainsi $\gamma_1 = e^{\alpha x}$ sera une intégrale particulière de

$$(a_2 X + b_2 Y) y'' + (a_1 X + b_1 Y) y' + (a_0 X + b_0 Y) y = 0,$$

si α satisfait aux équations

$$\begin{aligned} a_2 \alpha^2 + a_1 \alpha + a_0 &= 0, \\ b_2 \alpha^2 + b_1 \alpha + b_0 &= 0, \end{aligned}$$

d'où résulte

$$\alpha = \frac{(a_0 b_1)}{(a_2 b_0)} = \frac{(a_2 b_0)}{(a_1 b_2)},$$

Des six quantites a, b , il y en a donc cinq d'arbitraires, tandis que, pour la sixième, l'équation précédente, quadratique par rapport à toutes les quantités, fournira deux valeurs. Si l'on pose, dans notre équation différentielle, $y = ue^{ax}$, il vient

$$(a_2 X + b_2 Y) u'' + [(a_1 + a_2 \alpha) X + (b_1 + b_2 \alpha) Y] u' = 0,$$

équation qui peut s'intégrer immédiatement.

La dernière équation de condition peut encore être satisfaite en posant

$$\frac{b_0}{a_0} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = m,$$

et notre équation différentielle aura dans ce cas le facteur $X + mY$. Après la séparation de ce facteur, on obtiendra une équation différentielle linéaire à coefficients constants.

L'équation de condition $\frac{(a_0 b_1)}{(a_2 b_0)} = \frac{(a_2 b_0)}{(a_1 b_2)}$ prend une forme très-élégante dans le cas où X et Y sont des fonctions trigonométriques, par exemple $X = \cos x, Y = \sin x$. Si l'on pose de plus

$$a_k = m_k \cos v_k, \quad b_k = m_k \sin v_k,$$

l'équation différentielle devient

$$m_2 \cos(v_2 + x) y'' + m_1 \cos(v_1 + x) y' + m_0 \cos(v_0 + x) y = 0,$$

laquelle admettra l'intégrale particulière $y = e^{ax}$, si l'on a

$$\frac{\sin^2(v_0 - v_2)}{m_1^2} = \frac{\sin(v_1 - v_0)}{m_2} \frac{\sin(v_2 - v_1)}{m_0}.$$

On a en même temps

$$\alpha = \frac{m_1 \sin(v_1 - v_0)}{m_2 \sin(v_0 - v_2)} = \frac{m_0 \sin(v_0 - v_2)}{m_1 \sin(v_2 - v_1)}.$$

On peut prendre pour exemple l'équation

$$(3 - x)y'' - (9 - 4x)y' + (6 - 3x)y = 0,$$

dans laquelle $X = 1$, $Y = x$ satisfont bien aux conditions demandées, et où, de plus, $\alpha = 1$, ce qui donne $y = ue^x$, et, par suite,

$$(3 - x)u'' - (3 - 2x)u' = 0,$$

$$u' = C'e^{2x}(3 - x)^2, \quad u = C + C' \int e^{2x}(3 - x)^2 dx,$$

d'où enfin

$$y = Ce^x + C'e^{2x}(183 - 150x + 42x^2 - 4x^3).$$

PÁNEK (A.). — *Sur quelques intégrales définies.* (5 p.)

L'auteur représente par des intégrales définies certaines séries trigonométriques infinies, en partie connues, et calcule, à l'aide des formules obtenues, quelques fonctions du nombre π .

PÁNEK (A.). — *Sur les formules fondamentales de la Goniométrie.*

Si la perpendiculaire abaissée, du sommet C du triangle ABC, sur le côté opposé AB, divise ce côté en deux segments

$$AE = m = b \cos A, \quad EB = n = a \cos B,$$

on a, d'après le théorème des sinus,

$$b : (m + n) = \sin B : \sin C,$$

ou, à cause de $C = 180^\circ - (A + B)$,

$$b \sin(A + B) = (m + n) \sin B = (a \cos B + b \cos A) \sin B,$$

ou, à cause de $a \sin B = b \sin A$,

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B.$$

En vertu des équations $\cos^2(A + B) = 1 - \sin^2(A + B)$, $1 = \sin^2 A + \cos^2 A$, on a, par une simple addition et une extraction de racine carrée,

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B.$$

STUDNIČKA (F.-J.). — *Nouveaux théorèmes sur les déterminants.*

ZENGER (K.-V.). — *Sur la vitesse de la lumière dans les milieux chimiques.* (5 p.)

Traduit des *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXV, p. 670, 16 septembre 1872.

STUDNIČKA (F.-J.). — *Remarque sur la théorie des trochoïdes.*

Dans cette courte Note, l'auteur établit, comme complément à la théorie des trochoïdes, contenue dans ses *Principes d'Analyse transcendante* ⁽¹⁾, les équations différentielles des trochoïdes, pour le cas où la base est une droite. Il fait voir alors que l'on n'a qu'à éliminer r et r' entre les équations

$$r = f(\rho), \quad \eta' = \frac{r'}{r}, \quad \eta^2(1 + \eta'^2) = r^2,$$

pour obtenir l'équation $\eta = \varphi(\xi)$ de la trochoïde cherchée.

Si, au contraire, on cherche la base sur laquelle la courbe $r = f(\rho)$ doit rouler pour que la trochoïde soit une droite, on n'a pareillement qu'à éliminer r et r' entre les équations

$$r = f(\rho), \quad -y' = \frac{r'}{r}, \quad y = r,$$

pour obtenir l'équation $y = F(x)$ de cette courbe.

— Chaque numéro du *Journal* est terminé par des énoncés de questions à résoudre, par des solutions de questions posées dans les numéros précédents et par des articles de nouvelles scientifiques et de bibliographie.

E. W.

ZPRAVY JEDNOTY ČESKÝCH MATEMATIKŮ ⁽²⁾.

Années 1870, 1871 et 1872.

WEYR (Ed.). — *Sur la nouvelle Géométrie. Des figures projectives dans le plan.* (23 p.)

Théorèmes sur le rapport anharmonique d'une série de points ou d'un faisceau de droites. Définition des figures projectives, des faisceaux perspectifs, etc. Applications à diverses questions de Géométrie.

⁽¹⁾ STUDNIČKY *Základové vyšši matematiky*, t. III, p. 85.

⁽²⁾ *Bulletins de la Société des Mathématiciens tchèques*. Rédigés par M. Neumann et A. Pánek. Il paraît chaque année un fascicule in-8°, en langue bohème.

Bull. des Sciences mathém. et astron., t. VI. (Février 1874.)

WEYR (Em.). — *Sur la nouvelle Géométrie. De l'involution.*
— *Des propriétés projectives du cercle.* (11-13 p.)

Ce Mémoire est une continuation du précédent. L'auteur y expose, d'une manière simple, les théories connues.

SEYDLER (A.). — *Nouvelle méthode pour calculer les orbites des planètes.* (2 p.)

Le problème de la détermination des éléments des orbites des planètes et des comètes, au moyen des coordonnées géocentriques de trois positions de l'astre, a été traité par Gauss (*Theoria motus*, etc.), qui a indiqué plusieurs solutions, conduisant toutes à des calculs longs et pénibles. M. Seydler indique une nouvelle méthode, où il introduit les coordonnées orthogonales de la planète par rapport à un système ayant pour origine le Soleil et pour plan des xy l'écliptique, et il établit des formules dont la mise en nombres peut seule faire connaître les avantages.

HERVERT (J.). — *Exposé sommaire de la théorie mécanique de la chaleur.* (32 p.)

NEUMANN (M.). — *Exposé de la théorie des tons de Helmholtz.* (6 p.)

DUFEK (P.-A.). — *Application de la nouvelle Géométrie à la Physique.* (2 p.)

Le centre d'un miroir concave, son centre de courbure et deux foyers conjugués quelconques forment quatre points harmoniques. D'après cette propriété, on peut remplacer la discussion relative aux positions des foyers conjugués par la considération des faisceaux harmoniques.

NEUMANN (M.). — *Des ondes vibrant sous l'action d'un archet.* (8 p.)

STROUHAL (Č.-B.). — *Sur les coordonnées bipolaires.* (8 p.)

Résumé d'une conférence faite devant le premier Congrès des Mathématiciens et des Physiciens tchèques. L'emploi des coordonnées bipolaires facilite la résolution des deux problèmes suivants : « Mener la tangente à une courbe en un point donné », et « Trouver un système de trajectoires orthogonales d'un système de courbes de

même espèce ». L'auteur donne la solution de ces deux problèmes pour le cercle, l'ellipse, l'hyperbole, les courbes de Cassini.

NEUMANN (M.). — *Le diapason galvanique et son utilité dans l'Acoustique.* (2 p.)

PÁNEK (A.). — *Valeurs approchées du radical $\sqrt{a^2 + b^2}$.* (4 p.)

En posant $\sqrt{a^2 + b^2} = \alpha a + \beta b$, on peut calculer les coefficients α , β , de manière à obtenir l'approximation voulue. Ce problème est traité par la méthode de Poncelet (1).

STUDNÍČKA (F.). — *Contributions à la théorie de l'intégration des équations différentielles linéaires complètes* (2). (71 p.)

On sait que, étant donnée l'intégrale générale

$$(1) \quad y = \sum_{m=1}^{m=n} C_m y_m$$

d'une équation linéaire sans second membre, on peut en déduire l'intégrale générale de l'équation complète

$$\sum_{k=n}^{k=0} X_k y^{(k)} = X,$$

sous la forme

$$y = \sum_{m=1}^{m=n} A_m y_m + \sum_{m=1}^{m=n} y_m \int \xi_m dx,$$

composée de l'intégrale générale (1) de l'équation sans second membre et d'un terme complémentaire pouvant être déterminé par la variation des constantes. L'auteur cherche à déterminer ce terme complémentaire d'une manière directe, en établissant les relations qui existent entre la forme et les coefficients de ce terme, et les coefficients du second membre X , sur la composition duquel il fait plusieurs hypothèses particulières.

(1) Sur la valeur approchée linéaire et rationnelle des radicaux de la forme $\sqrt{a^2 \pm b^2}$. (*Journal de Crelle*, t. 13.)

(2) Cette Note a paru en allemand dans les *Sitzungsberichte der Königl. böhm. Gesellschaft d. Wissenschaften in Prag*; 1870.

HERVERT (J.). — *De la conservation des forces dans la nature* (22 p.)

NEUMANN (M.). — *Sur le laboratoire de Physique.* (7 p.)

Description des procédés employés pour le travail du verre et des métaux.

PÁNEK (A.). — *Sur l'intégrale définie de la forme*

$$\int_0^{-\infty} \frac{e^x}{x} (e^{ax} - 1) dx.$$

En posant $e^{ax} = \lim \left(1 - \frac{x}{\omega}\right)^{a\omega}$, et intégrant par séries, l'auteur trouve la valeur de cette intégrale égale à $\log(1 + a)$.

PÁNEK (A.). — *Détermination de la valeur de l'intégrale définie* $\int_0^1 \frac{x^{-\mu} + x^{\mu-1}}{1+x} dx$. (4 p.)

STUDNIČKA (F.). — *Contribution à la théorie de la décomposition des fonctions rationnelles en fractions simples.* (2 p.)

Les numérateurs des fractions simples se calculent généralement à l'aide de formules récurrentes. L'auteur établit des formules qui permettent de déterminer ces numérateurs indépendamment les uns des autres.

HOZÁ (F.). — *Description d'un appareil pour faciliter l'enseignement de la méthode des projections orthogonales* (1). (4 p.)

NEUMANN (M.). — *Contribution à l'étude des couches de poussière de Kundt.* (9 p.)

POKORNÝ (M.). — *Contribution au calcul des amortissements.* (3 p.)

PÁNEK (A.). — *Calcul de la valeur de l'intégrale eulérienne* $\int_0^{\infty} \frac{x^{b-1}}{(1+x)^{a+b}} dx$. (6 p.)

HERVERT (J.). — *Formes particulières des flammes sous l'influence des tubes sonores.* (15 p.)

(1) Voir *Bulletin*, t. III, p. 377.

STUDNICKÁ (F.). — *Contributions au calcul des symboles d'opérations.* (7 p.)

Soit un système de grandeurs représentées par les symboles

$$\begin{array}{ccccccc} \Delta^0 a_0, & \Delta^0 a_1, & \Delta^0 a_2, & \dots, & \Delta^0 a_k, & \dots, & \\ \Delta' a_0, & \Delta' a_1, & \Delta' a_2, & \dots, & \Delta' a_k, & \dots, & \\ \dots\dots\dots & & & & & & \\ \Delta^m a_0, & \Delta^m a_1, & \Delta^m a_2, & \dots, & \Delta^m a_k, & \dots, & \end{array}$$

tel que l'on ait

$$\Delta^m a_{k+1} = \Delta^m a_k + \Delta^{m-1} a_k.$$

L'auteur établit des formules pour exprimer : 1° la valeur d'un terme quelconque en fonction des éléments *a*) de la ligne verticale, *b*) de la ligne horizontale, auxquelles il appartient ; 2° la somme de *n* termes d'une ligne verticale ou horizontale en fonction des éléments des lignes horizontales ou verticales correspondantes.

JAROLÍMEK (Č.). — *Lignes d'illumination sur les surfaces géométriques.* (10 p.)

Étude des courbes d'égalité d'illumination sur les surfaces éclairées par un faisceau de rayons convergents ou parallèles.

NEUMANN (M.). — *Description de quelques appareils scolaires pour les expériences de Physique.* (14 p.)

JÍČÍNSKÝ (K.). — *Quadrature du cercle avec l'approximation de 3,1415.*

L'auteur indique une construction géométrique qui permet de déterminer graphiquement, par la règle et le compas, la longueur de la circonférence à $\frac{1}{10000}$ près du diamètre.

— Ce Recueil contient en outre des analyses de divers Mémoires et Ouvrages scientifiques, rédigées par M. Seydel, ainsi que des énoncés de problèmes de Mathématiques et de Physique, avec leurs solutions.

A. P.

SITZUNGSBERICHTE DER KÖNIGL. BÖHMISCHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN IN PRAG (1).

Année 1870.

BLAŽEK (G.). — *Sur les axes de symétrie.* (2 p.; boh.)

En appelant axes de symétrie un système de droites passant par un même point et partageant le plan en angles égaux ou l'espace en angles polyèdres égaux, la somme des carrés des projections orthogonales d'une longueur constante, de direction quelconque, sur ces axes est constante, et son rapport au carré de la longueur est $\frac{n}{2}$ pour le plan, $\frac{n}{3}$ pour l'espace. On en déduit simplement diverses propriétés de l'ellipsoïde.

STUDNICKA (Fr.). — *Sur le caractère distinctif des maxima et des minima des fonctions de plusieurs variables.*

Si $V = \sum f_{ik} \alpha_i \alpha_k$ ($i, k = 1, 2, \dots, n$) est le polynôme dont le signe sert à distinguer le maximum du minimum, et qu'on l'ait mis sous la forme

$$V = \sum_i^n \frac{H_i}{H_{i-1}} X_i,$$

H_0 étant $= 1$, et H_1, H_2, \dots, H_n étant des invariants de la fonction V , qui se confondent ici avec les déterminants hessiens, il y aura un minimum quand on aura, quel que soit i , $H_i > 0$, et un maximum quand on aura $(-)^i H_i > 0$.

WEYR (Em.). — *Sur les involutions de degré supérieur.* (5 p.)

x étant la distance d'un point m d'une droite G à un point fixe O de cette même droite, f et φ des fonctions entières et rationnelles du $n^{\text{ième}}$ degré, et λ un paramètre variable, l'équation

$$f(x) - \lambda \varphi(x') = 0$$

représente une involution du $n^{\text{ième}}$ degré sur la droite G . M. Weyr

(1) *Comptes rendus des séances de la Société royale des Sciences de Bohême, à Prague.* — Publiés chaque semestre par fascicules in-8°, en allemand et en bohême.

établit ce théorème remarquable : « Si une involution du $n^{\text{ième}}$ degré possède deux éléments n -uples, les éléments de tous les groupes se grouperont en figures projectives. »

WEYR (Em.). — *Sur la Géométrie des courbes du troisième ordre.* (5 p.)

STUDNIČKA (Fr.). — *Contributions à la théorie de l'intégration des équations différentielles linéaires complètes.* (7 p.)

Nous avons donné plus haut (p. 98) l'analyse de ce Mémoire, reproduit dans les *Bulletins de la Société Mathématique de Prague.*

Année 1871.

WEYR (Em.). — *Sur les podaires des courbes dans l'espace.* (10 p.)

Les courbes dans l'espace ont deux sortes de podaires, suivant qu'on les considère comme enveloppes de leurs tangentes ou de leurs plans osculateurs. L'auteur étudie les propriétés de ces deux classes de courbes.

WEYR (Em.). — *Sur l'action à distance des solénoïdes électriques et des plans matériels.* (18 p.)

Addition au Mémoire de l'auteur, intitulé : *Ueber die magnetische Fernwirkung elektrischer Ströme und Stromringe* ⁽¹⁾.

STUDNIČKA (Fr.). — *Sur le calcul des opérations.* (5 p.)

Voir plus haut (p. 101) une analyse de cette Note, reproduite dans les *Bulletins de la Société mathématique.*

DOMALÍP. — *Nouvelles recherches sur le magnétisme.* (4 p.)

KÜPPER (K.). — *Sur les courbes du troisième ordre, considérées comme enveloppes de coniques.* (5 p.)

WEYR (Em.). — *Sur les relations angulaires involutoires de la cardioïde.*

Si l'on joint les points d'intersection de la tangente double et de trois tangentes parallèles entre elles avec le point m , milieu du

(1) *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, t. XIII, 1868.

rayon qui joint le pôle de la courbe (considérée comme produit d'un cercle) au centre de ce cercle, on obtient trois rayons faisant entre eux des angles de 60 degrés.

Année 1872 (1^{er} semestre).

WEYR (Em.). — *Sur le problème fondamental des involutions du troisième degré.* (3 p.)

L'auteur établit ce théorème important : « Les côtés d'un triangle coupent une conique quelconque en trois couples de points, qui, avec les trois points suivant lesquels les sommets du triangle sont projetés, d'un point quelconque de la conique sur la conique elle-même, forment trois triades de points en involution cubique. »

PELZ (K.). — *Sur la détermination des axes de projections centrales du cercle.* (4 p., 1 pl.)

WEYR (Em.). — *Sur les singularités du second ordre des courbes planes rationnelles.* (6 p.)

Suite des recherches de l'auteur, publiées dans les recueils suivants :

Zeitschrift für Mathematik und Physik, t. XVI; 1871.

Giornale di Matematiche, t. IX; 1871.

Annali di Matematica, 2^e série, t. IV; 1871.

MACH. — *Sur l'analogie de la différence personnelle entre les deux yeux avec la différence que présentent les divers points de la rétine dans le même œil.* (9 p.)

STUDNIČKA (Fr.). — *Sur une classe particulière de déterminants symétriques, et sur leur emploi dans la théorie des fractions continues.* (3 p.)

STUDNIČKA (Fr.). — *Contribution à la théorie des déterminants.* (2 p.)

Si les éléments des diverses lignes horizontales ou verticales d'un déterminant d'ordre n forment des séries arithmétiques de degré $\leq n - 2$, le déterminant s'annule.

Si les éléments d'un déterminant persymétrique d'ordre n forment une série arithmétique du degré $n - 1$, le déterminant $= \pm (\Delta^{n-1} a_{1,1})^n$.

KREJČÍ. — *Sur un mode analogue de calcul et de représentation des cristaux des systèmes cubique et rhomboédrique.* (6 p.)

ZRZAVÝ. — *Sur le calcul du réseau trigonométrique du dernier ordre.* (4 p.)

WEYR (Em.). — *Sur la courbure des surfaces gauches.* (4 p.)

DURÈGE (H.). — *Sur les coniques osculatrices d'une courbe du troisième ordre.* (15 p.)

Steiner a énoncé sans démonstration ⁽¹⁾ ce théorème, que, par trois points quelconques d'une courbe du troisième ordre, on peut mener à la courbe neuf coniques osculatrices, dont trois sont réelles et six imaginaires. A cette proposition principale se rattachent d'autres théorèmes relatifs au groupement de ces coniques osculatrices et aux relations entre les points réels d'osculation et les points réels d'inflexion. La proposition principale a été démontrée par M. F. August ⁽²⁾. Le but du travail de M. Durège est d'examiner la liaison de cette proposition avec cet autre théorème, énoncé aussi par Steiner, que, par un point quelconque d'une conique, on peut mener trois cercles osculateurs à cette courbe, et dont les points de contact se trouvent sur un même cercle que le point donné, théorème que Steiner dit être, *jusqu'à un certain point* (*gewissermassen*), un cas particulier du précédent.

ABHANDLUNGEN DER KÖNIGL. BÖHMISCHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.
Prag. — In-4° ⁽³⁾.

6^e Série, t. IV; 1870.

WALTENHOFEN (A. v.). — *Sur l'attraction qu'exerce une spirale magnétique sur un noyau de fer mobile.* (14 p., 2 pl.)

DIENGER (J.). — *Études sur la théorie des covariants et des invariants des formes binaires.* (47 p.)

⁽¹⁾ *Journal de Crelle*, t. 32, p. 300.

⁽²⁾ *Ibid.*, t. 68, p. 235.

⁽³⁾ Voir *Bulletin*, t. I, p. 99, et t. III, p. 170.

Ce Mémoire contient moins une théorie complète des covariants et invariants des fonctions de deux variables qu'une suite d'études détachées sur divers points de cette théorie, se succédant de manière que chacune s'appuie sur les précédentes.

ZENGER (K.-W.). — *Le photomètre différentiel, et une nouvelle pile thermo-électrique.* (21 p., 2 pl.)

WEYR (Em.). — *Génération des courbes algébriques au moyen de figures élémentaires multiformes.* (36 p.)

Ce travail peut être considéré comme une Introduction au Livre publié par l'auteur sur le même sujet ⁽¹⁾. Il se divise en deux Parties, dont la première a pour titre : « Développement des relations générales » ; la seconde : « Génération des figures multiformes ».

T. V; 1871-1872.

ZENGER (K.-W.). — *La balance tangentielle, et son emploi pour la détermination des densités des corps solides et fluides, au moyen d'une lecture directe.* (21 p., 2 pl.)

MATZKA (W.). — *Méthode propre de W.-G. Horner, pour la résolution des équations numériques algébriques. Étude historique pour l'éclaircissement et l'appréciation de cette méthode.* (47 p.)

Horner a publié, vers 1819, dans les *Philosophical Transactions* et dans le *Leybourn's Repository*, sa découverte d'une nouvelle méthode pour la résolution numérique des équations algébriques. Cette méthode, adoptée maintenant par les géomètres anglais et allemands, n'a été généralement connue que par l'exposition qui en a été faite, en 1835, par J.-R. Young. Mais ce n'est pas là, à proprement parler, la méthode primitive, exposée et pratiquée par Horner lui-même; c'en est une modification, indiquée en passant comme moyen de faciliter les calculs, mais à laquelle Horner, doué d'une prodigieuse facilité pour les calculs de tête, préférerait des procédés plus pénibles, mais plus directs. M. Matzka, en se livrant à l'étude assez laborieuse, des travaux originaux de Horner, a reconnu

⁽¹⁾ *Theorie der mehrdeutigen geometrischen Elementargebilde und der algebraischen Curven und Flächen als deren Erzeugnisse.* Leipzig, Teubner, 1869. In-8°, vii-175 p.

que son premier procédé, qu'a fait oublier le perfectionnement développé par Young, fournit, avec une étonnante rapidité, un nombre considérable de chiffres. Il présente, avec étendue et clarté, les trois méthodes d'approximation données successivement par Horner, et les discute au double point de vue de l'originalité et des avantages pratiques.

ŠOLIN (J.-M.). — *Sur l'intégration graphique, contribution à l'Arithmographie.* (10 p., 1 pl.)

Dans cette Note, qui forme un Chapitre important de la Statique graphique, l'auteur donne les moyens d'exécuter graphiquement les opérations de la différentiation, de l'intégration, soit d'une fonction explicite, soit d'une équation aux différentielles totales entre deux ou trois variables.

WALTENHOFEN (A. v.). — *Sur la détermination du grossissement et du champ visuel des lunettes.* (15 p., 1 pl.)

La méthode indiquée par l'auteur se recommande par la facilité de son emploi; elle n'exige d'autre appareil qu'une lentille et une échelle tracée sur le papier, appareil qui peut tenir sur une table ordinaire.

DOMALÍP (K.). — *Recherches électromagnétiques, particulièrement sur quelques lois empiriques établies par Dub et par Muller.* (19 p.)

WEYR (Em.). — *Génération des figures élémentaires multiformes dans l'espace.* (55 p.)

Suite du Mémoire publié dans le volume précédent.

DIENGER (J.). — *Sur un théorème du Calcul des probabilités, et sur quelques intégrales définies qui s'y rattachent.* (44 p.)

L'auteur s'occupe de l'intégrale $\int_0^\infty \cos ax \left(\frac{\sin bx}{bx} \right)^n \frac{\sin \varepsilon x}{x} dx$,

qui exprime la probabilité pour qu'une inconnue, déterminée par des observations répétées, soit comprise entre des limites données. Il corrige une erreur commise par Poisson dans l'évaluation de cette intégrale. Il parvient, par une méthode différente de celle de Laplace, à la définition de la valeur moyenne dans le cas qu'il considère.

KÜPPER (C.). — *Contributions à la théorie des courbes du troisième et du quatrième degré.* (19 p., 1 pl.)

Ce Mémoire comprend deux Chapitres : I. Les courbes du troisième ordre (C^3) et les courbes du quatrième ordre (C^4) à deux points doubles considérées comme enveloppes de sections coniques. II. Sur un réseau spécial de coniques et sur une involution quadratique centrale dans le plan.

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ. Helsingfors. — In-4° (').

T. IX; 1871.

GADOLIN (Axel.). — *Mémoire sur la déduction d'un seul principe de tous les systèmes cristallographiques avec leurs subdivisions.* (71 p., 15 pl.; fr.)

GYLDÉN (H.). — *Relations entre les cosinus et les sinus des angles irrationnels.* (36 p.; suéd.)

L'auteur a été conduit, par un calcul astronomique, à développer le cosinus et le sinus d'un angle donné en série, procédant suivant les cosinus et les sinus des multiples d'un autre angle, incommensurable avec le premier. Il n'a pu trouver, dans les travaux mathématiques publiés jusqu'à ce jour, aucune méthode vraiment pratique qui conduisit à la solution de cette question par des séries assez rapidement convergentes. Il lui a fallu dès lors chercher comment on peut déduire des séries de Fourier de nouvelles séries jouissant d'une convergence suffisante.

MOBERG (Ad.). — *Remarques sur les courants électriques induits par un aimant dans les plaques métalliques tournantes.* (35 p.; suéd.)

HALLSTÉN (K.). — *Sur la chaleur considérée comme mouvement.* (10 p.; suéd.)

LINDELÖF (L.). — *Sur la figure apparente d'une planète.* (13 p.; fr.)

L'auteur applique la transformation homographique à la solution

(') Voir *Bulletin*, t. I, p. 274.

de ce problème, traité par Bessel ⁽¹⁾ : Déterminer la figure apparente d'une planète telle, qu'elle résulte de sa position relative par rapport au Soleil et à la Terre, la forme de la planète étant supposée celle d'un sphéroïde aplati.

HALLSTÉN (K.). — *Sur les constantes de la chaleur.* (10 p.; suéd.)

LINDELÖF (L.). — *Sur les limites entre lesquelles la caténoïde est une surface minima.* (8 p.; fr.)

Cette question, dont la discussion a été mentionnée déjà dans le *Bulletin* (t. IV, p. 273), acquiert un nouvel intérêt depuis les belles expériences de M. Plateau sur les figures d'équilibre des fluides soustraits à l'action de la pesanteur. M. Lindelöf a joint à l'étude générale du problème les résultats de ses calculs numériques relatifs aux dimensions de la caténoïde limite.

LINDELÖF (L.). — *Quelques formules relatives à la courbure moyenne d'une courbe fermée.* (5 p.; fr.)

L'auteur a été conduit à ses recherches sur cette question en traitant le problème des polyèdres maxima ⁽²⁾. Il parvient au théorème suivant : « Une figure plane, limitée par une courbe continue, étant divisée en secteurs égaux infiniment petits par des rayons émanés d'un point arbitraire, la courbure moyenne des éléments d'arc ainsi déterminés s'obtient en divisant le périmètre entier par le double de l'aire. »

KRUEGER (A.). — *Détermination de l'orbite de la comète, 1785,* II. (23 p.; all.)

Les éléments de la comète découverte le 26 septembre 1867 simultanément par MM. Bäker, à Nauen, et Winnecke, à Bonn, ayant présenté quelque ressemblance avec ceux de la comète découverte par Messier, à Paris, le 11 mars 1785, il a paru intéressant à M. Krueger de déterminer avec plus de précision les éléments de cette dernière comète, bien qu'il n'y eût pas lieu de s'attendre à pouvoir l'identifier avec celle de 1867.

(1) *Astronomische Untersuchungen*, Bd. I.

(2) Voir *Bulletin*, t. I, p. 242.

GIORNALE DI MATEMATICHE, pubblicato per cura di G. BATTAGLINI, E. FERGOLA, etc. (1).

T. XI, 1^{er} semestre; janvier-juin 1873.

JANNI (G.). — *Exposition de la théorie des substitutions.* (32 p.)

Dans cette troisième Partie de son Mémoire, l'auteur traite des substitutions linéaires. Cette Partie se compose des Chapitres dont voici les titres : I. Représentation analytique des substitutions. — II. Généralités sur les substitutions linéaires. — III. Ordre du groupe linéaire. — IV. Facteurs de composition du groupe linéaire. — V. Forme canonique des substitutions linéaires.

TORELLI (G.). — *Sur quelques intégrales formées au moyen des intégrales elliptiques, et sur leurs applications.* (21 p.)

L'auteur s'occupe des intégrales que l'on obtient, en intégrant par rapport au module l'intégrale elliptique multipliée par une puissance du module, et il donne quelques applications des formules obtenues à la simplification des intégrales complètes de certaines équations différentielles.

BONOLIS (A.). — *Résolution de $2n$ équations à $2n$ inconnues, qui se présentent dans certaines questions de Mécanique appliquée aux constructions.* (4 p.)

NEUMANN (C.). — *Notice sur Rodolphe-Frédéric-Alfred CLEBSCH.* (5 p.)

Traduit de l'allemand.

GAMBARDELLA (F.). — *Sur les coefficients des facultés analytiques.* (25 p.)

L'auteur se propose, dans cette Note, d'étudier les développements des deux fonctions que l'on désigne sous le nom de *facultés analytiques* ou de *factorielles*, l'une à exposant positif, l'autre à exposant négatif; il s'occupe de la recherche des expressions générales des coefficients de leurs développements. La Note est suivie d'un Appendice sur le développement des fonctions isobariques.

BATTAGLINI (G.). — *Sur la théorie des moments d'inertie.* (9 p.)

(1) Voir *Bulletin*, t. IV, p. 254.

Pour faire suite aux Notes relatives à la Statique et à la Cinématique des systèmes de forme invariable, traitées d'après les conceptions géométriques et mécaniques de Plücker, l'auteur se propose d'étudier, par la même méthode, la Dynamique de ces systèmes.

Dans cette Note, rapportant le système à un tétraèdre fondamental, il développe la théorie des moments d'inertie par rapport à un point, à un plan et à une droite.

BELTRAMI (E.). — *Sur les fonctions bilinéaires.* (9 p.)

L'auteur considère certains problèmes auxquels donne lieu la théorie des fonctions bilinéaires, lorsqu'on écarte la restriction que les deux séries de variables soient assujetties à des substitutions identiques ou à des substitutions inverses.

ASCHIERI (F.). — *Sur les systèmes de droites dans l'espace.* (3 p.)

Dans cette Note (qui sera continuée), l'auteur établit certaines propriétés relatives à deux séries de complexes du premier degré, dans lesquelles les complexes de chaque série satisfont à la condition de passer par une droite déterminée.

AFFOLTER (G.). — *Démonstration élémentaire de cette propriété, que deux triangles polaires dans un cercle sont en position perspective.* (2 p.)

RYEW (L.). — *Sur les lignes de courbure des surfaces du second ordre.*

Démonstration de ce théorème, que les lignes de courbure d'une surface du second ordre touchent les huit génératrices qui passent deux à deux par les quatre points où la surface est rencontrée par le cercle imaginaire de l'infini.

PITTARELLI (G.) et CAPORALI (E.). — *Solution de questions proposées dans le Giornale di Matematiche.* (8 p.)

SIACCI (F.). — *Questions proposées.* (2 p.)

SARDI (C.). — *Sur les progressions par différence.* (30 p.)

Ce Mémoire contient certains théorèmes sur les progressions par différence, avec les applications à la résolution du problème des partitions d'un nombre donné avec trois ou quatre nombres désignés.

CLEBSCH (A.). — *Notice sur Julius PLÜCKER.* (2 p.)

Traduit de l'allemand par *E. Beltrami.*

TOGNOLI (O.). — *Quelques considérations sur la Géométrie des surfaces et sur les courbes gauches du genre zéro.* (12 p.)

G. B.