BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue bibliographique

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 4 (1873), p. 113-127

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1873__4__113_0>

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.

BRETSCHNEIDER (C.-A.), Professor am Gymnasium zu Gotha. — DIE GEOMETRIE UND DIE GEOMETER VOR EUCLIDES. Ein historischer Versuch. — Leipzig, Druck und Verlag von B.-G. Teubner, 1870 (1).

L'étude des origines de la Géométrie, jusqu'à ces derniers temps, était restée à peu près au même point qu'à l'époque de la publication de l'*Histoire des Mathématiques* de Montucla, et malgré les progrès considérables qu'ont faits les sciences historiques dans notre siècle, on n'avait ajouté que bien peu de chose aux résultats connus depuis cent ans, relativement aux travaux des fondateurs de la Géométrie chez les Grecs. Il fallait, pour aller plus loin, compulser avec un soin extrême les moindres documents épars dans les écrits des philosophes, des biographes et des commentateurs, corriger et interpréter des textes souvent altérés; un tel travail ne pouvait être entrepris que par un savant, également versé dans la connaissance de l'antiquité hellénique et dans celle des Mathématiques, et doué, outre cela, d'une patience à toute épreuve.

C'est grâce à la réunion si rare de ces qualités que M. Bretschneider a pu entreprendre et mener à bonne fin un travail devant lequel tant d'autres avant lui avaient reculé, et nous donner, dans le mince volume que nous avons sous les yeux, le résumé complet de tous les documents qui nous restent sur cette époque de l'histoire des Sciences, naguère encore si obscure, et sur laquelle il a jeté de vives clartés. On nous pardonnera sans doute si nous nous étendons avec quelques développements sur ce Livre, qui vient renouveler complétement les notions imparfaites qui avaient cours sur les commencements de la Géométrie ancienne. Nous mettrons à profit, dans cette étude, les divers comptes rendus de cet Ouvrage qui ont été faits en Allemagne, et en particulier les observations critiques publiées par M. Friedlein, tant dans le *Zeitschrift fur mathematischen und naturwissenschaftlichen*

(1) BRETSCHNEIDER, professeur au Gymnase de Gotha. — *La Géométrie et les Géomètres avant Euclide*. Essai historique. — Leipzig, Teubner, 1870. — 1 vol. in-8°, 184 p., 1 pl. Prix : 5 fr. 50 c.

Unterricht [1], (2^e année, 1871, p. 341 et suiv.), que dans une intéressante brochure imprimée en 1872 [2].

M. Bretschneider a eu l'excellente idée de reproduire en entier, dans le texte original, tous les fragments des auteurs grecs qu'il cite dans son travail, ce qui permet aux lecteurs de contrôler l'exactitude de sa traduction et les conséquences qui en découlent. Et en effet, M. Friedlein a pu, grâce à ce système, relever quelques erreurs de traduction, pouvant influer sur les conclusions que l'auteur en avait déduites.

L'Ouvrage se divise en six Chapitres, précédés d'une Préface et d'une Introduction, où l'auteur signale l'insuffisance des écrits historiques publiés jusqu'à ce jour, sur la Géométrie avant Euclide. Les philologues qui ont consulté les sources manquaient généralement de l'instruction mathématique nécessaire, et souvent ils se sont trop hâtés de rejeter l'authenticité des documents qu'ils avaient devant eux. D'autres, au contraires, tels que Röth, ont cru devoir tout admettre, et nous ont donné comme sérieux les récits les plus romanesques des derniers écrivains de l'École d'Alexandrie. M. Bretschneider, par ses profondes connaissances en Mathématiques et son esprit circonspect, a su se mettre en garde contre ces deux excès opposés.

Le premier Chapitre est intitulé : *La Géométrie des Égyptiens*. Tout le monde s'accorde à placer en Égypte le berceau de la Géométrie. Suivant Hérodote, le sol de ce pays ayant été originairement distribué aux habitants par carrés égaux [3], les impôts étaient établis d'après cette distribution, et le débordement annuel du Nil, venant entamer les portions des riverains, rendait nécessaire, chaque année, une nouvelle répartition, et par suite une nouvelle mesure des terres. C'est à cette obligation incessante qu'Hérodote attribue l'invention de la Géométrie, qui des Égyptiens a passé plus tard chez les Grecs [4]. Les auteurs plus récents modifient un peu cette explication, en admettant que chaque inondation du fleuve effaçait la démarcation des champs, laquelle ne pouvait être

(1) Voir *Bulletin*, t. III, p. 48.

(2) *Beitrage zur Geschichte der Mathematik*. II. *Programm zur öffentlichen Preise-Vertheilung an der Studien-Anstalt Hof*. (21 p. in-4°.)

(3) Κλῆρον ἴσον ἑκάστῳ τετράγωνον.

(4) Δοκέει δέ μοι ἐντεῦθεν Γεωμετρίη εὑρηθεῖσα ἐς την Ἑλλάδα ἐπανελθεῖν.

rétablie qu'après un nouveau mesurage. Montucla et M. Bretschneider repoussent cette addition au récit d'Hérodote, tandis que M. Friedlein ne lui refuse pas toute vraisemblance.

On conçoit, d'après cela, que la Géométrie égyptienne ait eu pour principal but la mesure et le partage des aires. Il s'agirait maintenant de savoir jusqu'à quel degré de développement elle est parvenue, et nous trouvons là-dessus de précieux renseignements dans le papyrus de Rhind, qui fait actuellement partie de la collection du Musée britannique. Ce papyrus, qui n'a pas encore été publié ni traduit, mais dont une analyse a été donnée par M. Birch dans le *Zeischrift für Aegyptische Sprache und Alterthumskunde* de Lepsius (1868, p. 108), est la copie déjà très-ancienne (XI^e siècle avant J.-C.) d'un Traité de Géométrie pratique, qui aurait été composé, suivant M. Birch, vers le temps de Chéops et d'Apophis (3400-3200 avant J.-C.). Ce Traité contient des exemples numériques de mesures du rectangle, du cercle, du triangle rectangle, du trapèze isoscèle; le partage d'un champ triangulaire par des parallèles à la base équidistantes entre elles; le calcul du volume d'une pyramide; la quadrature approchée du cercle au moyen de l'hexagone régulier. Quelque restreintes que soient les connaissances exposées dans cet Ouvrage, elles sont supérieures aux procédés inexacts employés, bien des siècles plus tard, par les arpenteurs romains.

Ces règles d'arpentage avaient été sans doute précédées, à une époque fort ancienne, de recherches théoriques, faites par les prêtres, uniques dépositaires de la tradition scientifique; mais nous ne possédons aucune donnée directe sur cette doctrine ésotérique, et nous en sommes réduits à former des conjectures, d'après ce que nous savons sur les connaissances des Grecs qui sont allés s'instruire chez les prêtres égyptiens. Il est probable que les Livres contenant les théories géométriques avaient été de bonne heure classés parmi les Livres sacrés, dont il n'était plus permis de s'écarter, et dès lors on conçoit que ces théories avaient dû rester stationnaires depuis un grand nombre de siècles. M. Bretschneider considère la forme d'exposition de la Géométrie égyptienne comme étant l'origine immédiate de la forme roide et sèche adoptée par tous les géomètres grecs, et qui contraste d'une manière si frappante avec la souplesse et l'élégance de toutes les autres productions du génie hellénique.

Le deuxième Chapitre a pour titre : *La transmission des Mathématiques des Égyptiens aux Grecs*. L'auteur rappelle les nombreuses relations qu'ont eues les Grecs avec les Égyptiens, avant les temps historiques, et dont le souvenir se retrouve dans les mythes de l'ancienne Grèce. C'est d'Égypte que venaient les inventeurs des Arts mécaniques, tels que Dédale et son neveu Talus, et les fondateurs de villes, comme Danaüs, Cécrops, etc.

M. Bretschneider regarde comme fabuleuse l'existence du Phrygien Euphorbus, dont la légende ne s'appuie que sur une citation tronquée de vers de Callimaque, faite par le compilateur Diogène Laërce. Cet Euphorbus ne serait autre chose que Pythagore lui-même, qui, ainsi que nous le raconte Ovide, prétendait avoir vécu sous le nom d'Euphorbus du temps de la guerre de Troie [1].

Tout ce que nous savons de précis sur la manière dont la Géométrie a passé d'Égypte en Grèce est emprunté à un fragment de l'*Histoire des Mathématiques* d'Eudémus, que Proclus nous a conservé dans son Commentaire sur le premier Livre des *Éléments d'Euclide*. Eudémus, l'un des plus éminents disciples d'Aristote, écrivait entre 340 et 310 avant J.-C., deux siècles et demi après Thalès, sur les travaux duquel il pouvait encore recueillir des informations sûres. Il était, en outre, lui-même un habile géomètre, de sorte que son Livre, dont nous ne saurions trop déplorer la perte, était digne de toute confiance. Malheureusement nous n'en possédons plus que quelques passages, qui nous ont été transmis par les commentateurs d'Euclide et d'Aristote, et dont M. Bretschneider a tiré le plus grand parti pour la restauration de l'histoire scientifique de l'époque qui nous occupe. On cite aussi Théophraste comme auteur d'un Ouvrage analogue à celui d'Eudémus, mais dont il ne reste plus aucune trace.

D'après les fragments d'Eudémus, ce sont Thalès, Pythagore, Œnopidès et quelques autres qui auraient rapporté en Grèce la science de l'Égypte. Les prêtres égyptiens, suivant ce que nous rapporte Diodore, étaient fiers d'avoir eu pour élèves les plus illustres d'entre les Grecs, Orphée, Musée, Dédale, Homère, Lycurgue,

---

(1) Ipse ego, nam memini, Trojani tempore belli
Panthoides Euphorbus eram....
(*Metam.*, XV, 160.)

Solon, Pythagore, Eudoxe, Platon, Démocrite, etc., et se plaisaient à montrer des monuments du passage de ces grands hommes. Ce que nous racontent les historiens sur la longue durée du séjour de ces philosophes grecs en Égypte n'a rien d'improbable, quand on réfléchit au temps qu'ils ont dû consacrer, préalablement à toute autre étude, à se rendre maîtres de la langue du pays. Aussi n'y a t-il rien d'étonnant à ce que certains d'entre eux n'y aient puisé qu'une connaissance incomplète de la science qu'ils allaient étudier.

L'objet du troisième Chapitre est : *Thalès et les géomètres de l'École ionique.* Thalès naquit à Milet, vers 640 avant J.-C., d'une famille d'origine phénicienne. S'étant rendu en Égypte, pour affaires de commerce, il profita de son séjour pour s'instruire auprès des prêtres égyptiens, et rapporta de son voyage des connaissances en Géométrie et en Astronomie, qui ne semblent pas avoir dépassé les premiers éléments de ces sciences. Tous les historiens sont d'accord pour lui attribuer la prédiction de l'éclipse de Soleil qui eut lieu, le 28 mai 585 avant J.-C., et c'est peu après cette époque que l'on commença à lui donner le nom de *sage.* Il est le seul, parmi les sept hommes que la Grèce antique a honorés de ce titre, qui se soit occupé de spéculations scientifiques, en dehors de l'utilité immédiate.

En Géométrie, on lui attribue la découverte de l'égalité des angles opposés par le sommet, la démonstration par retournement de l'isoscélisme d'un triangle qui a deux angles égaux, le théorème de l'égalité de deux triangles ayant même base et mêmes angles à la base, la propriété d'un diamètre de couper le cercle en deux parties égales, et le théorème qu'un angle inscrit dans un demi-cercle est droit. Il est difficile de savoir s'il a trouvé lui-même ces propositions, ou s'il les a puisées chez les Égyptiens. La connaissance de ces théorèmes suppose celle d'un grand nombre d'autres propriétés élémentaires, relatives aux parallèles, aux triangles isoscèles ou quelconques, aux parallélogrammes. Il ne semble pas cependant que l'on ait connu, avant le temps de Pythagore, une démonstration simple et générale du théorème sur la somme des angles d'un triangle.

Outre ces découvertes théoriques, on attribue encore à Thalès la solution de deux problèmes de Géométrie pratique : la détermination de la distance au rivage d'un navire en mer, et celle de la hauteur des pyramides d'Égypte d'après la longueur de leur ombre. Pour la première de ces deux mesures, M. Bretschneider suppose que Thalès s'est probablement servi de l'angle que faisait avec la verticale le rayon visuel du navire, vu d'une station dont on connaissait l'élévation au-dessus du niveau de la mer, et qu'il a ensuite obtenu le résultat au moyen d'une construction; mais c'est en tirer une conclusion forcée que de prêter à Thalès la connaissance de la théorie de la similitude des triangles, dont il avait tout au plus des notions rudimentaires. Quant à la hauteur des pyramides, il l'a mesurée, suivant le récit d'Hiéronyme, cité par Diogène Laërce, au moment où l'ombre d'un objet vertical était de même longueur que cet objet. On ne sait trop, cependant, comment il a pu déterminer la distance de l'extrémité de l'ombre à la projection du sommet, cachée dans l'intérieur de la masse du monument.

Thalès connaissait assez complétement le système astronomique des Égyptiens. Il considérait le monde comme une sphère, dont la Terre occupe le centre. Outre le mouvement diurne commun à tous les astres, le Soleil et la Lune ont un mouvement propre. Le Soleil décrit une courbe coupant obliquement l'équateur et tangente aux deux tropiques; ses mouvements d'aller et de retour, entre les deux tropiques, se font dans des temps inégaux. La durée de l'année était fixée à 365 jours par les Égyptiens, et Thalès n'en a pas connu de valeur plus exacte. Il possédait la véritable explication des éclipses, et la prédiction qu'on lui attribue suppose, de plus, la connaissance de la période de dix-huit ans et onze jours. C'est lui qui a, dit-on, appris aux navigateurs grecs à se guider d'après la constellation de la Petite Ourse. Enfin il a évalué le diamètre apparent du Soleil à la 720^e^ partie de l'orbite décrite par cet astre.

Parmi les plus remarquables disciples de Thalès, on cite : Améristos, frère du poëte Stésichore; Anaximandre, à qui l'on doit l'introduction du gnomon chez les Grecs, et qui aurait même, à ce que prétend Simplicius, déterminé les rapports des distances des planètes; Anaximène, le dernier et le plus célèbre des philosophes de cette École, et qui, pas plus qu'Anaximandre, ne s'est occupé de Géométrie pure.

Œnopidès de Chios a une place à part, en dehors de l'École ionique. C'est lui qui a résolu le problème d'abaisser une perpendiculaire d'un point extérieur sur une droite, et celui de construire un angle égal à un angle donné. Il s'attribuait la détermination de la grandeur de l'obliquité de l'écliptique, quoique cette quantité dût être connue depuis longtemps des Égyptiens dont il était le disciple. C'est lui qui a fait connaître aux Grecs la *grande année,* ou cycle luni-solaire de cinquante-neuf ans.

Le quatrième Chapitre est intitulé : *Pythagore et ses disciples immédiats.* Naguère encore il était admis parmi les philologues que nous ne savions rien de certain sur la personne et sur les travaux de Pythagore. Les fragments qui nous sont parvenus, comme provenant d'auteurs de son École, étaient réputés apocryphes, par la seule raison que l'on y rencontrait des idées appartenant à Platon, comme si Platon n'avait pas dû s'approprier plus d'une fois les opinions du plus illustre de ses devanciers. Depuis que Böckh et Lobeck se sont prononcés pour l'authenticité des fragments de Philolaüs, et d'une partie au moins des Hymnes orphiques, cette ardeur critique s'est un peu ralentie. Puis est venu Röth qui, dans sa *Vie de Pythagore,* est tombé dans l'excès contraire, en accueillant indistinctement tous les récits qui ne portaient pas le cachet évident de l'absurdité et de la contradiction. C'est entre ces deux extrêmes qu'il faut chercher la vérité. En particulier, il est injuste de refuser de tenir compte des écrits de Porphyre et de Jamblique, qui contiennent, il est vrai, des récits fabuleux comme on en trouve d'ailleurs beaucoup chez Diogène Laerce, mais dont les auteurs pouvaient avoir sous les yeux quelques-uns des nombreux écrits, aujourd'hui perdus, des Grecs d'Italie.

D'après les récits de ses biographes, Pythagore serait né à Samos, entre 568 et 564 avant J.-C., ce qui placerait l'époque de sa mort entre 488 et 478. Le voyage de Pythagore en Égypte n'est pas plus douteux que celui de Thalès ou de Platon; il est attesté, entre autres, par Isocrate et par Diodore. Le long séjour qu'il dut y faire lui permit de s'instruire complétement dans la langue et dans l'écriture du pays, et de s'initier plus profondément que n'avait pu le faire Thalès à la science égyptienne et, en particulier, aux Mathématiques. Nous laissons de côté l'histoire de sa prétendue captivité à Babylone; nous rappellerons seulement qu'en 510 avant J.-C. il vint, après avoir erré quelque temps en Grèce, se fixer à Crotone, où il fonda l'École qui porte son nom. Plus tard, les discordes civiles le forcèrent à se réfugier à Tarente, puis à Metapontum, où il mourut, à la suite des violences populaires dirigées contre son École.

On connaît beaucoup mieux l'histoire des découvertes de Pythagore que celle de sa personne. En Arithmétique, il a trouvé la théorie des proportions, d'où dépend celle de la similitude; les progressions arithmétiques; la propriété de la progression des nombres impairs d'avoir pour somme un carré; les nombres polygonaux, dont la connaissance semble impliquer celle des polygones réguliers.

En Géométrie, on lui doit la propriété du plan d'être décomposable en triangles équilatéraux, en carrés ou en hexagones réguliers; la démonstration de l'égalité de la somme des angles d'un triangle à deux angles droits; l'*application* (παραβολή) des aires (1); le célèbre théorème sur le carré de l'hypoténuse, dont M. Bretschneider a essayé de restituer la démonstration telle que Pythagore avait dû la trouver; la règle pour former des triangles rectangles rationnels; la découverte des rapports incommensurables; la construction d'une figure semblable à une autre et équivalente à une troisième; celle du pentagone régulier étoilé, qui fut choisi par ses disciples comme signe de ralliement; la connaissance des cinq polyèdres réguliers, dont l'un au moins, le dodécaèdre, était inconnu avant lui. Montucla (t. I, p. 117) a cru trouver dans un passage de Diogène Laërce un indice que Pythagore s'était occupé du problème des isopérimètres, et avait reconnu la propriété de maximum du cercle et de la sphère. Son assertion a été reproduite par M. Chasles, dans l'*Aperçu historique*. Le passage de Diogène signifie seulement que le cercle et la sphère sont *les plus belles* de toutes les figures (2).

Telles sont les découvertes que l'on peut attribuer à Pythagore et à son ancienne École. C'est lui qui, le premier, cultiva la science

(1) Voir *Euclide*, I, 44, 45, et VI, 28, 29. A ce sujet, M. Bretschneider rectifie, à l'aide d'une transposition très-simple, un passage de Plutarque d'où l'on avait cru pouvoir inférer que Pythagore connaissait les sections coniques, ou du moins la parabole : Πυθαγόρας ἐπὶ τῷ διαγράμματι βοῦν ἔθυσεν..., εἴτε περὶ τῆς ὑποτεινούσης..., εἴτε πρόβλημα περὶ τῆς τοῦ χωρίου παραβολῆς. (*Non posse suav. vivi sec. Epic.*, c. 11.) Le texte vulgaire porte περὶ τοῦ χωρίου τῆς παραβολῆς.

(2) Καὶ τῶν σχημάτων τὸ κάλλιστον σφαῖραν εἶναι τῶν στερεῶν, τῶν δὲ ἐπιπέδων κύκλον.

mathématique en dehors de tout but pratique. Nous avons vu de quelles théories fondamentales il a enrichi la Géométrie. Il ne paraît pas qu'il se soit beaucoup occupé du cercle, puisque, quarante ans après sa mort, on voit Hippocrate de Chios ignorer encore le théorème relatif à la mesure de l'angle inscrit.

Dans le cinquième Chapitre, l'auteur étudie : *Les géomètres depuis Pythagore jusqu'à Platon.* Les doctrines de Pythagore furent tenues rigoureusement secrètes par ses disciples jusqu'à la dispersion de l'École pythagoricienne, qui suivit la victoire définitive de la démocratie dans la Grande-Grèce. Quelques disciples durent alors chercher à utiliser leurs connaissances géométriques pour se procurer des moyens d'existence, et par eux ces connaissances se répandirent dans la Grèce propre.

Les géomètres de cette époque se sont principalement occupés de trois problèmes : la trisection de l'angle, la duplication du cube et la quadrature du cercle. Le premier de ces problèmes a été résolu successivement au moyen de la conchoïde de Nicomède, de la quadratrice d'Hippias (ou de Dinostrate), des spiriques de Perseus, de la spirale d'Archimède. C'est Hippocrate de Chios qui a fait faire le premier pas au problème de la duplication du cube, en le ramenant à celui de la construction de deux moyennes proportionnelles.

Ce même géomètre s'est occupé de la quadrature du cercle, comme on le voit d'après un précieux fragment d'Eudémus, rapporté par Simplicius, dans son Commentaire sur Aristote, et que M. Bretschneider reproduit *in extenso*, en corrigeant quelques altérations du texte. La lecture de ce fragment nous prouve qu'Hippocrate n'a pas commis la grave erreur dont l'accuse Aristote, d'avoir conclu de la quadrature de la lunule construite sur le côté du carré celle de la lunule construite sur le côté de l'hexagone. Ce passage de Simplicius est resté inconnu de Montucla, qui rend compte des travaux d'Hippocrate en s'en rapportant à ce qu'en a dit Viète. C'est là le plus ancien texte qui nous reste d'un travail géométrique écrit en grec.

Antiphon est le premier qui ait regardé le cercle comme un polygone d'une infinité de côtés, mais sans pouvoir arriver à la solution du problème, réservée au génie d'Archimède. Bryson a suivi la même voie, en considérant deux polygones, l'un inscrit, l'autre circonscrit, dont le nombre de côtés allait toujours en doublant. Il pensait qu'en continuant assez loin cette duplication on finirait par obtenir deux polygones tels, qu'en prenant une moyenne arithmétique entre leurs aires on obtiendrait l'aire du cercle.

D'après le fragment cité d'Eudémus, Hippocrate a employé comme proposition auxiliaire le lemme suivant : un angle inscrit dans un segment de cercle est aigu, droit ou obtus, suivant que le segment est plus grand, aussi grand ou moins grand que le demicercle. Cela porte à croire que, de son temps, on ne connaissait pas encore la mesure exacte d'un tel angle.

Les derniers géomètres de cette période que l'on ait à mentionner sont Agatharchus et Théétète, sur les travaux desquels on n'a aucune donnée précise.

Le titre du sixième et dernier Chapitre est : *Les géomètres depuis Platon jusqu'à Euclide.* Platon a vécu entre les années 429 et 348 avant J.-C. Il eut pour maître de Mathématiques Théodore de Cyrène. Il se procura, dans son voyage en Italie, les écrits du pythagoricien Philolaüs. On nous le présente comme ayant attaché un haut prix aux Mathématiques, ainsi que le prouvent ses travaux, et ainsi que l'atteste la tradition recueillie par Tzetzès, suivant laquelle Platon aurait écrit sur la porte de sa maison : « Que nul n'entre ici, s'il n'est géomètre [1]. » L'École de Platon devint de bonne heure le rendez-vous de tous ceux qui s'occupaient de Mathématiques, tels que Archytas de Tarente, Léodamas de Thasos, Théétète d'Athènes, Néoclide, Léon, Eudoxe, Amyclas d'Héraclée, les deux frères Ménechme et Dinostrate, Autolycus, Aristée, etc. Tous les écrits de ces géomètres ont disparu, à l'exception de deux courtes notices d'Autolycus, et tout ce que nous savons sur leurs travaux nous est connu par les extraits d'Eudémus qui nous ont été conservés par Eutocius.

Parmi les propres travaux de Platon, on cite une nouvelle règle pour former un triangle rectangle à côtés rationnels, et l'invention d'un instrument simple pour la construction de deux moyennes proportionnelles entre deux droites données. Cette dernière invention semble être en contradiction avec les reproches que Platon, au dire de Plutarque, adressa à Archytas et à Ménechme, pour avoir

---

(1) Μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω μου τὴν στέγην. (*Chil.* VIII, v. 975.)

construit des instruments analogues, les accusant de corrompre ainsi le véritable esprit géométrique. Un des grands mérites de Platon est d'avoir contribué à fixer avec précision les notions, encore mal déterminées, du point, de la ligne, de l'angle, etc. Il développa la théorie des irrationnelles, que l'École de Pythagore n'avait guère poussée au delà de la démonstration de l'incommensurabilité de la diagonale du carré avec le côté.

Proclus attribue à Platon, sans preuve bien solide, l'invention des trois méthodes de recherche en Géométrie, connues sous les noms de *méthode analytique*, de *méthode synthétique* et de *méthode apagogique* ou de *réduction à l'absurde*. M. Bretschneider considère les deux dernières méthodes comme bien antérieures à Platon, et les fait remonter aux premiers âges de la Géométrie. Il rejette ainsi l'opinion émise par M. Chasles, dans son *Aperçu historique*, que la méthode apagogique appartiendrait à Euclide. On en trouve, en effet, des exemples dans les écrits d'Autolycus, antérieurs de quarante ans au moins à ceux d'Euclide. Quant à la méthode analytique, Platon peut très-bien en être l'inventeur ou du moins le propagateur; c'est lui qui, suivant Proclus, l'enseigna à Léodamas, et celui-ci en tira un très-grand parti.

Avant de s'occuper des disciples proprement dits de Platon, M. Bretschneider consacre quelques pages aux géomètres contemporains de ce philosophe, et qui, sans appartenir à son École, ont dû en subir l'influence. On ne sait presque rien sur Léodamas et sur Théétète. On possède quelques fragments portant le nom d'Archytas, dont presque tous les hellénistes rejettent l'authenticité; mais Eutocius nous a transmis, d'après Eudémus, la solution, trouvée par Archytas, du problème des deux moyennes proportionnelles, à l'aide d'une construction à trois dimensions, où il emploie un demi-cylindre.

Parmi les disciples de Platon, on peut citer en première ligne Dinostrate, qui fit usage de la quadratrice pour la division d'un arc en un nombre quelconque de parties égales, et son frère Ménechme, auquel appartient la gloire d'avoir découvert les sections coniques. On a voulu attribuer cette invention à Platon lui-même (1); mais cette assertion ne repose sur aucune preuve empruntée aux sources

---

(1) *Voir* l'*Histoire des Mathématiques* de Bossut et l'*Aperçu historique*, § 2.

originales. Ménechme obtenait les trois sections coniques en coupant un cône de révolution par un plan perpendiculaire à une de ses génératrices, et la nature de la section variait suivant que l'angle au sommet du cône était aigu, droit ou obtus. Il étendit à ces courbes la propriété de l'ordonnée du cercle, d'être moyenne proportionnelle entre les segments du diamètre, et il les employa pour résoudre de deux manières différentes le problème des deux moyennes proportionnelles. C'est à Ménechme, parlant à Alexandre, que Sérénus attribue la réponse, qui, suivant une version plus répandue, aurait été adressée par Euclide à Ptolémée : « Il n'y a point en Géométrie de chemin particulier pour les rois. »

Eudoxe de Cnide, le dernier des géomètres célèbres de cette époque, fréquenta peu de temps l'Académie. Nous ne connaissons sa vie que par le récit de Diogène Laërce. Il naquit en 410 avant J.-C. et fut élève d'Archytas. A vingt-trois ans, il vint passer deux mois à Athènes; de là il alla en Égypte, et séjourna seize mois à Héliopolis; il se rendit ensuite à Cyzique, où il enseigna quelque temps; puis il retourna à Athènes, et y fit la connaissance de Platon. Rentré dans sa patrie, il y mourut en 357. On lui doit la détermination du volume de la pyramide et du cône, et le théorème que les volumes des sphères sont comme les cubes des diamètres. Il résolut le problème des deux moyennes proportionnelles au moyen de lignes courbes, autres, sans doute, que les sections coniques. En interprétant un passage de Proclus, où il est dit qu'Eudoxe s'occupa de la *section* (τὰ περὶ τὴν τομήν), M. Bretschneider pense qu'il s'agit ici de la section en moyenne et extrême (*sectio aurea*). M. Friedlein trouve cette hypothèse trop hasardée, et il est plutôt d'avis que ces mots se rapportent à la recommandation de Platon à ses disciples, d'étudier la forme des surfaces à l'aide de leurs sections.

On ne peut guère fixer le temps où l'on a commencé à étudier les lieux géométriques.

Nous n'avons plus à mentionner, comme auteur remarquable, qu'Aristée; nous ne savons rien sur sa vie, ni sur le lieu de sa naissance, mais les titres de ses Ouvrages nous sont parvenus. Il a écrit un Traité sur les polyèdres réguliers. C'est lui qui, le premier, a rédigé un Livre sur les Éléments des sections coniques, qu'il définissait de la même manière que Ménechme. Déjà, un des plus anciens disciples de Platon, Léon, avait composé des Éléments plus complets que ceux d'Hippocrate, et qui, vingt ans plus tard, furent remaniés et étendus par Theudius de Magnésie. Tel était l'état de la science à l'époque où Euclide commença ses travaux.

L'ouvrage de M. Bretschneider est terminé par un *Appendice* intitulé : *L'époque et les travaux de quelques géomètres de l'École d'Alexandrie.* Il commence par examiner ce que nous savons sur Perseus (Περσεύς), qu'il ne faut pas confondre avec le philosophe Persæus (Περσαῖος). D'après la discussion à laquelle se livre M. Bretschneider, Perseus ne peut avoir vécu qu'entre les années 280 et 120 avant J.-C. Les courbes spiriques, dont il est l'inventeur, semblent n'avoir pas beaucoup attiré l'attention des géomètres de l'antiquité. Il résulte des textes de Proclus et d'Héron que ces courbes étaient des sections du tore; mais il est difficile de préciser en quoi consistait la division de ces lignes en trois espèces.

C'est vers la même époque, entre 250 et 150, qu'ont dû vivre Nicomède et Dioclès, inventeurs de la conchoïde et de la cissoïde. Le premier a résolu, au moyen de la conchoïde, les problèmes de la duplication du cube et de la trisection de l'angle. Dioclès, que Montucla considère à tort comme né après Pappus, a vécu certainement antérieurement à l'année 100 avant J.-C.

La même erreur a été commise relativement à l'époque d'Hypsiclès, l'auteur des deux Livres sur les polyèdres réguliers que l'on place d'habitude à la suite des treize Livres des *Éléments* d'Euclide. On a encore de lui un ouvrage intitulé Ἀναφορικός, ayant pour but la détermination des arcs diurnes sur l'écliptique. L'examen de ces Ouvrages ne permet pas d'assigner à Hypsiclès une autre époque que l'intervalle compris entre 250 et 150 avant J.-C. Il est impossible qu'il ait vécu après l'auteur de l'*Almageste,* comme le prétendent Fabricius et Montucla.

C'est aussi vers le même temps qu'il faut placer Sérénus, que Montucla fait naître quatre siècles plus tard.

En arrivant à la fin du volume de M. Bretschneider, où l'on a rencontré une si grande abondance de noms d'auteurs et de documents de toute espèce, nous ne pouvons nous empêcher de regretter que l'auteur n'ait pas cru devoir le faire suivre d'une Table des matières, qui serait indispensable pour faciliter les recherches et pour permettre de tirer de ce trésor d'érudition tous les services qu'il est appelé à rendre.

J. H.

СТОЛѢТОВЪ (А.). — Изслѣдованіе о функціи намагниченія мягкаго желѣза. — Москва, 1872 ([1]).

Dans la théorie de l'aimantation du fer doux donnée par Poisson, il entre un coefficient numérique, supposé constant pour toutes les valeurs de la force magnétique qui produit l'aimantation. Les expériences de MM. Joule, Müller et Weber ont montré que, loin d'être constant, ce nombre diminue très-sensiblement à mesure que la force d'aimantation devient de plus en plus grande. C'est pourquoi la théorie de Poisson a été généralisée par M. Kirchhoff (*Journal de Crelle*, t. 48), de manière qu'au lieu du coefficient il y entre une certaine fonction, qui dépend de l'intensité de la force magnétique employée, ainsi que de la forme du corps soumis à son action. Pour donner une définition de cette fonction importante (que l'on peut nommer *fonction d'aimantation* ou bien *pouvoir magnétique* du fer en question), imaginons un cylindre de fer, de longueur infinie, aimanté par une force constante dirigée suivant son axe; le rapport du moment magnétique du cylindre (rapporté à l'unité de volume) à l'intensité de la force aimantante nous donnera la valeur du pouvoir magnétique du fer, qui correspond à cette dernière force.

Le pouvoir magnétique une fois déterminé pour toutes les valeurs de la force d'aimantation, on pourra calculer les moments magnétiques d'une masse quelconque de fer, soumise à des forces d'aimantation données. C'est en vue de déterminer le pouvoir magnétique du fer, principalement pour des forces assez faibles, que l'auteur a entrepris une série d'expériences d'après une méthode proposée par M. Kirchhoff (*Pogg. Ann.*, Ergänzungsband V, 1870).

Le corps aimanté est un *anneau* en fer doux, à sections rectangulaires, entouré de deux hélices en fil de cuivre, et formant ainsi une sorte de solénoïde à axe circulaire. L'une des deux hélices est en communication avec les pôles d'une pile voltaïque, l'autre contient un galvanomètre. On mesure les courants d'induction qui parcourent l'hélice secondaire chaque fois que le courant de l'hélice primaire change de direction. En connaissant les intensités des

([1]) STOLÉTOV (A.), *Recherche sur le pouvoir magnétique du fer doux*. Moscou, 1872. In-8° (79 p., 2 pl.). Mémoire lu le $\frac{\text{20 novembre}}{\text{2 decembre}}$ 1871 devant la Société Mathématique de Moscou.

courants primaires et secondaires, ainsi que la résistance du circuit secondaire, en unités absolues de M. Weber, on peut en déduire les valeurs du pouvoir magnétique du fer et les forces d'aimantation correspondantes. L'unité qui sert à mesurer celles-ci est celle qui a été adoptée par Gauss pour la force magnétique terrestre.

On faisait varier la force d'aimantation depuis 4,3 jusqu'à 307. Le pouvoir magnétique correspondant *croissait* d'abord *très-rapidement* à partir de 21,5 jusqu'à un *maximum* = 174 (pour la force = 30), puis il allait en diminuant peu à peu jusqu'à 42.

Donc on ne peut plus dire, comme on le fait assez généralement, que le moment magnétique d'un corps soit proportionnel à la valeur de la force aimantante, à moins que celle-ci ne soit pas trop grande. Entre certaines limites de la force, le moment magnétique d'un cylindre infini varie comme le carré, ou même comme le cube de cette force ([1]).

A. Stolétov.