BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 6 (1874), p. 228-258

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1874__6__228_0>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON [1].

T. CLXI; 1871.

CAYLEY (A.). — *Neuvième Mémoire sur les quantiques.* (34 p.)

M. Gordan a fait voir [2] que le nombre des covariants irréductibles d'un quantique binaire d'ordre quelconque est fini, et qu'en particulier, dans les cas d'un quintique et d'un sextique, le nombre des covariants irréductibles, y compris le quantique lui-même et ses invariants (art. 23 et 26), est aussi fini. De la théorie exposée dans son « Second Mémoire sur les quantiques [3] », M. Cayley avait conclu à tort que ce nombre, pour un quintique binaire, était infini. L'erreur provenait de ce que certaines relations linéaires, que l'auteur avait supposées indépendantes, ne le sont pas en réalité. Cette dépendance, qui n'existe pas pour les formes du deuxième, du troisième et du quatrième degré, apparaît seulement à partir du cinquième degré.

Bien que l'auteur ne soit pas encore parvenu à démontrer généralement que le nombre des covariants irréductibles est fini dans tous les cas, il fait voir cependant que la théorie peut se mettre d'accord avec les faits. Il reprend la théorie de M. Gordan pour ce qui touche aux quintiques, et donne les expressions de ceux des vingt-trois covariants qui n'avaient pas été établis dans les Mémoires précédents.

PERRY (S.-J.). — *Observations magnétiques faites à l'Observatoire de Stonyhurst College, d'avril* 1863 *à mars* 1870. *Résultats de sept années d'observations des forces horizontale et verticale.* (7 p.)

STRUTT (J.-W.) — *Sur la théorie du son.* (42 p.)

La question des tuyaux sonores, malgré le nombre et le mérite des physiciens qui s'en sont occupés, n'a pas fait jusqu'ici d'aussi grands progrès qu'on eût pu l'espérer. Cela tient, suivant

---

(1) Voir *Bulletin*, t. I, p. 181 et 365.
(2) *Journal de Borchardt*, t. 69; 1869.
(3) *Philosoph. Trans.*, 1856.

M. Strutt, à ce que les expérimentateurs n'ont pas pris assez de soin pour simplifier les conditions de leurs expériences. La théorie des tuyaux ouverts, en particulier, était restée incomplète ou même inexacte tant qu'on a voulu l'asseoir sur l'hypothèse que l'air reste immobile à l'extrémité ouverte du tuyau, jusqu'à ce que M. Helmholtz l'ait enfin établie ([1]), sous certaines restrictions, mais sans rien supposer sur ce qui se passe à l'extrémité ouverte.

M. Helmholtz a traité aussi la question des vibrations de l'air dans des cavités dont les trois dimensions sont très-petites par rapport à la longueur d'onde, et qui communiquent avec l'atmosphère par un ou plusieurs petits trous percés dans leurs surfaces. Le Mémoire de M. Strutt a pour objet de donner la théorie des vibrations de cette nature sous une forme plus générale.

Rankine (W.-J.-M.). — *Sur la théorie mathématique des lignes de courant, particulièrement de celles à quatre foyers et remontantes.* (40 p., 1 pl.)

L'auteur appelle *ligne de courant* (*stream-line*) la trajectoire d'une particule dans un courant permanent de fluide. Chaque trajectoire conserve constamment la même figure, et c'est le lieu d'une file de molécules qui se suivent continuellement. Le mouvement d'un courant permanent peut être représenté à l'œil par un groupe de lignes de cette nature. Ces lignes sont importantes à considérer dans l'architecture navale, quand on veut déterminer la forme d'un vaisseau, de manière que les molécules de l'eau glissent sur sa surface avec le moins de frottement possible.

Ces lignes ont été étudiées déjà par plusieurs auteurs ([2]). M. Rankine a montré, dans ses travaux antérieurs, qu'elles peuvent être ou *unifocales* ou *bifocales*, c'est-à-dire qu'elles peuvent être engendrées par la combinaison d'un mouvement progressif uniforme, avec un autre mouvement consistant dans une divergence des particules à partir d'un certain point ou foyer, suivie d'une convergence soit vers le même point, soit vers un point différent. Sui-

---

([1]) *Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden* (*Journal de Borchardt,* 1860).

([2]) Stokes (*Cambridge Transactions,* 1842 et 1850). — Hoppe (*Quarterly Journal of Mathematics*, 1856). — Rankine (*Philosophical Transactions,* 1864; *Philosophical Magazine,* 1864).

vant l'un ou l'autre de ces cas, les lignes de courant, lorsqu'elles se ferment, sont soit des cercles, soit des ovales. Pour avoir une ligne qui représente la coupe horizontale d'un navire aminci aux extrémités, il faut prendre deux portions appartenant à des courbes différentes, de sorte qu'à chaque extrémité il y a discontinuité de forme et de mouvement.

D'après les expériences faites par M. Froude sur des bateaux de deux formes différentes, la forme appointée à chaque extrémité offre moins de résistance pour les petites vitesses; pour les grandes vitesses, au contraire, la forme la plus avantageuse est une forme où les deux bouts sont arrondis et se relient au corps du bateau par une sorte de col légèrement évidé, rappelant la configuration des oiseaux nageurs. M. Froude a trouvé une infinité de courbes fermées satisfaisant ainsi à la condition d'éviter les discontinuités de mouvement, et que l'on obtient en introduisant *quatre* foyers au lieu de deux. On peut les appeler pour cette raison *lignes de courant quadrifocales*. M. Froude leur a donné le nom de *cycnoïdes* (κυκνοειδής), comme rappelant la forme d'un cygne.

Le Mémoire de M. Rankine se divise en quatre Chapitres, dont le premier étudie les lignes de courant au point de vue cinématique et géométrique. Le Chapitre II résume les principales propriétés des classes particulières de lignes de courant antérieurement connues. Dans le Chapitre III, l'auteur traite spécialement des lignes de courant quadrifocales. Le Chapitre IV a pour objet la théorie dynamique des *surfaces de courant*.

Sabine (sir Edward). — *Phénomènes magnétiques enregistrés à l'Observatoire de Kew.* — N° IV. *Analyse des principales perturbations indiquées par les magnétomètres de déclinaison et d'inclinaison de l'Observatoire de Kew, de* 1859 *à* 1864. (13 p.)

Pratt. — *Sur la constitution de la croûte solide de la Terre.* (23 p.)

L'auteur applique les données fournies par les récentes observations du pendule dans l'Inde à la vérification de l'hypothèse proposée par lui, en 1864, touchant la constitution de la croûte terrestre. Il suppose que la variété que nous apercevons dans l'élévation et la dépression des diverses portions de la surface du globe formant les montagnes, les plaines et le lit des mers, provient de ce que la masse, en se solidifiant, s'est inégalement contractée; et que, au-dessous du niveau de la mer, sous les montagnes et les plaines, il y a un déficit de matière à peu près égal à la masse qui s'élève au-dessus de ce niveau. Au-dessous du lit de la mer, il y aurait un excès de matière à peu près égal au déficit que présenterait l'Océan comparé avec la roche; de sorte que la quantité de matière renfermée dans une colonne verticale de même section, allant de la surface de la Terre jusqu'à une surface de niveau inférieure à la croûte, serait maintenant et aurait toujours été à peu près la même en tous les points de la Terre.

Cayley (A.). — *Sur le problème du triangle inscrit et circonscrit.* (44 p.)

Ce problème est un cas particulier de celui du polygone inscrit et circonscrit, lequel consiste à chercher un polygone tel, que ses sommets soient situés sur une ou plusieurs courbes données, et que ses côtés soient tangents à une ou plusieurs courbes données. On peut chercher d'abord quel est le nombre de ces polygones : lorsque les courbes contenant les sommets sont toutes distinctes des courbes tangentes aux côtés, le nombre des polygones s'obtient aisément et a une expression simple, savoir le double du produit des *ordres* des courbes contenant les sommets par les *classes* des courbes tangentes aux côtés; mais, lorsque plusieurs de ces courbes se confondent en une seule, et en particulier lorsque tous les sommets doivent être situés sur une courbe et tous les côtés tangents à cette même courbe, le nombre des polygones est beaucoup plus difficile à déterminer. Le présent Mémoire contient la solution complète de tous les cas du problème, lorsque le polygone se réduit à un triangle. Les principes et les méthodes peuvent toutefois s'étendre au cas d'un polygone quelconque, la solution étant fondée principalement sur le principe de correspondance.

Reed (E.-J.). — *Sur l'inégale répartition du poids et de la résistance dans les navires, et sur ses effets dans l'eau calme, dans la vague et dans des positions exceptionnelles à la côte.* (53 p., 6 pl.)

Roscoe (H.-E.) et Thorpe (T.-E.). — *Sur la mesure de l'intensité chimique de la lumière totale du jour à Catane, pendant l'éclipse totale du 22 décembre 1870.* (10 p., 1 pl.)

GIBSON (J.-C.) et BARCLAY (Th.). — *Mesures de la capacité inductive spécifique des diélectriques, prises au laboratoire de Physique de l'Université de Glasgow.* (11 p., 2 pl.)

CASEY (J.). — *Sur les cyclides et les sphéro-quartiques.* (137 p.)

L'importance de ce Mémoire nous engage à reproduire ici *in extenso* le résumé qu'en a donné l'auteur dans les *Proceedings of the Royal Society of London* (t. XIX, p. 495) ([1]).

« Les courbes et les surfaces considérées dans ce travail forment, je crois, une des classes les plus fécondes en propriétés parmi toutes celles que l'on rencontre en Géométrie. Pour en donner une discussion complète et étendue, j'ai partagé mon Mémoire en plusieurs Chapitres. Je vais donner ici une esquisse de la méthode de recherches que j'ai suivie, en mentionnant quelques-uns des résultats auxquels je suis parvenu.

» Si l'on prend l'équation la plus générale du second degré en $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$, ces variables représentant des sphères au lieu de plans,

$$(a, b, c, d, l, m, n, p, q, r \between \alpha, \beta, \gamma, \delta)^2 = 0,$$

on aura la forme la plus générale sous laquelle puisse s'écrire l'équation d'une cyclide quartique. En partant de cette équation, j'ai prouvé qu'une cyclide quartique est l'enveloppe d'une sphère variable, dont le centre se meut sur une quadrique donnée, et qui coupe orthogonalement la jacobienne des sphères de référence $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$.

» La jacobienne de $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ peut s'écrire sous une forme identique à celle du cercle de l'infini dans le système de coordonnées quadriplanaires. Le carré de la jacobienne peut s'exprimer par une équation du second degré en $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Cette équation prend une forme très-simple quand $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sont mutuellement orthogonales. Au moyen de cette équation, j'ai fait voir que toute cyclide quartique peut s'écrire sous la forme canonique

$$a\alpha^2 + b\beta^2 + c\gamma^2 + d\delta^2 + e\varepsilon^2 = 0,$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ étant cinq sphères mutuellement orthogonales. Ce sont

([1]) *Voir* pour l'historique de cette question la liste de Mémoires placee à la fin de l'ouvrage *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques* dont nous avons rendu compte (*Bulletin*, t. V, p. 52).

les sphères d'inversion de la cyclide, et, en y incorporant les constantes, leurs équations sont liées par une relation identique

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 + \varepsilon^2 = 0.$$

» A l'aide de ces équations, j'ai montré que, en général, une quartique peut être engendrée de cinq manières différentes, comme enveloppe d'une sphère variable qui coupe orthogonalement une sphère donnée, et dont le centre se meut sur une quadrique donnée, quadrique à laquelle, en considération d'une de ses plus importantes propriétés, j'ai donné le nom de *quadrique focale* de la cyclide. Toute cyclide a, en général, cinq quadriques focales; ces quadriques focales sont confocales; leurs coniques focales sont les foyers doubles ou *nodo-foyers* de la cyclide.

» J'ai fait voir que les lieux des foyers isolés ou ordinaires des cyclides sont des sphéro-quartiques (courbes d'intersection d'une sphère et d'une quadrique). En général, une cyclide a cinq sphéro-quartiques focales. Si l'on appelle *confocales* deux cyclides ayant une sphéro-quartique focale commune, on peut faire passer par un point quelconque trois cyclides confocales avec une cyclide donnée; ces confocales sont orthogonales entre elles. Je donne encore d'autres méthodes pour engendrer les cyclides : ainsi, étant donnés trois cercles dans l'espace, dont les plans sont des plans diamétraux d'une sphère donnée, et qui sont orthogonaux à la sphère, une cyclide sera engendrée par un cercle variable dans l'espace, s'appuyant sur ces trois cercles. Cette méthode est analogue à celle qui sert à décrire les quadriques réglées par le mouvement d'une ligne.

» L'équation d'une cyclide peut s'interpréter de trois manières différentes, savoir, comme représentant : 1° une cyclide, 2° une sphéro-quartique, 3° un cône tangent à la cyclide. De là résulte que les sphéro-quartiques, tant par leur mode de génération que par un grand nombre de leurs propriétés, présentent une frappante analogie avec les cylindres. Ainsi la forme canonique de l'équation d'une sphéro-quartique est

$$a\alpha^2 + b\beta^2 + c\gamma^2 + d\delta^2 = 0,$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ étant des cercles d'une sphère donnée U; les pôles des plans de α, β, γ, δ par rapport à U sont les sommets des quatre cônes qui peuvent être décrits par la sphéro-quartique. Les équations de α, β, γ, δ, en incorporant les constantes, sont liées par une relation identique

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 0.$$

Au moyen de cette relation, qui a lieu aussi pour les quartiques bicirculaires, j'ai obtenu les équations des quatre sphéro-coniques focales de la sphéro-quartique. Ces sphéro-coniques se construisent géométriquement comme intersections de U avec les perpendiculaires abaissées de son centre sur les plans tangents aux quatre cônes que l'on peut faire passer par la sphéro-quartique. Les sphéro-coniques focales sont confocales, leurs foyers étant les foyers doubles ou nodo-foyers de la sphéro-quartique.

» Les sphéro-quartiques peuvent être transformées par inversion en bicirculaires; elles peuvent aussi être projetées suivant des bicirculaires, et cela de deux manières : premièrement, sur l'un ou l'autre des plans des sections circulaires de la quadrique dont l'intersection avec la sphère est la sphéro-quartique, au moyen de lignes parallèles à l'axe maximum ou minimum de cette quadrique; en second lieu, par la projection elliptique, c'est-à-dire au moyen des lignes de courbure des quadriques confocales qui passent par chaque point de la sphéro-quartique. La développable formée par les plans tangents à la sphère U en chaque point de la sphéro-quartique jouit de nombreuses propriétés géométriques. Ainsi le cône qui a pour sommet le centre de U, et qui s'appuie sur son arête cuspidale, peut être engendré par les lignes focales d'un cône variable, osculant un cône du second degré, et ayant un double contact avec un autre. L'arête de rebroussement et les lignes nodales de la développable peuvent être projetées suivant la développée et les coniques focales d'une quartique bicirculaire. La développable jouit d'un grand nombre de propriétés anharmoniques : ainsi toutes ses génératrices sont divisées homographiquement par les lignes nodales et la sphère U.

» Dans les Chapitres sur l'inversion et la classification des cyclides, j'ai prouvé que la présence ou l'absence de nœuds dépend des positions relatives de la quadrique focale et de la sphère d'inversion. Ainsi, si elles se touchent, il y aura un nœud conique, la cyclide étant, dans ce cas, l'inverse d'une quadrique, laquelle est un hyperboloïde ou un ellipsoïde, suivant que le nœud a un cône de contact réel ou imaginaire. Si elles sont osculatrices, la cyclide sera l'inverse d'un paraboloïde; le nœud sera biplanaire, si le paraboloïde est elliptique ou hyperbolique; il sera uniplanaire, si le paraboloïde est cylindrique. Si la quadrique focale et la sphère d'inversion ont un double contact, la cyclide sera l'inverse d'un cône du second degré, et aura deux nœuds, qui devront être des nœuds coniques. Quand une cyclide a des nœuds, le nombre des quadriques focales éprouve une diminution. J'ai donné, dans les mêmes Chapitres, les équations et les singularités des cônes tangents, et j'ai fait voir que, en général, toute cyclide a autant de cônes doublement tangents qu'elle a de quadriques focales; en effet, les cônes doublement tangents sont les réciproques des cônes asymptotiques des quadriques focales. On prouve aussi que les lignes d'intersection d'une cyclide avec ses sphères d'inversion sont des lignes de courbure de la cyclide, et que le cercle imaginaire à l'infini est une courbe flecnodale sur sa surface des centres.

» Dans le Chapitre sur la classification des sphéro-quartiques, j'ai donné les caractéristiques de M. Chasles pour les cercles osculateurs d'une sphéro-quartique. Par inversion, on obtient les caractéristiques pour les cercles osculateurs des quartiques bicirculaires : ainsi $V = 24$ pour ces cercles. Dans le même Chapitre, les équations de M. Cayley, donnant les singularités des arêtes de rebroussement des développables, sont transformées de manière à faire connaître les singularités de la développée d'une courbe plane, étant données trois quelconques des singularités de la courbe.

» Les deux derniers Chapitres contiennent une indication des substitutions à l'aide desquelles, des propriétés des quadriques, on peut conclure les propriétés correspondantes des cyclides. Ces Chapitres sont, en réalité, l'exposé d'une nouvelle méthode de transformation géométrique; effectivement, puisque l'équation générale en α, β, γ, δ que j'emploie est de la même forme que l'équation générale d'une quadrique, si ce n'est que, dans ma méthode, les variables représentent des sphères au lieu de plans, on verra facilement que les théories des invariants, des figures réciproques, etc., dans la Géométrie des surfaces du second degré, ont leurs analogues dans la théorie des cyclides; et, en effet, les modes de démonstration employés pour l'une s'appliquent aussi à l'autre. Cette méthode de transformation est très-féconde; j'en donne comme exemples de nombreux théorèmes : ainsi le lieu des centres d'une sphère variable, coupant suivant deux sphéro-quartiques doublement tangentes deux cyclides ayant une sphère d'inversion commune, est la développable circonscrite aux quadriques focales de ces cyclides qui correspondent à la sphère commune d'inversion. »

T. CLXII; 1872.

Stone (E.-J.). — *Détermination expérimentale de la vitesse du son.* (5 p.)

Perry (St.-J.). — *Étude magnétique de l'Est de la France en* 1869. (21 p.)

Cayley (A.). — *Corrections et additions au Mémoire sur la théorie des surfaces réciproques (Philosophical Transactions,* vol. CLIX, 1869). (5 p.)

Airy (G.-B.). — *Corrections aux valeurs calculées des longueurs d'ondes lumineuses, publiées dans les* Philosophical Transactions *pour l'année* 1868. (21 p.)

Spottiswoode (W). — *Sur le contact des surfaces.* (24 p.)

Soit P un point commun à deux surfaces U, V; par une droite arbitraire menée de ce point, faisons passer un plan coupant les deux surfaces et pouvant tourner autour de cette droite. L'auteur étudie les ordres de contact des sections ainsi obtenues. Les surfaces auront un contact complet d'un certain ordre, si l'ordre de contact des sections est indépendant de l'azimut de leur plan. Le contact est dit uniaxial, biaxial, etc., suivant qu'il a lieu suivant une, deux,... directions déterminées. Dans la dernière Section, l'auteur présente quelques considérations générales sur la détermination des surfaces ayant des contacts de divers ordres avec des surfaces données.

Evans (F.-J.). — *Sur la valeur actuelle de la déclinaison magnétique occidentale (variation du compas) sur les côtes de la Grande-Bretagne et sur ses changements annuels.* (12 p., 1 pl.)

Sabine (sir Edw.). — *Contributions au magnétisme terrestre.* N° XIII. (81 p., 3 pl.)

AIRY (G.-B.). — *Expériences sur la puissance directrice des gros aimants d'acier, des barreaux de fer doux aimantés et des bobines galvaniques, dans leur action sur les petits aimants extérieurs.* (13 p.)

ANNALI DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA. — In-4° (1).

2e Série, t. IV; 1870-1871.

CHISTOFFEL (E.-B). — *Sur un problème proposé par Dirichlet.* (9 p.)

Addition au Mémoire inséré, t. I (2e série) du même Recueil.

CODAZZI (D.). — *Sur les coordonnées curvilignes d'une surface et de l'espace.* (4e Mémoire, 15 p.)

Dans ce nouveau travail, l'auteur rappelle que l'abbé Aoust a introduit un élément géométrique nouveau, la *courbure inclinée,* qui simplifie la théorie des coordonnées curvilignes quelconques de l'espace. Il se propose d'étudier par une méthode particulière, et en employant les mêmes éléments que l'abbé Aoust, les relations entre les trois séries de surfaces déterminant un système de coordonnées curvilignes.

Il considère les neuf composantes obliques de la courbure ordinaire, les dix-huit composantes obliques de la courbure inclinée, et six autres quantités entre lesquelles il établit des relations finies ou aux dérivées partielles du premier ordre.

GEISER (C.-F.). — *Sur un théorème fondamental de la Géométrie.* (6 p.)

L'auteur examine certains modes de démonstration employés en Géométrie pure par M. Chasles et par d'autres géomètres; il adresse des objections à ce principe fondamental, que, si deux variables λ, λ' sont liées l'une à l'autre, de telle manière qu'à une valeur de chacune d'elles ne corresponde qu'une valeur de l'autre, la relation entre λ, λ' est de la forme

$$a\lambda\lambda' + b\lambda + c\lambda' + d = 0.$$

---

(1) Voir *Bulletin*, t. I, p. 311, 370.

Ascoli (G.). — *Démonstration d'un théorème fondamental de la théorie des fonctions de variables complexes.* (5 p.)

M. Laurent a donné, dans sa *Théorie des résidus,* le théorème suivant :

Si les fonctions $\varphi_1(z),\ldots,\varphi_n(z),\ldots$ *sont synectiques à l'intérieur d'une aire* A, *et si la série*

$$\varphi_1(z)+\varphi_2(z)+\ldots+\varphi_n(z)+\ldots$$

est convergente à l'intérieur de cette aire, ladite série représente une fonction synectique à l'intérieur de l'aire, dont la dérivée sera

$$\varphi'_1(z)+\varphi'_2(z)+\ldots+\varphi'_n(z)+\ldots,$$

et dont l'intégrale sera

$$\int\varphi_1(z)\,dz+\ldots+\int\varphi_n(z)\,dz+\ldots.$$

M. Ascoli se propose de donner une nouvelle démonstration de ce théorème que, du reste, nous croyons inexact.

Fuchs (L.). — *Sur le développement en série des intégrales des équations différentielles linéaires.* (14 p.; fr.)

Étant donnée l'équation

$$\text{(1)}\qquad D(y)-p=\frac{d^m y}{dx^m}-p_{m-1}\frac{d^{m-1}y}{dx^{m-1}}\cdots-p_0 y-p=0,$$

l'auteur appelle *intégrale principale relative à* x_0 l'intégrale de cette équation qui se réduit à zéro, ainsi que ses $m-1$ premières dérivées pour $x=x_0$. Cela posé, il remplace $D(y)$ par

$$\text{(2)}\qquad D_1(y)-D_2(y)=D(y),$$

de telle manière que $D_1(y)$, $D_2(y)$ soient des fonctions linéaires et homogènes de y et de ses dérivées, et que $D_1(y)$ contienne $\frac{d^m y}{dx^m}$, en sorte que $D_2 y$ ne contiendra que les dérivées d'ordre inférieur. Soit u_0 une intégrale de l'équation

$$D_1(y)=0,$$

telle que $u_0, \frac{du_0}{dx},\ldots,\frac{d^{m-1}u_0}{dx^{m-1}}$ prennent, pour $x=x_0$, des valeurs qui soient les mêmes que pour la solution cherchée. Alors, en posant

$$y = u_0 + u,$$

u sera l'intégrale principale appartenant à x_0 de l'équation différentielle

$$D_1(u) = D_2(u) + F_0(x),$$

où l'on a

$$F_0(x) = D_2(u_0) + p.$$

Soit u_1 l'intégrale principale appartenant à x_0 de

$$D_1(u) = F_0(x),$$

et posons

$$u = u_1 + v;$$

alors v sera l'intégrale principale de l'équation

$$D_1(v) = D_2(v) + F_1(x), \quad \text{où} \quad F_1(x) = D_2(u_1).$$

En continuant ces opérations, on trouve que

$$y = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_r + v_{r-1}$$

est une intégrale quelconque de l'équation (1), en supposant que u_ρ soit l'intégrale principale appartenant à x_0 de l'équation différentielle

$$D_1 y = F_{\rho-1}(x), \quad \text{pour} \quad \rho > 0,$$

et u_0 l'intégrale quelconque de l'équation

$$D_1(y) = 0,$$

et que les fonctions F soient liées par les relations

$$F_\rho(x) = D_2(u_\rho), \quad \rho > 0,$$
$$F_0(x) = D_2(u_0) + p,$$

et enfin que u_{r-1} soit l'intégrale principale appartenant à x_0 de l'équation

$$D_1 y = D_2 y + F_r(x).$$

L'auteur examine la loi de formation de ces fonctions, démontre la convergence du développement en série auquel il est ainsi conduit, et retrouve, comme application, les beaux résultats publiés par M. Caqué dans le *Journal de Liouville*, en 1864.

ARMENANTE (A.). — *De la représentation des surfaces gauches du genre zéro sur un plan.* (23 p.)

L'auteur développe d'abord la théorie générale ; puis il en fait l'application aux surfaces du quatrième ordre.

STURM (R.). — *Sur la surface enveloppée par les plans qui coupent une courbe gauche du quatrième ordre et de la seconde espèce en quatre points d'un cercle.* (13 p. ; fr.)

Après avoir examiné cette question pour la courbe gauche du quatrième ordre et de la première espèce, M. Sturm passe à l'objet principal de son travail, et montre que, pour la courbe de la seconde espèce, l'enveloppe de tous les plans coupant la courbe en quatre points d'un cercle est une surface de la quatrième classe, ayant huit droites triples, et jouissant de remarquables propriétés. Dans une Note à la suite de cet article, M. Cremona indique plusieurs théorèmes relatifs à la même surface.

PETERSEN (J.). — *De l'emploi du principe des vitesses virtuelles en ayant égard au frottement.* (9 p.)

ROBERTS (M.). — *Sur les fonctions abéliennes à quatre périodes.* (10 p.; fr.)

Développement de plusieurs relations entre les intégrales abéliennes.

THOMAE (J.). — *Les séries heinéennes supérieures, ou les séries de la forme*

$$1+\sum_{1}^{\infty}{}_{(n)}\, x^n \frac{1-q^a}{1-q}\,\frac{1-q^{a+1}}{1-q^2}\cdots\frac{1-q^{a+n-1}}{1-q^n}\,\frac{1-q^{a'}}{1-q^{b'}}\,\frac{1-q^{a'+1}}{1-q^{b'+1}}\cdots\frac{1-q^{a'+n+1}}{1-q^{b'+n+1}}$$
$$\times\cdots\frac{1-q^{a^{(h)}}}{1-q^{b^{(h)}}}\,\frac{1-q^{a^{(h)}+1}}{1-q^{b^{(h)}+1}}\cdots\frac{1-q^{a^{(h)}+n-1}}{1-q^{b^{(h)}+n-1}}.$$

(15 p.; fr.)

BETTI (E.). — *Sur les espaces à un nombre quelconque de dimensions.* (19 p.)

DINI (U.). — *Sur les fonctions d'une variable complexe.* (16 p.)

Cet article traite du développement d'une fonction d'une variable complexe dans un espace compris entre deux cercles concentriques, entre deux ellipses homofocales, etc., en supposant que l'on connaisse la partie réelle pour tous les points du contour, et la partie imaginaire en un point pris à l'intérieur.

Dini (U.). — *Snr quelques formules générales de la théorie des surfaces et sur leurs applications.* (32 p.)

L'auteur examine différentes hypothèses, en particulier les systèmes de coordonnées curvilignes formés avec les deux séries de lignes asymptotiques, ou l'une de ces séries associée à ses trajectoires orthogonales, etc.

Roberts (W.). — *Sur les courbes équidistantes sphériques.* (3 p.; fr.)

Weyr (Ed.). — *Note sur les fonctions dont les dérivées successives forment des séries arithmétiques.* (3 p.; fr.)

Painvin (L.). — *Étude de la courbure en un point multiple d'une courbe plane.* (24 p.; fr.)

Lipschitz (R.). — *Sur la théorie de l'inversion d'un système de fonctions.* (21 p.)

Bardelli (G.). — *Quelques théorèmes de Statique rationnelle.* (12 p.)

Weyr (Em.). — *De la correspondance du second ordre entre deux systèmes simplement infinis.* (9 p.)

L'auteur étudie ce mode de correspondance, dans lequel à un élément de chaque série correspondent deux éléments de l'autre. Il y a quatre points coïncidant avec leurs homologues. M. Weyr applique les résultats obtenus, notamment aux courbes gauches situées sur l'hyperboloïde et à leurs perspectives.

Painvin (L.). — *Détermination des plans osculateurs et des rayons de courbure en un point multiple d'une courbe gauche.* (37 p.; fr.)

Weyr (Em.). — *Sur les courbes gauches rationnelles.* (3 p.)

Zeuthen (H.-G.). — *Note sur les quadriques polaires.* (7 p.; fr.)

M. Zeuthen applique les propriétés des systèmes de quadriques à la détermination de l'ordre de la hessienne et de la steinérienne d'une surface d'ordre quelconque.

Du Bois-Reymond (P.). — *Sur la grandeur relative des infinis des fonctions.* (16 p.; fr.)

Cet article contient plusieur remarques sur les infinis et la classification des fonctions suivant leur type infinitaire.

T. V; 1871-1873.

Hoppe (R.). — *Quelques cas de mouvement d'un point sur un corps en mouvement.* (13 p.; fr.)

Imaginons qu'un corps solide soit obligé de parcourir des positions définies géométriquement, ce qui a lieu si toutes les quantités qui servent à exprimer ces positions sont des fonctions données d'un paramètre, fonction connue ou inconnue du temps. Supposons, de plus, qu'un point matériel ait la liberté de glisser le long d'une ligne fixe de ce corps. L'auteur examine deux cas : 1° celui où le mouvement du corps est réglé à l'avance, et où l'on cherche celui du point matériel; 2° celui où les deux mouvements sont inconnus, et où les conditions initiales seules sont données. Après avoir traité ces questions d'une manière générale, l'auteur fait l'application des résultats au cas où le corps solide est assujetti à tourner autour d'un axe fixe.

Ascoli (G.). — *Démonstration d'un théorème de Cauchy.* (3 p.)

Il s'agit de cette proposition fondamentale : l'équation

$$\frac{du}{dz} = f(u, z),$$

où $f(u, z)$ est une fonction synectique de u et de z, admet une intégrale synectique et une seule, quand les valeurs initiales de u et de z sont données.

Roberts (M.). — *Sur la rectification des lignes de courbure d'un ellipsoïde.* (3 p.; fr.)

Dans le tome II de ce Journal, M. Roberts a fait connaître des formules qui conduisent à la comparaison des arcs des lignes de courbure d'un ellipsoïde qui proviennent de l'intersection de cette surface avec un hyperboloïde gauche.

L'auteur traite actuellement du second système de lignes de courbure situées sur des hyperboloïdes à deux nappes, et complète ainsi la solution du problème qu'il s'était posé.

Combescure (E.). — *Sur diverses conditions d'intégrabilité et d'intégration.* (43 p.; fr.)

Ce Mémoire est divisé en articles : le premier traite de l'intégration d'une expression contenant une fonction déterminée de la variable indépendante et de ses dérivées jusqu'à un ordre déterminé. L'auteur met sous une forme simple les conditions d'intégrabilité, et il étend ensuite la solution au cas où il y a plusieurs fonctions d'une variable indépendante.

Le troisième article traite de l'équation

$$\frac{d^2 z}{dx\,dy} = f(x, y).$$

M. Combescure cherche dans quel cas il est possible d'intégrer cette équation, au moyen d'une expression contenant, en dehors de tout signe d'intégration irréductible, une fonction arbitraire de x et de ses dérivées jusqu'à un ordre déterminé, la variable y pouvant entrer d'une manière quelconque dans l'intégrale.

Le quatrième article est relatif au Mémoire de Laplace sur les équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre.

M. Combescure reprend l'analyse de Laplace, en présentant plusieurs remarques nouvelles, et en indiquant les moyens de simplifier l'emploi de la méthode.

Comme application, il démontre l'importante formule intégrale donnée par Poisson dans le XIX^e Cahier du *Journal de l'Ecole Polytechnique*, pour l'équation

$$\frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{\lambda}{x}\frac{du}{dx} + \frac{\mu}{x^2} u,$$

λ, μ étant des constantes réelles quelconques.

Reiss (M.). — *Évaluation du nombre de combinaisons desquelles les vingt-huit dés d'un jeu de domino sont susceptibles d'après la règle de ce jeu.* (50 p.; fr.)

Thomae (J.). — *Sur les limites de la convergence et de la divergence des séries infinies à termes positifs.* (10 p.; fr.)

Cremona (L.). — *Sur les transformations rationnelles dans l'espace.* (32 p.)

Noether (M.). — *Sur les courbes multiples des surfaces algébriques.* (14 p.)

L'auteur réunit dans ce travail plusieurs formules relatives au système des points d'intersection de trois surfaces, qui ont en commun une courbe multiple, et aussi au nombre de conditions équivalentes à une courbe multiple sur une surface donnée. Ces résultats constituent l'extension et une exacte détermination d'autres propositions déjà connues, dues principalement à M. Cayley.

Schlaefli (L.). — *Note sur le Mémoire de M. Beltrami : « Sur les espaces à courbure constante ».* (26 p.)

Beltrami (E.). — *Observation sur le Mémoire précédent.* (5 p.)

Schlaefli (L.). — *Sur un théorème de Jacobi, ramené à une forme plus générale, et appliqué à la fonction cylindrique.* (7 p.)

Codazzi (D.). — *Sur les coordonnées curvilignes d'une surface et de l'espace.* (5e Mémoire, 17 p.)

Développement des études précédentes de l'auteur sur la Géométrie infinitésimale.

Gundelfinger (S.). — *Sur quelques formules relatives à la théorie des courbes du deuxième et du troisième ordre.* (13 p.)

On connaît les expressions données par M. Cayley pour les facteurs linéaires des formes binaires du second et du quatrième ordre en fonction des covariants. Dans le présent travail sont développés des résultats analogues pour une série de formes ternaires quadratiques et cubiques, décomposables en facteurs. Il est divisé en trois Parties : la première traite des formes quadratiques, et contient les formules relatives aux deux facteurs dans lesquels se décompose la forme, quand son déterminant est nul. L'auteur examine ensuite des questions analogues pour les formes ternaires qui sont proportionnelles à leur hessien, ou dont le hessien est identiquement nul. Il applique ensuite ces formules à différents problèmes, et, en particulier, à la recherche des formules données par M. Aronhold pour exprimer les coordonnées des points d'une courbe du troisième ordre en fonction irrationnelle d'un paramètre λ.

COMBESCURE (E.). — *Sur quelques problèmes relatifs à deux séries de surfaces.* (25 p.; fr.)

Le premier article contient le développement de plusieurs formules relatives au système triple orthogonal, formé de surfaces parallèles et de deux séries de développables.

L'auteur se propose ensuite le problème suivant : Étant données deux séries seulement de surfaces aux paramètres respectifs α, β, deux surfaces infiniment voisines du premier système, et deux surfaces infiniment voisines du second, donnent lieu, par leurs intersections réciproques, à un canal quadrangulaire infiniment étroit, et dont la section droite change, en général, de forme et de grandeur quand on chemine le long de l'arête curviligne $\alpha = \text{const.}, \beta = \text{const.}$ On demande que cette section droite reste toujours la même pour un même canal infinitésimal.

Après avoir traité cette question, on demande seulement que la section droite demeure toujours semblable à elle-même, ce qui constitue un nouveau problème devant fournir toutes les solutions du précédent.

AOUST (l'abbé). — *Théorie des coordonnées curvilignes quelconques.* (25 p.; fr.)

Dans la *première Partie* de sa *Théorie des coordonnées curvilignes* [1], l'auteur a exposé les formules qui servent de fondement à cette théorie. La *seconde Partie* [2] a été consacrée aux principales applications de ces formules à la Géométrie des surfaces et des courbes tracées sur les surfaces. L'auteur généralise ces résultats, et déduit des mêmes formules une série de relations se rapportant aux divers éléments des surfaces, relations importantes qui, par suite de l'introduction de la courbure inclinée, prennent un caractère remarquable de simplicité.

SCHLAEFLI (L.). — *Quand est-ce que, d'une surface générale du troisième ordre, il se détache une partie qui ne soit pas réellement coupée par tout plan réel?* (7 p.)

SIACCI (F.). — *Sur quelques transformations des déterminants.* (9 p.)

---

[1] *Annali di Matematica*, 1ª Serie, t. VI.
[2] *Ibid.*, 2ª Serie, t. II.

Les articles de ce genre sont peu susceptibles d'analyse. Nous citerons cependant la proposition suivante :

Si l'on pose

$$A = \sum \pm a_{11} a_{22} \ldots a_{nn}, \quad B = \sum \pm b_{11} b_{22} \ldots b_{nn},$$

$$\alpha_{rs} = \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial a_{rs}}, \qquad \beta_{rs} = \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial b_{rs}},$$

on a

$$P(\lambda, \mu) = \sum \pm (\lambda a_{11} + \mu b_{11}) \ldots (\lambda a_{nn} + \mu b_{nn})$$

$$= AB \sum \pm (\mu \alpha_{11} + \lambda \beta_{11})(\mu \alpha_{22} + \lambda \beta_{22}) \ldots (\mu \alpha_{nn} + \lambda \beta_{nn}).$$

Si, en outre, on fait

$$\sum_t \alpha_{rt} b_{st} = h_{rs}, \quad \sum_t \beta_{rt} a_{st} = k_{rs},$$

on a

$$P(\lambda, \mu) = A \begin{vmatrix} \mu h_{11} + \lambda & \mu h_{12} & \ldots & \mu h_{1n} \\ \mu h_{21} & \mu h_{22} + \lambda & \ldots & \mu h_{2n} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots \\ \mu h_{n1} & \mu h_{n2} & \ldots & \mu h_{nn} + \lambda \end{vmatrix}$$

$$= B \begin{vmatrix} \lambda k_{11} + \mu & \lambda k_{12} & \ldots & \lambda k_{1n} \\ \lambda k_{21} + \mu & \lambda k_{22} & \ldots & \lambda k_{2n} \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots \\ \lambda k_{n1} & \lambda k_{n2} & \ldots & \lambda k_{nn} + \mu \end{vmatrix}.$$

Dini (U.). — *Sur l'intégration de l'équation* $\Delta^2 u = 0$. (40 p.)

On sait que Riemann a, le premier, considéré les problèmes consistant à intégrer l'équation précédente sous certaines conditions déterminées, tout à fait semblables à celles qui se posent en Physique mathématique : par exemple, la fonction u doit rester finie et continue, ainsi que ses dérivées à l'intérieur d'un contour, et elle doit satisfaire à certaines conditions aux limites qui varient beaucoup suivant la nature de la question. De là, et suivant la forme du contour, un grand nombre de problèmes importants, à quelques-uns desquels M. Dini a déjà consacré un Mémoire cité plus haut, et qui font l'objet de son nouveau travail.

ZEITSCHRIFT FÜR MATHEMATIK UND PHYSIK, herausgegeben von O. SCHLÖMILCH, E. KAHL und M. CANTOR. — In-8° (¹).

T. XVIII; 1872.

MITTELACHER (C.). — *Sur la théorie générale des coniques.* (32 p.)

L'auteur développe d'abord différentes relations métriques entre des groupes de points et leurs polaires, et il en déduit ensuite les théorèmes fondamentaux de Pappus, de Carnot, de Ménélaüs, de Chasles, de Brianchon.

GEISENHEIMER. — *Sur les systèmes de rayons formés par les tangentes à une surface.* (25 p.)

L'auteur indique quelques propriétés de ces systèmes, et il démontre en particulier que les tangentes à un faisceau de lignes géodésiques d'une surface forment les normales d'une autre surface.

PERLEWITZ (P.). — *Recherches sur les cas dans lesquels un point attiré ou repoussé par deux centres fixes décrit une ellipse ou une hyperbole dont les foyers sont ces deux points.* (35 p.)

L'auteur, après avoir rappelé les recherches d'Euler, de Lagrange, de Legendre, de Jacobi, de MM. Liouville, J.-A. Serret et Königsberger, indique qu'il se propose d'examiner le cas particulier où la trajectoire est une conique. Ce cas est d'ailleurs très-étendu, et il méritait des recherches particulières. L'intégration est achevée au moyen des fonctions Θ.

ENNEPER (A.). — *Note sur l'équation biquadratique.* (3 p.)

SCHLEGEL (V.). — *Sur le poids spécifique des alliages.* (6 p.)

VOSS. — *Sur les coniques qui ont deux points communs.* (5 p.)

ECKARDT (F.-E.). — *Sur les normales à l'ellipse.* (4 p.)

GEER (VAN). — *Sur la théorie du mouvement rectiligne d'un point.* (6 p.)

Étant donnée une force répulsive inversement proportionnelle à la $n^{\text{ième}}$ puissance de la distance, si on lance d'un point A vers le centre de répulsion un mobile avec une vitesse v_0, il se rapprochera

---

(¹) Voir *Bulletin*, t. I, p. 59.

du centre jusqu'en A′, puis s'éloignera à l'infini. On propose de déterminer la vitesse v_0 de telle manière que le temps employé par le mobile pour aller de A en A′ soit un maximum.

Jordan (W.). — *Généralisation d'un théorème de la méthode des moindres carrés.* (4 p.)

Caspari (F.). — *Sur la biographie de Bürmann.* (2 p.)

Gilles. — *La force de cohésion ramenée à la loi d'attraction de Newton.* (18 p.)

Wittwer. — *Sur l'espèce de mouvement que nous nommons* chaleur. (44 p.)

Burmester (L.). — *Constructions de Géométrie cinématique, relatives aux hélicoïdes et en particulier à leurs lignes d'ombre.* (18 p.)

Si une hélice glisse sur elle-même, toute courbe qui lui est invariablement liée engendre une surface hélicoïdale. Tous les plans passant par l'axe coupent cette surface suivant des courbes égales, que l'auteur appelle les *méridiens,* et tous les plans normaux à l'axe la coupent suivant d'autres courbes égales, qu'il appelle *courbes normales.* C'est en partant de cette génération par le mouvement que l'auteur établit d'une manière très-simple les propositions relatives au contour apparent et aux lignes d'ombre des hélicoïdes. Comme application, M. Burmester traite l'hélicoïde réglé et ceux dont la courbe normale est une épicycloïde, etc.

Schlegel (V.). — *Détermination mathématique des rapports numériques que présentent les échelles diatoniques majeures, et de la consonnance qui existe entre les divers sons.* (15 p.)

Kötteritzsch (Th.). — *Sur les hypothèses dualistique et unitaire, dans la théorie de l'électricité.* (6 p.)

Okatow (M.). — *Tableau comparatif des mouvements dont reste susceptible un corps soutenu en certains points de sa surface par des appuis normaux, et sur les systèmes de forces qui peuvent être tenus en équilibre par ces appuis.* (3 p.)

Holzmüller (G.). — *Contributions à la théorie des transformations isogonales.* (25 p.)

L'auteur entend par là les transformations planes, définies par des formules telles que

$$X + Yi = \varphi(x + yi).$$

On sait que ces transformations sont les seules qui conservent les angles et la similitude des parties infiniment petites. M. Holzmüller traite successivement les exemples suivants :

$$X + Yi = \cos(x + yi),$$
$$X + Yi = \operatorname{sin am}(x + yi),$$
$$X + Yi = \sqrt{1 - (x + yi)^2}.$$

Le dernier conduit à des courbes du quatrième ordre bien connues, qui ont été d'abord étudiées par M. Siebeck, comme le rappelle l'auteur.

Kötteritzsch (Th.). — *Contribution à la Mécanique des corps ellipsoïdaux.* (28 p.)

Application à l'ellipsoïde des recherches précédentes de l'auteur sur la distribution de l'électricité.

Müller (F.). — *Relations entre le module des fonctions elliptiques et les invariants de la forme biquadratique binaire.* (8 p.)

Milinowski. — *Générations de figures projectives courbes.* (19 p.)

Heger (R.). — *L'hexaèdre harmonique et l'octaèdre harmonique.* (5 p.)

Noms donnés par l'auteur : 1° à l'hexaèdre formé par trois couples de plans dont les arêtes d'intersection sont dans un même plan ; 2° à l'octaèdre formé par trois couples de points dont les droites de jonction se coupent en un même point. On a alors cette proposition :

« Si une surface du second ordre contient sept sommets d'un hexaèdre harmonique elle contient le huitième. »

Gundelfinger (S.). — *Sur une proposition de la théorie des déterminants.* (3 p.)

Généralisation d'une proposition donnée par M. Kronecker, t. 72 du *Journal de Borchardt.*

Schlömilch (O.). — *Sur quelques intégrales de forme générale.* (4 p.)

Dans le tome X du *Zeitschrift*, M. Schlömilch a démontré d'une manière nouvelle les deux formules

$$\int_0^\infty \frac{f(iu)+f(-iu)}{2}\,\frac{h\,du}{h^2+u^2}=\frac{\pi}{2}f(h),$$

$$\int_0^\infty \frac{f(iu)-f(-iu)}{2i}\,\frac{u\,du}{h^2+u^2}=-\frac{\pi}{2}f(h),$$

dues à Cauchy, et a donné les deux suivantes, qui sont nouvelles,

$$\int_0^\infty \frac{f(iu)+f(-iu)}{2}\,\frac{u\,du}{h^2+u^2}=-\frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{f(x)}{h-x}dx+\frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{f(x)\,dx}{h+x},$$

$$\int_0^\infty \frac{f(iu)-f(-iu)}{2i}\,\frac{h\,du}{h^2+u^2}=-\frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{f(x)\,dx}{h-x}-\int_0^\infty \frac{f(x)\,dx}{h+x},$$

où il ne faut prendre que la partie principale de la première intégrale du second membre. L'auteur fait subir à ces formules diverses transformations.

Eckardt (F.-E.). — *Sur l'épicycloïde et l'hypocycloïde.* (4 p.)

Matthiessen (L.). — *Sur la formule établie par Regnault pour les coefficients moyens de dilatation de l'air atmosphérique et du mercure.* (3 p.)

Becker (J.-C.). — *Sur la théorie des polyèdres.*

Steinschneider (M.). — *Thabit (Thebit) ben Korra. Notice bibliographique.* (8 p.)

Ritsert (E.). — *Sur la réflexion de la lumière par les miroirs inclinés.* (7 p.)

Geisenheimer. — *Les singularités des complexes de lignes.* (17 p.)

Étude de cette question au point de vue le plus général; extension de quelques théorèmes déjà connus pour les complexes du second ordre.

Frahm (W.). — *Sur la génération des courbes de la troisième classe et du quatrième ordre.* (24 p.)

Étude détaillée de ces courbes, dont l'hypocycloïde à trois rebroussements est le type le plus remarquable.

Schönemann (P.). — *Sur la construction et la représentation de l'icosaèdre et du dodécaèdre étoilé.* (5 p.)

Weyrauch (J.-J.). — *Équation de la ligne élastique pour une tige rectiligne chargée d'une manière quelconque.* (8 p.)

Thomae (J.). — *Étude d'un problème de représentation conforme.* (6 p.)

Enneper (A.). — *Sur quelques intégrales définies.* (8 p.)

Mohr. — *Sur l'histoire de la Théorie mécanique de la chaleur et de la théorie des gaz.* (9 p.)

Lewänen (S.). — *Sur la surface minimum engendrée par une droite.*

Schlömilch (O.). — *Sur la convergence ou la divergence simultanée de deux séries.* (1 p.)

Matthiessen (L.). — *Résolution générale en nombres entiers de l'équation*

$$y^2 = ax^2 \pm 1.$$

(1 p.)

Simony. — *Bases d'une nouvelle théorie moléculaire dans l'hypothèse d'une seule matière et d'un seul principe de force.* (48 p.)

Sersawy (V.). — *Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles.* (6 p.)

Gilles. — *La force d'inertie ramenée à la loi d'attraction de Newton.* (4 p.)

Schlömilch (O.). — *Sur les séries dont la convergence ne subsiste plus quand on prend tous les termes avec le même signe.* (2 p.)

Étant donnée la série

$$\varphi = f(0) - f(1) + f(2) - f(3) + \ldots,$$

si l'on change l'ordre des termes en faisant suivre p termes positifs de q termes négatifs, la nouvelle somme est égale à l'ancienne augmentée de

$$\frac{1}{2}\log\frac{p}{q} + \lim\left[\omega f(\omega)\right],$$

ω croissant indéfiniment.

Silldorf. — *La transformation géométrique de l'espace.* (20 p.)

Gundelfinger (S.). — *Résolution d'un système d'équations, dont deux sont quadriques et les autres linéaires.* (9 p.)

L'auteur expose d'une manière élémentaire la résolution de cette question, si importante pour la Géométrie analytique.

Biehringer. — *Des courbes tracées sur les surfaces de révolution.* (36 p.)

Beck (A.). — *Propriétés fondamentales d'un système de lentilles, traitées par la Géométrie.* (13 p.)

Gilles. — *Les forces répulsives de la nature ramenées à la loi d'attraction de Newton.* (12 p.)

Enneper (A.). — *Remarques sur les lignes géodésiques.* (6 p.)

BULLETTINO di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. Boncompagni. — In-4° (1).

T. V; 1872.

Cantor (M.), traduit par Biadego (G.-B.). — *Euclide et son siècle. Essai d'histoire mathématique.* (25 p.) (2).

L'auteur fait une étude complète et approfondie des travaux d'Euclide, ainsi que de ses célèbres contemporains : Archimède, Eratosthène et Apollonius.

Le Mémoire est accompagné de plusieurs notes du traducteur.

Martin (Th.-H.). — *Hypothèse astronomique de Pythagore.* (36 p.; fr.)

Ce Mémoire peut se résumer ainsi :

Pythagore et ses premiers disciples ont considéré la Terre comme immobile au centre du ciel, qui, suivant eux, tournait chaque jour autour de la Terre avec tous les astres, et au centre des révolutions, obliquement contraires, du Soleil, de la Lune et des cinq planètes. Ils attribuaient aux planètes des mouvements circulaires et uniformes. Quant à la relation entre la série des intervalles musicaux de la

---

(1) Voir *Bulletin*, t. I, p. 96.

(2) *Euklid und sein Jahrhundert* (*Zeitschrift für Mathematik und Physik*, t. XII, 1857, Supplément).

gamme et la série des distances des orbites, Pythagore n'y pouvait voir ni identité ni proportionnalité, mais seulement une analogie plus ou moins éloignée.

MARTIN (TH.-H.). — *Hypothèse astronomique de Philolaüs.* (31 p.; fr.)

Suivant Philolaüs, la Terre tournait autour d'un Feu central (Hestia), placé au centre du monde; elle comptait, ainsi que le Soleil, au nombre des planètes. Pour compléter le nombre 10 qu'il avait pris pour base de son harmonie céleste, il avait imaginé l'Antichthone, situé entre la Terre et le Feu central, et toujours invisible pour l'hémisphère terrestre que nous habitons. Dans son système le Soleil était une espèce de lentille recevant et condensant la lumière diffuse dans l'espace.

MANSION (P.). — *Notice sur les travaux de* Jules PLÜCKER, *par* M. Alfred CLEBSCH. (Traduit de l'allemand.) (29 p.; fr.)

Ce travail est accompagné d'une Note sur les travaux physiques de Plücker par M. le professeur Hittorf, et de la liste des travaux de Plücker ([1]).

BIERENS DE HAAN. — *Notice sur* MEINDERT (Mathieu) SEMEIJNS. (7 p.; fr.)

Mathieu Semeijns, savant hollandais du XVIIIe siècle (1708-1775), est l'auteur d'une hypothèse sur le magnétisme terrestre. Pour expliquer la déviation du compas, il considérait la Terre comme formée de trois sphères concentriques tournant autour du même axe avec des vitesses différentes.

BONCOMPAGNI (B.). — *Sur la vie et les travaux de* MEINDERT SEMEIJNS. (7 p.)

Notice bibliographique accompagnée d'indications relatives aux travaux de Semeijns.

STIATTESI (A.). — *Biographie du P. Giovanni Antonelli, D. Sc. P.* (14 p.)

BONCOMPAGNI (B.). — *Sur un Ouvrage de l'abbé N.-L. de la Caille intitulé : « Leçons élémentaires de Mathématiques ».*

([1]) Publiée dans le *Bulletin*, t. III, p. 59; 1872.

Étude bibliographique sur les diverses éditions françaises, latines, italiennes et grecques de ce livre.

SÉDILLOT (L.-Am.). — *Lettre à M. Boncompagni au sujet d'une Note de M. Th.-H. Martin.* (3 p.; fr.)

HANKEL (H.), traduit par KELLER (Ph.). — *Sur un volume intitulé :* « Geschichte der mathematischen Wissenchaften. I. Theil. » Von den ältesten Zeiten bis Ende der 16 Jahrhunderts. Von » Dr Heinrich SUTER. — Zürich, 1872 » (1).

Indication de quelques erreurs contenues dans l'Ouvrage de M. Suter.

MENABREA (F.-L., comte). — *Sur un écrit de M. le professeur A. Genocchi. Lettre à M. Boncompagni.* (5 p.)

SÉDILLOT (L.-Am.). — *Sur quelques points de l'histoire de l'Astronomie ancienne, et en particulier sur la précession des équinoxes. Lettre à M. Boncompagni.* (12 p.; fr.)

HANKEL (H.), traduit par M. KELLER (Ph.). — *Histoire des Mathématiques chez les Arabes.* (59 p., 1 pl.)

Cette étude intéressante est extraite d'un travail que l'auteur prépare sur l'Histoire générale des Mathématiques (2). Voici les titres des Chapitres :

I. Introduction de l'Astronomie indienne chez les Arabes.
II. Traduction arabe des écrits mathématiques des Grecs.
III. Astronomes et mathématiciens du IXe siècle.
IV. Astronomes et mathématiciens du Xe et du XIe siècle.
V. Astronomes et mathématiciens d'Espagne.
VI. Astronomes et mathématiciens d'Orient, du XIIIe au XVIe siècle.
VII. Signes numériques des Arabes.
VIII. Arithmétique élémentaire.
IX. L'Algèbre et son origine.
X. Développement ultérieur de l'Algèbre.

---

(1) Voir *Bulletin*, t. VI, p. 14.

(2) Depuis que ces lignes sont écrites, nous avons appris avec regret la mort du jeune et savant auteur, enlevé subitement à la Science le 29 août 1873, à l'âge de trente-quatre ans. Son Livre, malheureusement inachevé, doit paraître à la librairie Teubner, à Leipzig. On nous en fait esperer une traduction française. (*Note de la Rédaction.*)

XI. Arithmétique théorique et Analyse indéterminée.
XII. Géométrie.
XIII. Construction des équations cubiques.
XIV. Trigonométrie.
XV. Les Tables trigonométriques.

Steinschneider (M.). — *Vie des Mathématiciens arabes, tirées d'un Ouvrage de* Bernardino Baldi; *avec des Notes.* (108 p.)

Bernardino Baldi, d'Urbino (1553-1617), premier abbé de Guastalla, a laissé un Ouvrage intitulé *Delle Vite de' Matematici,* dont M. le prince Boncompagni possède trois exemplaires manuscrits, l'un autographe. M. Steinschneider a extrait de cet Ouvrage quatorze articles contenant les biographies des savants arabes dont voici les noms : Messala, Alfagranus, Alkindi, Albumazar, Thebit, Albategnius, Almansor, Alhazen, Ali Abenrodan, Punicus, Ali Abenragel, Arzachel, Geber, Alpetragius, et il les a publiées avec des Notes étendues, historiques et critiques.

Genocchi (A.). — *Remarques sur une Lettre de M. le comte* L.-F. Menabrea (¹). (8 p.)

Réponse aux critiques adressées par M. Menabrea aux travaux de Félix Chiò sur la série de Lagrange, travaux approuvés par l'Académie des Sciences de Paris.

Carini (I.). — *Sur les Sciences occultes au moyen âge, et sur un codex de la famille Speciale.* (2 p.)

Compte rendu de cet Ouvrage par M. le prince Boncompagni.

A. P.

REVUE DES PUBLICATIONS NORVÉGIENNES.

Lie (Sophus). — *Sur la théorie des problèmes différentiels.* (Forh. i Chr., 1872, p. 132-133.)

Courtes indications relativement à plusieurs théories nouvelles. L'Auteur attire en même temps l'attention sur ce fait, que ces nouvelles théories, publiées simultanément par M. Mayer et par lui-

---

(¹) Voir *Bulletin,* t. IV, p. 246, et l'article de M. Menabrea, mentionné ci-dessus, p. 254.

même au commencement de l'année 1872, ramènent le Problème des trois Corps à la recherche d'une intégrale de chacun des systèmes de six, de quatre et de deux équations différentielles ordinaires qu'il considère.

LIE (S.). — *Sur la théorie des invariants des transformations tangentielles.* (Forh. i Chr., p. 133-135.)

Soient $f_1, \ldots, f_r$ des fonctions données de $x_1, \ldots, x_n, p_1, \ldots, p_n$, et supposons qu'il soit toujours possible d'exprimer (f_i, f_k) en fonction des f: les équations linéaires

$$(f_1, \varphi) = 0, \ldots, (f_r, \varphi) = 0$$

forment un système complet. Soient $\varphi_1, \ldots, \varphi_{2n-r}$ les solutions communes de ces équations; on pourra, comme on sait, exprimer (φ_i, φ_k) en fonction des φ. Les deux groupes de fonctions f et φ sont en relation de réciprocité complète. Il y a un certain nombre m de fonctions F de $f_1, \ldots, f_r$, qui donnent

$$(f_1, \mathrm{F}) = 0, \ldots, (f_r, \mathrm{F}) = 0.$$

Les deux nombres r et m sont les seules propriétés du groupe f qui subsistent sans altération dans une transformation tangentielle quelconque. Là-dessus se fondent d'importantes théories d'intégration.

LIE (S.). — *Nouvelle méthode d'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre entre n variables* (Forh. i Chr., 1872, p. 28-34).

Par des considérations sur les variétés (*Mannigfaltigkeiten*) n-uplement étendues, l'auteur établit une nouvelle méthode d'intégration. D'après cette méthode, l'intégration d'une équation

$$\mathrm{F}(z, x_1, \ldots, x_{n-1}, p_1, \ldots, p_{n-1}) = 0$$

n'exige que la détermination d'une seule intégrale de chacun des systèmes considérés de $2n-3$, $2n-5, \ldots, 5, 3, 1$ équations différentielles ordinaires.

LIE (S.). — *Court résumé de plusieurs nouvelles théories.* (Forh. i Chr., p. 24-27.)

Pour que les équations

$$z' = F_0(z, x_1, \ldots, x_n, p_1, \ldots, p_n) = 0,$$
$$x_i' = F_i(z, x_1, \ldots, x_n, p_1, \ldots, p_n) = 0$$

définissent une transformation tangentielle, il est nécessaire et suffisant que l'on ait

$$[F_i, F_k] = 0, \quad (i = 0, 1, \ldots, n;\ k = 0, 1, \ldots, n).$$

Il est convenable de généraliser la notion de caractéristique donnée par Monge. Si l'on connaît une solution, renfermant trois paramètres, de l'équation de Monge et d'Ampère

$$rt - s^2 + Ar + Bs + Ct + D = 0,$$

il est possible de trouver une transformation tangentielle qui ramène la même équation à la forme linéaire

$$ar + bs + ct + d = 0.$$

Cette remarque simplifie beaucoup la théorie de ces équations donnée par Ampère.

Guldberg (C.-M.). — *Sur le mouvement de l'eau dans les conduites.* (Polyteknisk Tidsskrift, 6e cah., 1871, p. 1-8.)

Après une courte revue des travaux de Colding, de Levy et de Hagen, l'Auteur expose ses propres recherches. Il traite particulièrement des conduites rectangulaires; la formule qu'il établit est analogue à celle qui a été donnée auparavant par Levy dans le cas d'une section circulaire.

Guldberg (C.-M.). — *Théorie des courants de l'eau et de l'air à la surface de la Terre.* (Polyteknisk Tidsskrift, 3e cah., 1872, p. 1-9.)

L'auteur passe d'abord en revue les travaux de Colding; puis viennent ses propres recherches, qui se rapportent au Gulf-Stream et au mouvement de l'air dans les ouragans. Il donne une formule pour ce dernier phénomène.

Guldberg (C.-M.). — *Remarques sur la formule pour la mesure des hauteurs par le baromètre.* (Forh. i Chr., 1872, p. 120-131.)

Discussion de l'importance relative des quantités qui entrent dans la formule pour la mesure barométrique des hauteurs.

GULDBERG (A.-S.). — *Sur la résolution des équations du second, du troisième et du quatrième degré.* (Forh. i Chr., 1872, p. 144-169.)

Tables pour le calcul numérique, avec une explication.

S. L.