BULLETIN DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

# Revue bibliographique

*Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques*, tome 4 (1873), p. 225-233
<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1873__4__225_0>

## REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.

JELLETT (John-H.), Senior Fellow of Trinity College, Dublin; President of the Royal Irish Academy. — A TREATISE ON THE THEORY OF FRICTION. — Dublin, Hodges, Foster & Co.; London, Macmillan & Co., 1872. — In-8°, 220 pages, avec figures dans le texte. Prix : 11 fr. 50 c.

L'auteur remarque, dans la Préface, que la théorie du frottement, considérée comme une partie de la Mécanique rationnelle, n'a pas été traitée avec l'attention et les développements qu'elle mérite. En réalité, dans la plupart des Traités de Mécanique, l'espace accordé à la discussion des cas où le frottement intervient paraît très-faible, si on le compare à celui qui est consacré à la discussion des questions où l'on suppose que les surfaces ou les courbes soient parfaitement polies. L'Ouvrage de M. Jellett vient combler cette lacune; il sera lu avec le plus grand profit par tous ceux qui désirent prendre une connaissance exacte des lois du frottement et des modifications que l'introduction de cette force apporte dans la solution des principaux problèmes de la Mécanique rationnelle. M. Jellett est bien connu des lecteurs français, soit par les Mémoires qu'il a insérés dans le *Journal de Liouville*, soit par son *Calcul des Variations*. Aussi nous contenterons-nous de donner une idée des principaux sujets qu'il a abordés, dans l'Ouvrage neuf et intéressant dont nous avons à parler aujourd'hui.

Le Chapitre Ier est consacré aux principes et aux définitions. L'auteur commence par une distinction entre les forces motrices et les forces résistantes. Ces dernières, au nombre desquelles se trouve le frottement, présentent un double caractère : elles sont incapables de produire un mouvement sensible, et tendent au contraire à arrêter le mouvement; mais, en outre, elles dépendent directement des forces auxquelles elles sont opposées. Après quelques autres remarques préliminaires, l'auteur expose les lois du frottement, et il insiste surtout sur la différence profonde qui existe entre le frottement *statique* ou à l'état de repos, et le frottement *dynamique* ou pendant le mouvement. On sait, en effet, que le coefficient de frottement n'est pas tout à fait le même à l'état de repos ou pendant le mouvement, et qu'il est un peu plus grand au début du mouvement; mais ce point est secondaire. La différence essentielle, c'est que, pendant le mouvement, la force de frottement est directement opposée à la vitesse, et toujours proportionnelle à la pression, tandis qu'au repos elle est directement opposée à la composante des forces parallèlement au plan de contact, et peut varier depuis zéro jusqu'à la limite supérieure qui lui est imposée par les lois du frottement.

Le Chapitre II traite de l'équilibre, en tenant compte du frottement. L'auteur fait l'application de la théorie à plusieurs questions intéressantes, telles que l'équilibre d'un corps solide supporté par une ou plusieurs surfaces, celui d'une corde flexible posée sur une surface, celui d'un système formé de plusieurs solides, par exemple, une pyramide composée de sphères égales, etc.

Le Chapitre III traite des positions extrêmes de l'équilibre, et termine ce que l'on peut appeler la Statique du frottement.

Le Chapitre IV traite du mouvement des points ou d'un système de points matériels.

Le Chapitre V est consacré au mouvement d'un corps solide, en particulier au mouvement sur le plan. L'auteur traite, comme exemple, le mouvement d'une sphère homogène sur un plan horizontal, le cas où ce mouvement se réduit à un simple roulement, etc.

Le Chapitre VI est un des plus difficiles et des plus intéressants du Livre. L'auteur y traite de la stabilité et de l'instabilité de l'équilibre, et surtout de deux sortes d'équilibre, qu'il appelle équilibre *nécessaire* et équilibre *possible*. Il nous serait difficile de donner une idée nette de ces diverses espèces d'équilibre; nous aurions à entrer dans trop de développements. La distinction qu'il y a à faire entre elles tient à la différence si profonde qui existe entre les lois du frottement, pendant le mouvement et à l'état de repos. Imaginons, par exemple, un point assujetti à demeurer dans un plan, et soumis à l'action de certaines forces extérieures. Si l'on imprime au point un mouvement, les forces de frottement changeront brusquement de grandeur ou au moins de direction, et, en les comparant avec les forces extérieures, on pourra reconnaître, dans certains cas, qu'une force finie se développe, qui entraîne le point loin de sa position initiale. C'est ce cas, dont on trouve des exemples simples dans le Livre de M. Jellett, que l'auteur distingue sous la dénomination d'équilibre possible, réservant le nom d'équilibre nécessaire à celui pour lequel, dans tout mouvement suffisamment petit, les forces développées tendent à arrêter le mouvement. Ajoutons qu'il y a aussi des distinctions de même nature pour la stabilité et l'instabilité de l'équilibre.

Le Chapitre VII est consacré à l'étude de quelques cas d'indétermination, analogues à ceux qui se présentent en Statique, quand on veut déterminer en divers points toutes les forces, par exemple, si un corps repose par plus de trois points sur un plan, les pressions qu'il exerce en chaque point. M. Jellett montre comment ces sortes de difficultés, qu'il est impossible de lever en Mécanique rationnelle, disparaissent dès qu'on se place dans la réalité des choses. Il examine, en particulier, le cas d'un solide assujetti à demeurer sur un plan incliné, et attaché par un cordon à un point fixe.

Le Chapitre VIII comprend la mise en équations de certains problèmes, le problème de la toupie, l'étude de quelques questions relatives aux locomotives, et l'énoncé de plusieurs sujets d'exercices.

On voit que l'Ouvrage de M. Jellett est un résumé assez complet, et qui vient combler une lacune de ce qu'on peut appeler la Mécanique rationnelle du frottement. Il importe, en effet, de remarquer que l'auteur n'a pas traité les applications de cette théorie aux principales machines, aux engrenages, etc.

---

RICCARDI (Dott. Ing. Pietro), professor di Geodesia teoretica nella R. Università di Modena. — BIBLIOTECA MATEMATICA ITALIANA, dalla origine della stampa ai primi anni del secolo XIX. — Modena, tip. dell' erede Soliani, 1870. In-4°.

Cet Ouvrage n'est point, comme certains Ouvrages analogues, une spéculation de librairie, compilée par des copistes ignorants : c'est l'œuvre consciencieuse d'un savant, d'un bibliophile, aimant avec passion les livres, la Science et surtout la gloire de son pays. M. Riccardi, déjà possesseur lui-même d'une magnifique collection d'Ouvrages de Mathématiques, n'a épargné aucun travail pour rendre son Catalogue complet, et pour y faire entrer les productions de tous les auteurs nés sur le sol italien qui ont écrit sur cette Science, depuis Archimède jusqu'à Lagrange.

L'Ouvrage dont nous avons entre les mains les quatre premiers fascicules, depuis la lettre A jusqu'à la lettre K ([1]), doit se composer de deux Parties. La première, qui est à moitié publiée, est un Catalogue disposé par ordre alphabétique de noms d'auteurs, et imprimé sur deux colonnes. Chaque article contient les nom et prénoms de l'auteur, le lieu de sa naissance, les dates de sa naissance et de sa mort, l'indication des sources à consulter pour sa biographie; puis les titres de ses divers Ouvrages, numérotés par ordre chronologique de publication, et, pour chacun de ces Ouvrages, la liste des diverses éditions, distinguées par un second numéro. Chacun de ces titres est accompagné d'une Notice bibliographique plus ou moins étendue, imprimée en caractères plus fins. La disposition typographique de ce Catalogue ne laisse rien à désirer sous le rapport de la clarté, et rien n'y manque pour faciliter les recherches.

La seconde Partie, moins volumineuse, mais non moins importante, doit contenir l'indication de tous les Ouvrages cités dans la première, disposés par ordre de matières.

Nous engageons tous ceux qui s'intéressent à l'histoire des Sciences mathématiques à se hâter de souscrire à cette remarquable publication, qui ne tardera pas à être épuisée, n'étant tirée qu'à 250 exemplaires. J. H.

---

PAINVIN (L.), professeur de Mathématiques spéciales au Lycée Descartes. — PRINCIPES DE LA GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. *Géométrie de l'espace.* 1^re Partie, 1869 (460 p.); 2^e Partie, 1870 (464 p.) — Gr. in-4°, lithographié, avec figures dans le texte. — Paris, 1872. — Prix : 23 fr.

Les excellents Ouvrages de notre collaborateur sont depuis longtemps connus et appréciés des professeurs et de toutes les personnes qui s'intéressent aux progrès de la Géométrie analytique. Ils constituent un exposé clair et complet des méthodes modernes, et contiennent l'étude détaillée des propriétés essentielles des figures géométriques dans le plan et dans l'espace. Aussi nous bornerons-nous à faire connaître le cadre de ce nouvel Ouvrage et à indiquer rapidement les titres des principaux Chapitres.

Une Introduction de 30 pages est consacrée à la définition des

([1]) xxx p., 656 colonnes et 16 colonnes de supplément.

systèmes de coordonnées, cartésiennes, homogènes, tétraédriques, polaires, etc., aux relations entre les angles d'une droite avec les axes, aux projections des lignes et des surfaces, à la transformation des coordonnées, aux formules d'Euler, etc.

Le Livre I^er^ est intitulé *Plan et Point*. Il traite des intersections des droites et des plans, des formules relatives aux angles et aux distances. Un paragraphe spécial est réservé à l'étude du plan polaire d'un point par rapport à un plan. Après avoir étudié toutes ces questions avec les coordonnées cartésiennes, l'auteur en reprend l'examen avec les coordonnées tétraédriques et polyédriques. Les notions qui sont ici développées et précisées permettent d'aborder la définition des coordonnées tangentielles, qui est donnée avec tous les développements nécessaires. C'est avec raison que M. Painvin donne à l'étude de ces coordonnées la même importance qu'aux coordonnées ordinaires. L'étude de la transformation des figures, du rapport anharmonique des figures homographiques et corrélatives, termine et complète le Livre I^er^.

Le Livre II traite de *la Sphère*. Les principales propriétés de cette surface sont étudiées dans les différents systèmes de coordonnées. M. Painvin définit le cercle imaginaire de l'infini; il montre comment on peut rattacher à la considération de cercle la notion de l'angle, et il termine par l'étude des figures tracées sur la sphère au moyen du système de coordonnées de Gudermann et de M. Borgnet.

Le Livre III est intitulé *Notions générales sur les surfaces*. Il traite des plans tangents en coordonnées ponctuelles, des points de contact en coordonnées tangentielles, des polaires d'un point et d'un plan (1), des points et des plans multiples à distance finie ou infinie. L'application de ces théories générales est faite aux surfaces du deuxième ordre et de la deuxième classe. Ensuite l'auteur examine les différents modes de génération des surfaces, les cylindres, les cônes, les surfaces réglées, les surfaces de révolution, la théorie des surfaces enveloppes, ainsi que celles des courbes gauches et des surfaces développables. La théorie des centres et son application au second degré, celle des plans diamétraux, des diamètres, des plans principaux, celle de l'homothétie dans l'espace, sont étu-

(1) Pour les polaires d'un plan, l'auteur adopte la définition qu'il a publiée dans un Mémoire inseré aux *Comptes rendus*.

diées avec de nombreux et intéressants développements, en coordonnées ordinaires et en coordonnées tétraédriques. Le dernier Chapitre est consacré à la démonstration de plusieurs théorèmes généraux sur les surfaces algébriques : nombre des conditions nécessaires à la détermination d'une surface, théorèmes segmentaires, etc. Chaque Livre se termine, d'ailleurs, par des exercices très-heureusement choisis, et dont la réunion suffirait seule à donner une grande valeur à l'Ouvrage.

La seconde Partie de l'Ouvrage, qui comprend à elle seule 464 pages, est consacrée principalement aux surfaces du second ordre. Le Livre IV, par lequel commence cette seconde Partie, est intitulé *Étude particulière des surfaces du second ordre*. Il a pour objet la réduction de l'équation du second degré à sa forme la plus simple, la discussion des équations par la méthode de la décomposition en carrés, l'étude des sections planes et de leurs foyers, des sections circulaires, des plans tangents, des normales, des diamètres, des génératrices rectilignes, des différentes conditions déterminant une surface du second ordre, ainsi que des équations des surfaces du second ordre satisfaisant à certaines conditions. Le Chapitre VIII, en particulier, contient une foule de propositions importantes sur les surfaces inscrites l'une à l'autre, sur les diamètres conjugués communs à deux surfaces concentriques, sur l'intersection de deux surfaces, sur la perspective, etc. Les Chapitres IX et X contiennent l'exposé des recherches originales que M. Painvin a publiées sur la courbe d'intersection de deux quadriques et sur leur développable circonscrite, recherches dont nous avons rendu compte dans un article spécial (¹), et dont on ne saurait contester l'importance et l'utilité. L'étude des foyers, des surfaces homofocales, de la méthode des caractéristiques de M. Chasles (14 p.) termine le Livre IV.

Le Livre V est intitulé *Théories complémentaires*. Il traite de la méthode des polaires réciproques, de la transformation par rayons vecteurs réciproques. Un Chapitre, qui eût été mieux placé dans l'Introduction, est consacré à l'étude des propriétés fondamentales des déterminants, et un autre Chapitre contient l'ensemble des propositions relatives à l'élimination, aux résultantes, aux discri-

(¹) Voir *Bulletin*, t. I, p. 157.

minants, etc. Enfin l'auteur termine par des notions très-précises sur les invariants et les covariants, considérés principalement dans les fonctions homogènes du second degré.

L'exposé précédent ne peut laisser aucun doute, nous l'espérons, sur la valeur du travail considérable de notre collaborateur. Il nous suffira donc d'ajouter que l'exposition est claire dans toutes les parties de l'Ouvrage, et d'émettre le vœu que M. Painvin veuille bien nous donner une édition nouvelle de son Ouvrage, en faisant appel non au lithographe, mais, cette fois, à l'imprimeur. Nous devons dire cependant que, au point de vue matériel, l'exécution ne laisse rien à désirer, et qu'elle est même supérieure à celle de la plupart des Ouvrages lithographiés. G. D.

---

MATHIEU (Émile), professeur à la Faculté des Sciences de Besançon. — COURS DE PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — Paris, Gauthier-Villars. In-4°, 294 p. Prix : 15 fr.

Depuis que Fourier, Poisson et Lamé ont écrit des Ouvrages fondamentaux sur les différentes théories de la Physique mathématique, cette Science a fait des progrès considérables, et d'illustres géomètres ont su introduire la rigueur des méthodes mathématiques les plus précises dans l'exposition de cette branche si importante des études mathématiques. Dirichlet, dans deux beaux Mémoires, a, le premier, déterminé d'une manière précise les conditions sous lesquelles une fonction peut être représentée soit par une série trigonométrique, soit par une suite de fonctions $Y_n$. Plus récemment, Riemann, dans son enseignement et dans son célèbre Mémoire sur la représentation des fonctions par les séries trigonométriques, a posé, en suivant les traces de Gauss et de Cauchy, les fondements d'une méthode rigoureuse et précise, qu'on pourra appliquer à toutes les questions de la Physique mathématique. Les problèmes qui se présentent dans toutes les théories de la Physique sont loin d'être aussi simples qu'ils le paraissent. Il suffit, pour s'en rendre compte, de remarquer que l'équation dont dépend le problème des cordes vibrantes,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0,$$

est identique à celle qui caractérise les fonctions monogènes de variables complexes. C'est en Physique mathématique qu'on a rencontré pour la première fois ces problèmes si difficiles, dans lesquels il faut déterminer une fonction par une équation différentielle et par des conditions données aux limites. C'est ainsi que le problème de l'intégration des équations différentielles a été présenté sous un point de vue tout à fait nouveau. Alors même qu'on a obtenu une formule analytique représentant l'intégrale générale d'une équation, on s'aperçoit bientôt, si on veut l'appliquer à un problème déterminé, de manière à satisfaire aux conditions aux limites, que cette formule analytique est sans valeur, et que le problème de l'intégration des équations aux dérivées partielles doit être considéré d'une manière toute nouvelle.

C'est dans la théorie du potentiel que les géomètres ont tout d'abord rencontré des questions et des difficultés de cet ordre. Les efforts qu'ils ont dû faire pour les surmonter ont eu des résultats considérables, et c'est dans l'étude du potentiel et de l'attraction qu'il faut chercher l'origine des belles méthodes employées par Riemann dans la théorie des fonctions de variables complexes.

M. Mathieu s'est proposé précisément d'exposer dans son Ouvrage les principales méthodes d'intégration employées en Physique mathématique, et de les appliquer à quelques-uns des problèmes les plus importants de la théorie de la chaleur et de l'élasticité.

Le Chapitre I$^{er}$ de son Ouvrage est consacré à l'emploi des séries trigonométriques, et tout d'abord au problème des cordes vibrantes, un des plus célèbres et des plus anciens, qui a donné lieu pendant plus d'un demi-siècle à des discussions si importantes et si fécondes. L'auteur ne démontre pas rigoureusement que toute fonction est développable en une série trigonométrique : c'est, du reste, une remarque que nous pouvons généraliser, sans en faire un sujet de reproche à l'auteur ; mais, dans tout le cours de l'Ouvrage, afin sans doute de rester clair et facile à comprendre, M. Mathieu ne cherche aucunement à ajouter aux démonstrations de Poisson ou de Fourier des développements qui pourraient les rendre rigoureuses.

Le Chapitre II traite des surfaces isothermes et des coordonnées curvilignes. L'auteur donne sur ces belles théories tout ce qui lui sera plus tard nécessaire. A la fin du Chapitre se trouve un article, publié autrefois par l'auteur, sur l'écoulement des tubes capillaires, et qui a été signalé plusieurs fois à l'Académie des Sciences par M. de Saint-Venant.

Dans le Chapitre III, l'auteur étudie l'équilibre de température des cylindres. Cette question offre l'avantage de présenter en quelque sorte isolées les difficultés qu'on aura à surmonter plus tard dans l'étude de problèmes plus difficiles.

Le Chapitre IV renferme l'exposé des recherches sur les équations différentielles du second ordre, dues à Sturm.

Le Chapitre V traite de la théorie du mouvement vibratoire des membranes circulaires et elliptiques. L'auteur y reproduit et y simplifie les travaux qu'il a publiés dans le *Journal de Liouville*.

Les Chapitres VI et VII traitent de la distribution de la chaleur dans une sphère et des températures du globe terrestre. L'auteur y expose le résumé des recherches de Laplace, de Poisson et de Fourier.

Le Chapitre VIII traite de l'équilibre de température de l'ellipsoïde. Lamé a étudié le premier cette question, dont la solution a été ensuite simplifiée par M. Liouville.

Le Chapitre IX appartient à l'auteur; il a pour objet le refroidissement d'un ellipsoïde planétaire.

Ces indications suffisent pour donner à nos lecteurs une idée des matières traitées dans cet Ouvrage, sur lequel une Notice a paru dans le *Journal de Liouville* et dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques*, et que M. Serret a présenté à l'Institut.

G. D.