

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 3
(1872), p. 11-29

http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1872__3__11_0

© Gauthier-Villars, 1872, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ СБОРНИКЪ, издаваемый Московскимъ Математическимъ Обществомъ. — Москва. Типографія А. И. Мамонтова и К^о, Большая Дмитровка, д. № 7 (¹).

Т. I, 1866 (²).

Biographie de NICOLAS-DIMITRIEVITCH BRASCHMANN (avec portrait). (16 p.)

Lettres d'OSTROGRADSKY au professeur BRASCHMANN (en français). (12 p.)

Sur le principe de la moindre action. — Formule générale renfermant toute la Mécanique. — Sur une équation différentielle du second ordre. — Formule générale pour les percussions. — Pendule de Foucault.

BOUGAÏEF (N.-V.). — *Identités numériques qui se rattachent aux propriétés du symbole E*. (162 p.)

On désigne, comme on sait, par $E(x)$ l'entier compris entre $x-1$ et x . — Première loi des identités numériques. — Extension des lois des identités numériques aux fonctions numériques.

ZINGER (V.-I.). — *Sur le mouvement relatif d'un projectile*. (10 p.)

ALEXÉIEF (N.). — *Propriété des intégrales des fonctions algébriques irrationnelles, qui s'expriment au moyen des logarithmes seulement*. (14 p.)

ALEXÉIEF (N.). — *Intégration des différentielles contenant la racine carrée d'un polynôme du quatrième degré, et des diffé-*

(¹) *Recueil mathématique*, publié par la Société mathématique de Moscou, Moscou, imprimerie de A. I. Mamontof et C^o, Bolchaia Dmitrofska, n^o 7. Ce journal, fondé en 1866, forme chaque année un volume paraissant en quatre fascicules gr. in-8^o. Chaque fascicule se compose de deux parties, paginées séparément : la première contenant des Mémoires originaux, la seconde des Mélanges, des énoncés de problèmes avec les solutions, et des articles biographiques et bibliographiques ; en langue russe. Prix de chaque volume : 3 roubles 50 kopeks.

(²) Nous indiquerons seulement les titres et les sommaires très-abrégés des Mémoires contenus dans les trois premiers volumes de cette importante publication.

rentielles contenant la racine cubique d'un polynôme du troisième degré. (26 p.)

BRASCHMANN (N.-D.). — *Déterminer la pression d'un fleuve sur ses rives, provenant du mouvement de rotation de la Terre autour de son axe.* (12 p.)

OUROUSSOF (le Prince S.-S.). — *Sur le facteur d'intégration des équations aux différences et des équations différentielles.* (66 p.)

Méthode d'intégration immédiate des équations aux différences. — Du facteur d'intégration des différences inexactes. — Remarques touchant les équations différentielles du premier ordre, qui se tirent de l'équation primitive au moyen de deux opérations successives : la différentiation et l'élimination de la constante. — Sur le facteur d'intégration des équations différentielles linéaires. — Dépendance qui existe entre les facteurs d'intégration provenant de telle ou telle équation primitive. — La question du changement de la variable indépendante x en une autre t se ramène à la recherche de la valeur du facteur d'intégration. — Lemme. — Conclusion. — Appendice.

TCHEBYCHEF (P.-L.). — *Développement en série au moyen des fractions continues.* (6 p.)

LETNIKOF (A.-V.). — *Sur les conditions d'intégrabilité de quelques équations différentielles.* (54 p.)

DAVIDOF (A.-I.). — *Équations aux différentielles partielles d'ordre quelconque.* (40 p.)

PETERSON (K.-M.). — *Sur les relations et les affinités entre les surfaces courbes.* (48 p.)

KHANDRIKOF (M.-F.). — *Détermination de l'influence de la variation du sphéroïde terrestre sur les coordonnées des points de la surface.* (12 p.)

IOURIEF (S.-A.). — *Sur l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients variables.* (26 p.)

SLOUDSKY (F.-A.). — *Sur l'équilibre et le mouvement d'un fluide sous l'action mutuelle de ses parties.* (20 p.)

T. II, 1867.

TCHÉBYCHEF (P.-L.). — *Sur les valeurs moyennes.* (8 p.)

BOUGAÏEF (N.-V.). — *Théorème général de la théorie des nombres avec une fonction arbitraire.* (7 p.)

PETERSON (K.-M.). — *Des courbes sur les surfaces.* (28 p.)

SLOUDSKY (F.-A.). — *Sur le principe de la moindre action.* (7 p.)

SABININE (E.-F.). — *Sur le terme complémentaire de la formule de Gauss.* (19 p.)

Il s'agit de la formule pour le calcul approché d'une intégrale définie.

TCHÉBYCHEF (P.-L.). — *Sur l'intégration des différentielles simples contenant un radical cubique.* (8 p.)

ALEXÉIEF (N.-N.). — *Coordonnées curvilignes orthogonales dans leur application à l'étude de la courbure des courbes sur différentes surfaces.* (46 p.)

DAVIDOF (A.-I.). — *Sur la représentation géométrique des fonctions elliptiques de première espèce.* (18 p.)

TALYZINE (M.-I.). — *Sur le principe de la moindre action.* (34 p.)

ZINGER (V.-I.). — *Sur le mouvement d'une masse fluide libre.* (12 p.)

OUROUSSOF (le Prince S.-S.). — *Sur la solution du problème du cavalier aux échecs.* (39 p.)

BREDIKHINE (F.-A.). — *Vibrations du noyau des comètes.* (19 p.)

SOKOLOF (I.-D.). — *Le théorème de Poisson : $(\alpha, \beta) = \text{const.}$, déduit immédiatement des équations du mouvement.* (8 p.)

LOUBIMOF (N.-A.). — *Transport électrique de la chaleur, et étude de la quantité d'électricité au point de vue de la théorie dynamique.* (42 p.)

SLOUDSKY (F.-A.). — *Différence de longitude entre Moscou et Podolsk.* (5 p.)

KHANDRIKOF (M.-F.). — *Sur les perturbations du mouvement des comètes.* (15 p.)

RATCHNISKY (K.-A.). — *Remarque sur les raies du spectre.* (4 p.)

ORLOF (F.-E.). — *Démonstration d'un théorème d'Euler.* (7 p.)

Conditions d'intégrabilité d'une différentielle d'ordre supérieur.

LETNIKOF (A.-V.). — *Sur la courbure d'une surface en un point donné.* (19 p.)

Sur le Talkhys du géomètre arabe Ibn Albanna. (17 p.)

Biographie d'Edmond Bour. (9 p.)

Revue des travaux des Sociétés savantes en 1866. (2 art., 66 p.)

Sur la règle de convergence de Popper. (3 p.)

BOUGAÏEF (N.-V.). — *Théorème d'Euler sur les polyèdres. Propriétés d'un réseau géométrique plan.* (6 p.)

SCHWEIZER (B.-I.). — *Éclipse annulaire du Soleil du 6 mars 1867.* (18 p.)

Sur l'Arénaire d'Archimède. (16 p.)

SLOUDSKY (F.-A.). — *Objet de la théorie des nombres, et ses relations avec les autres branches des mathématiques.* (14 p.)

OUSSOF (N.-A.). — *Remarque sur le potentiel des attractions d'un point intérieur.* (5 p.)

KHANDRIKOF (M.-F.). — *Conjectures sur l'origine des étoiles filantes.* (32 p.)

T. III, 1867.

LETNIKOF (A.-V.). — *Théorie de la différentiation pour des indices quelconques.* (68 p.)

BOUGAÏEF (N.-V.). — *Quelques théorèmes particuliers sur les fonctions numériques. — Théorème général dépendant des diviseurs avec deux fonctions arbitraires.* (10 p.)

SOMOF (I.-I.). — *Méthode élémentaire pour le calcul d'une portion de la surface ou du volume de la sphère, renfermée entre des plans qui ne passent pas par le centre.* (6 p.)

LETNIKOF (A.-V.). — *Sur le développement historique de la théorie des différentielles à indices quelconques*. (28 p.)

SOKOLOF (I.-D.). — *Remarque sur une des Notes de la dernière édition de la Mécanique analytique de Lagrange*. (10 p.)

BESSEL (A.). — *Sur les formes binaires du 3^e et du 4^e degré*. (12 p.)

MAIEFSKY (N.-V.). — *Sur les expériences faites au mois de novembre 1867 dans la fonderie d'acier de M. Krupp, pour la détermination des pressions des gaz de la poudre dans l'intérieur des bouches à feu*. (22 p.)

TCHEBYCHEF (P.-L.). — *Formules d'intégration par la méthode des moindres carrés*. (10 p.)

ORLOF (F.-E.). — *Sur l'équivalence des équations différentielles*. (47 p.)

SLOUDSKY (F.-A.). — *Remarque sur le nombre et la forme de nombres premiers*. (3 p.)

VACHENKO-ZAKHARTCHENKO (M.-E.). — *Caractères des valeurs maxima et minima des fonctions*. (10 p.)

TALYZINE (M.-I.). — *Loi de la conservation du travail, avec application aux phénomènes provenant de la force centrifuge*. (22 p.)

BOUGAIEF (N.-V.). — *Équations différentielles du premier ordre*. (10 p.)

ALEXÉIEF (N.-N.). — *Sur la valeur du facteur d'intégration dans la détermination de la forme de l'intégrale d'une équation différentielle homogène du premier ordre*. (3 p.)

PRÉOBRAJENSKY (V.-V.). — *Cas particulier du mouvement d'un plan fluide*. (27 p.)

ZINGER (V.-I.). — *Construction d'une courbe du troisième ordre au moyen de neuf points donnés*. (19 p.)

ZERNOF (S.-N.). — *Remarque sur l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre par la méthode de Cauchy*. (11 p.)

DAVIDOF (A.-I.). — *Extension de la formule du binôme aux exposants fractionnaires et négatifs.* (16 p.)

Biographie de Faraday. (23 p.)

Revue des travaux des Sociétés savantes en 1867. (16 p.)

SLOUDSKY (F.-A.). — *Magnétisme et attraction.* (16 p.)

L...F (A.). — *Sur la théorie des parallèles de Lobatchefsky.* (43 p.)

DELAUNAY (CH.). — *Sur la structure de l'univers.* (14 p.)

Biographie de Bernard Riemann. (6 p.)

KHANDRIKOF (M.-F.). — *Détermination des trajectoires des météores.* (10 p.)

BOUGAÏEF (N.-V.). — *Les Mathématiques considérées comme objet d'enseignement et d'éducation.* (34 p.)

VIERTELJAHRSSCHRIFT DER ASTRONOMISCHEN GESELLSCHAFT.

Beobachtung der Sterne des nördlichen Himmels bis zur neunten Grösse.

La Société Astronomique a entrepris, comme on sait, la détermination nouvelle et précise des étoiles du ciel boréal comprises entre -2° et $+80^{\circ}$ de déclinaison, jusqu'à la 9° grandeur; elle a partagé le travail entre un certain nombre d'observatoires. La zone $50^{\circ} - 55^{\circ}$, encore vacante, vient d'être confiée à M. Winlock, de l'Observatoire de Harvard College, à Cambridge (États-Unis). M. Fearnley, de Christiania, qui s'est chargé de la zone $65^{\circ} - 70^{\circ}$, annonce que le travail est commencé et donne des détails sur l'instrument et sur les méthodes d'observation qu'il emploie.

Sonnen-Ephemeriden berechnet von Kowalczyk.

M. Bruhns a réuni, dans le Cahier de janvier 1868 de ce Journal, les comètes dont il est utile de déterminer de nouveau les orbites avec précision; ces diverses comètes ont été découvertes dans les années qui se sont écoulées entre 1800 et 1830. Pour passer de leurs positions géocentriques aux lieux héliocentriques, il fallait connaître exactement les coordonnées du soleil à ces diverses épo-

ques; M. Kowalczyk les a calculées à l'aide des Tables de M. Le Verrier.

Mittlere Oerter der in den Zonen — 0° und — 1° enthaltenen Sterne, von Copeland und Börgen.

Le compte rendu de ce Mémoire est de M. Argelander. MM. Copeland et Börgen, de l'Observatoire de Göttingue, se sont proposés de déterminer exactement les positions des étoiles comprises dans les zones — 0° et — 1° de Bonn, jusqu'à la 9^e grandeur, et de les réduire à 1875,0. Ils ont comparé leurs positions avec celles du catalogue de Schjellerup et construit des tables auxiliaires donnant les logarithmes des constantes connues a, b, \dots . Des deux observateurs, l'un notait les passages et pointait l'étoile entre les deux fils; l'autre faisait la lecture des microscopes et d'un niveau indiquant les changements de position du cadre des microscopes. L'erreur de collimation c était déterminée à l'aide du bain de mercure, en tenant compte de l'inclinaison; elle s'est montrée tout à fait constante. La quantité n de Bessel était déterminée par l'une des circumpolaires α et δ , plus rarement λ, ϵ et β Petite Ourse. La formule de réduction employée est celle que M. Klinkerfues a fait connaître comme venant de Gauss,

$$\alpha = t + \Delta t + m + T \operatorname{tang} \frac{90^\circ - \delta}{2} + \frac{C}{\operatorname{tang} \frac{90^\circ - \delta}{2}},$$

où

$$C = \frac{c + n}{2}, \quad T = \frac{c - n}{2}.$$

Cette formule remplace, comme on voit, les deux quantités $\operatorname{tang} \delta$ et $\operatorname{séc} \delta$ par une seule $\operatorname{tang} \frac{90^\circ - \delta}{2}$; mais il ne paraît pas que le calcul soit abrégé, surtout dans le cas des petites déclinaisons et d'une collimation à peu près constante.

La correction Δt de la pendule était obtenue au moyen des étoiles du *Nautical Almanac*, comprises entre — 10° et + 10°; chaque soirée, on observait au moins quatre de ces étoiles.

Pour ce qui concerne les déclinaisons, les collimations équatoriales, fournies par un assez grand nombre d'étoiles fondamentales et pendant plusieurs séries d'observations, étaient employées à

fournir une collimation moyenne (après qu'on avait tenu compte des indications du niveau). Ce procédé ne semble pas assez exact; il est à regretter aussi que les observateurs n'aient pas donné d'indications sur le degré de concordance des collimations individuelles.

M. Argelander ne pense pas que le travail puisse servir au grand catalogue entrepris par la Société Astronomique, en raison de manque d'uniformité dans l'entreprise; mais il le trouve digne d'éloges, et surtout pour le zèle et l'activité des deux astronomes qui ont pu effectuer les trois quarts de l'ouvrage, ou 5 000 observations, en 11 mois seulement. Dans son compte rendu, il fait des recherches très-intéressantes sur l'erreur probable d'une détermination isolée du nouveau catalogue; il examine ses variations pour l'un et l'autre observateur, dans les deux positions de l'instrument, et il compare cette erreur probable à celles du catalogue de Schjellerup et des observations de Bonn.

HANSEN (P.-A). — *Geodätische Untersuchungen*. Leipzig, 1865, 1867, 1868, 1869.

(Dans ces divers Mémoires sur la Géodésie, M. Hansen traite de la méthode des moindres carrés en général, de son application à la géodésie, surtout pour la résolution d'un réseau de triangles, et de la réduction des angles d'un triangle sphéroïdique à ceux d'un triangle plan ou d'un triangle sphérique de mêmes côtés.)

Ce qui suit est tiré du compte rendu de la Société Astronomique.

Les recherches de M. Hansen, dont on s'occupe ici, ont trait à la solution d'un problème de haute Géodésie, solution donnée par Gauss dans le Mémoire célèbre : *Disquisitiones generales circa superficies curvas*. Si, sur une surface quelconque, entre trois de ses points, on mène les lignes les plus courtes, on obtient un triangle *géodésique*, dont les côtés et les angles ne changent pas, quand on transforme la surface en une série d'autres par la simple flexion. Toutes ces formes sont applicables les unes sur les autres; en particulier, dans le cas d'une surface applicable sur la sphère ou sur le plan, on pourra toujours construire un triangle sphérique ou un triangle rectiligne de mêmes côtés et mêmes angles que le triangle géodésique considéré. Quand ce cas ne se présente pas, on pourra encore

construire un triangle sphérique ou un triangle rectiligne de mêmes côtés que le triangle géodésique, et il y aura lieu de chercher les différences entre les angles du triangle sphérique ou du triangle plan et ceux du triangle géodésique. C'est là le problème résolu par Gauss dans le Mémoire cité plus haut. Regardant les côtés du triangle géodésique comme de petites quantités du 1^{er} ordre, il a développé en séries les différences entre les angles du triangle rectiligne et ceux du triangle géodésique, en négligeant seulement les quantités du 5^e ordre; nous nous bornerons à rappeler ici l'expression de l'aire σ du triangle géodésique aux côtés a, b, c , en fonction de l'aire σ_0 du triangle rectiligne de mêmes côtés, et des valeurs α, β, γ de la courbure de la surface aux sommets du triangle

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = 1 + \frac{\alpha}{120} (a^2 + 2b^2 + 2c^2) + \frac{\beta}{120} (b^2 + 2c^2 + 2a^2) \\ + \frac{\gamma}{120} (c^2 + 2a^2 + 2b^2).$$

M. Hansen s'est proposé de pousser plus loin encore le développement de Gauss, de manière à atteindre avec les formules la précision des mesures géodésiques actuelles; voici comment il s'exprime au sujet de la nécessité de cette extension :

Dans le cas d'un ellipsoïde de révolution de petite excentricité, les développements en série des différences entre les angles du triangle plan et ceux du triangle géodésique se composent de termes de divers ordres. « Les termes du 5^e ordre, dit-il, ne sont pas toujours plus petits que ceux du 4^e; ils peuvent même devenir beaucoup plus grands; de même, ceux du 7^e ordre peuvent devenir plus grands que ceux du 6^e. Il est à remarquer que l'on peut trouver de très-petits triangles pour lesquels le cas en question se présente déjà. Il résulte de là que l'extension des formules de Gauss qui vont jusqu'au 5^e ordre inclusivement (à cause de la petitesse de l'excentricité) aux termes du 6^e ordre n'aurait été d'aucune utilité, mais qu'il était nécessaire d'embrasser aussi les termes du 7^e ordre, afin d'avoir une précision supérieure à celle de Gauss. Par cette extension, je suis arrivé à des expressions qu'on peut employer, même pour des triangles dont les côtés sont de 20 degrés. Je suis donc allé, en général, un ordre plus loin que Gauss, et deux ordres dans

les formules finales ; ces dernières sont exactes jusqu'aux termes du 6^e ordre exclusivement, et dans leur application à l'ellipsoïde de révolution de petite excentricité, elles le sont jusqu'aux termes du 8^e ordre. »

Suivent les formules qui donnent la réduction des angles et de la surface dans le cas du triangle plan et dans le cas du triangle sphérique. Nous donnerons ici seulement l'expression de la surface dans le dernier cas :

$$\sigma_2 = \sigma \left[1 - \frac{1}{120} e^2 (a^2 + 2b^2 + 2c^2) \cos 2\alpha' \right. \\ \left. - \frac{1}{120} e^2 (b^2 + 2c^2 + 2a^2) \cos 2\beta' \right. \\ \left. - \frac{1}{120} e^2 (c^2 + 2a^2 + 2b^2) \cos 2\gamma' \right],$$

dans laquelle σ_2 est la surface du triangle sphérique correspondant au triangle géodésique ; α' , β' , γ' sont les latitudes réduites des sommets du triangle géodésique.

Dans la troisième Partie du Mémoire de Hansen se trouvent des applications numériques à des triangles, petits ou grands, compris aux environs du pôle ou de l'équateur.

En 1868, M. Schering a donné la formule très-simple

$$\delta A = - \frac{1}{12} \Delta (2\alpha + \beta + \gamma) \\ + \frac{1}{30} \Delta (4\alpha - 2\alpha_1 + 3\beta - 4\beta_1 + 3\gamma - 4\gamma_1) \\ + \frac{1}{180} \Delta \alpha^2 (2a^2 - b^2 - c^2),$$

dans laquelle α_1 , β_1 , γ_1 sont les courbures de la surface aux milieux des côtés du triangle ; la précision est la même que dans les formules de Gauss.

M. Hansen est revenu sur le même sujet dans le Mémoire : *Supplemente die Reduction der Winkel eines sphäroidischen Dreiecks betreffend.*

Citons ici encore ses propres paroles : « Mes anciennes formules conviennent à des triangles de grandeur modérée ; elles présentent des erreurs très-appreciables pour les triangles qui se trouvent à la

limite de leur application possible. Depuis quelque temps, j'ai trouvé des formules dont la précision analytique est la même, mais qui sont d'une étonnante simplicité, aussi bien dans leur forme générale que dans leur application à l'ellipsoïde de révolution, et qui, en outre, sont d'une application plus étendue que les anciennes. »

Voici ces formules, pour la réduction d'un triangle géodésique au triangle plan correspondant :

$$\begin{aligned} \delta A = & - \frac{3}{40} \Delta (2\delta + \beta_1 + \gamma_1) \\ & - \frac{1}{120} \Delta \left[1 - \frac{1}{6} \alpha (2a^2 - b^2 - c^2) \right] (2\alpha + \beta + \gamma). \end{aligned}$$

Elles sont toujours exactes jusqu'aux quantités du 6^e ordre exclusivement; $\beta_1, \gamma_1, \delta$ représentent les courbures de la surface en trois points du triangle, qu'on détermine aisément à l'aide des quantités $\alpha, \beta, \gamma, a, b, c$. On voit que tout l'ensemble des termes du 4^e et du 5^e ordre est représenté par l'introduction de trois quantités seulement, β_1, γ_1 et δ . M. Schering, par sa formule, ne représente que les termes du 4^e ordre, en introduisant les courbures de la surface aux milieux des côtés.

La formule pour la réduction à la sphère de rayon 1 est aussi très-simple; la voici :

$$\begin{aligned} \delta A = & - \frac{3}{40} \Delta (2p' + q' + r') \\ & - \frac{1}{120} \Delta \left(1 - \frac{a^2 - 3b^2 - 3c^2}{4} \right) (2p + q + r), \end{aligned}$$

en faisant

$$\alpha = 1 + p, \quad \beta = 1 + q, \dots$$

Vient ensuite l'application à l'ellipsoïde de révolution; dans le dernier paragraphe du Mémoire se trouvent de nombreux exemples numériques et les comparaisons des résultats fournis par les nouvelles formules à ceux que donnent les anciennes.

VALENTINER (W.). — *Beiträge zur kürzesten und zweckmässigsten Behandlung geographischer Ortsbestimmungen, mit Hülfsstafeln*. Leipzig, 1869.

Nous extrayons les Notes suivantes du compte rendu de la Société Astronomique.

L'objet du Mémoire est la détermination des latitudes et azimuts pour les besoins de la mesure des degrés en Europe; comme la latitude est comprise entre deux limites peu écartées, on a pu construire des tables auxiliaires bien moins étendues que si l'on avait voulu les appliquer à un lieu quelconque. Le côté théorique de la question est évidemment épuisé; aussi le mérite d'un semblable travail ne consiste-t-il que dans la précision et la facilité des calculs numériques. Dans ses tables, l'auteur a voulu ne négliger aucune partie égale ou supérieure à $0'',01$; il a fait de nombreuses remarques relatives à l'influence sur le résultat final des erreurs d'observation et des éléments de réduction, ce qui ne peut manquer d'être utile aux observateurs et de les guider dans le choix des étoiles.

Les Tables numériques se rapportent à la détermination de l'azimut au moyen de l'étoile polaire, de la latitude conclue d'observations de la même étoile ou d'observations de hauteurs circumméridiennes.

Soient φ la latitude du lieu, t l'angle horaire, p la distance polaire, a l'azimut de l'étoile polaire; la formule rigoureuse

$$\operatorname{tang} a = \frac{\operatorname{tang} p \sin t \operatorname{séc} \varphi}{1 - \operatorname{tang} p \cos t \operatorname{tang} \varphi}$$

permet de développer a sous la forme

$$a = p \sin t \operatorname{séc} \varphi + Ap^2 + Bp^3 + Cp^4 + Dp^5,$$

dans laquelle les coefficients A, B, C et D sont des fonctions simples de φ et t , ou bien sous la forme

$$a = p \sin t \operatorname{séc} \varphi + M \sin 2t + N,$$

dans laquelle N représente l'ensemble des termes des ordres 3, 4 et 5.

Une Table dans laquelle l'argument φ varie de 10 en 10 minutes, et $p = 1^\circ 23'$ donne la valeur de M; on obtient N à l'aide d'une Table à double entrée dont les arguments t et φ varient: t de 10 en 10 minutes, φ de degré en degré. Des Tables auxiliaires donnent les valeurs de $\frac{dM}{dp}$ et $\frac{dN}{dp}$ pour les trois valeurs $1^\circ 21' 20''$, $1^\circ 23' 0''$, $1^\circ 24' 40''$ de p . Le terme $p \sin t \operatorname{séc} \varphi$ doit être calculé directement, avec des Tables à six décimales. Dans toutes ces Tables, φ varie de

36° à 64°, ce qui est suffisant pour les besoins de l'association géodésique ; dans les Tables qui donnent N et $\frac{dN}{dp}$, t varie de 0^h à 24^h ; il aurait suffi de le faire varier de 0^h à 12^h, les valeurs de N et $\frac{dN}{dp}$ étant égales ou de signes contraires pour les valeurs T et 24 — T de t . Les termes du 6^e ordre dans la valeur de a sont négligeables ; même pour $\varphi = 64^\circ$, les termes du 5^e ordre n'influent que sur les dixièmes de seconde.

Passant au calcul de la latitude conclue de la distance zénithale z de l'étoile polaire, l'auteur présente la série de Littrow sous la forme

$$\varphi = 90^\circ - z - p \cos t + \sin^2 t (M + N \cos t),$$

où

$$M = \frac{1}{2} p^2 \sin 1'' \operatorname{tang} \varphi,$$

$$N = \frac{1}{6} p^3 \sin^2 1'' \frac{1 + 2 \sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi}.$$

M et $N \cos t$ se déduisent de Tables semblables à celles pour l'azimut ; toutefois, on n'a donné les valeurs de $\frac{dN}{dp}$ que pour deux valeurs de p , savoir : 1° 21' 20'' et 1° 24' 40''. Les termes du 4^e ordre de φ n'atteignent que la valeur $\pm 0'',01$; l'auteur indique dans quels cas il faut prendre pour ces termes — 0'',01, 0'',00, + 0'',01.

Dans le troisième système de Tables, on trouve les coefficients de la série de Delambre, pour la réduction au méridien d'une hauteur observée dans le voisinage du méridien, et les limites qu'on ne doit pas dépasser de chaque côté du méridien pour que les Tables, qui ne négligent que la sixième puissance de l'angle horaire, soient suffisantes ; voici les formules employées :

$$z_0 = z + A m + B n,$$

$$A = - \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin z_0}, \quad B = A^2 \operatorname{cotang} z_0,$$

$$m = \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}, \quad n = \frac{2 \sin^4 \frac{1}{2} t}{\sin 1''}.$$

F. T.

ACTA UNIVERSITATIS LUNDENSIS. — LUNDS UNIVERSITETS ÅRS-SKRIFT. FÖR ÅR 1868. — Lund, 1868-69, Berlingska boktryckeriet.

In-4° (1).

ERICSSON (J.). — *Sur l'emploi de la chaleur solaire comme puissance mécanique* (13 p.; suéd.).

Les expériences de sir John Herschel et de Pouillet sur la quantité de chaleur fournie par le rayonnement solaire ne se rapportent qu'aux basses températures. Les recherches de l'auteur ont pour but la détermination de chaleur que l'on peut développer à de hautes températures par la concentration sur une moindre surface de la chaleur rayonnante du Soleil. Il a construit trois machines, auxquelles il a donné le nom de *machines solaires*. L'une d'elles est mue par la vapeur produite par la chaleur rayonnante concentrée; les autres sont mues par la dilatation de l'air atmosphérique chauffé au moyen de cette chaleur concentrée. L'objet du Mémoire est l'étude de la puissance mécanique que l'on peut tirer du Soleil. Il résulte des expériences du savant ingénieur qu'à la température exigée pour les machines à vapeur et à air chaud l'action du Soleil, concentrée sur une surface de 10 pieds carrés au moyen des appareils de son invention, peut vaporiser 489 pouces cubes d'eau par heure, et produire ainsi une force capable d'élever un poids de 35 000 livres à 1 pied de hauteur en une minute, ce qui équivaut environ à la force d'un cheval.

HILL (C.-J.-D.). — *Sur une forme générale de développement et sur les intégrales définies*. (24 p.; fr.)

La série de Taylor, lorsqu'elle est applicable, donne une représentation indéfiniment approchée d'une fonction au moyen d'une fonction *entière*. Dans les cas où elle est en défaut, on peut essayer de trouver une représentation approchée au moyen des fonctions fractionnaires, parmi lesquelles la plus simple est une série doublement infinie, ordonnée suivant les puissances ascendantes et descendantes de la variable. L'auteur traite d'abord du développement

(1) *Annales de l'Université de Lund*. Année 1868. Lund, 1868-69. Publication annuelle, en suédois et en français, etc.

d'une fonction rationnelle, puis du développement d'une fonction quelconque.

BÄCKLUND (A.-V.). — *Quelques théorèmes sur les courbes planes algébriques qui passent par les mêmes points d'intersection.* (28 p.; suéd.)

On entend par un *faisceau* du $n^{\text{ième}}$ ordre un système de courbes du $n^{\text{ième}}$ ordre qui se coupent toutes aux mêmes points; ceux-ci sont dits les *points fondamentaux* du faisceau. Parmi ces points, il s'en trouve $\frac{1}{2}n(n+3) - 1$ qui déterminent tous les autres, et chaque courbe du faisceau, en particulier, est déterminée complètement par un seul point en dehors des points fondamentaux. L'auteur établit divers théorèmes sur les rencontres des courbes d'un faisceau avec des droites ou avec les courbes d'un autre faisceau.

I. Si deux courbes d'un faisceau du $n^{\text{ième}}$ ordre rencontrent respectivement deux courbes d'un autre faisceau du $n^{\text{ième}}$ ordre en n points a, a', \dots et en n points b, b', \dots , situés sur une même droite L, et que par un point c de L on mène deux courbes appartenant chacune à l'un des deux faisceaux, ces deux courbes auront encore $n - 1$ autres points communs entre elles et avec la ligne L.

II. Si une droite rencontre quatre courbes d'un faisceau aux points $a, a', \dots; b, b', \dots; c, c', \dots; d, d', \dots$, et qu'une autre droite rencontre les mêmes courbes aux points $a_1, a'_1, \dots; b_1, b'_1, \dots; c_1, c'_1, \dots; d_1, d'_1, \dots$, on aura toujours, k étant un quelconque des indices supérieurs,

$$\frac{c^k a \cdot c^k a' \dots}{c^k b \cdot c^k b' \dots} \cdot \frac{d^k a \cdot d^k a' \dots}{d^k b \cdot d^k b' \dots} = \frac{c_1^k a_1 \cdot c_1^k a'_1 \dots}{c_1^k b_1 \cdot c_1^k b'_1 \dots} \cdot \frac{d_1^k a_1 \cdot d_1^k a'_1 \dots}{d_1^k b_1 \cdot d_1^k b'_1 \dots}.$$

Et réciproquement, si deux droites coupent trois courbes du faisceau aux points $a, a', \dots; b, b', \dots; d^k, \dots$, et $a_1, a'_1, \dots; b_1, b'_1, \dots; d_1^k, \dots$, et que c^k, c_1^k étant deux points situés sur les deux droites, on ait la relation précédente, c^k et c_1^k seront situés sur une même courbe du faisceau.

Les $3n$ points $a, a', \dots, b, b', \dots, c, \dots$, dont il est question dans le théorème I, sont dits *former une involution de $n^{\text{ième}}$ degré*. Cela posé.

III. Lorsque trois systèmes de points $a, a', \dots, b, b', \dots, c, c', \dots$ forment une involution du $n^{\text{ième}}$ degré, ils satisfont aux $3(n - 1)$

relations

$$\frac{ab.ab' \dots ab^{n-1}}{ac.ac' \dots ac^{n-1}} = \frac{a'b.a'b' \dots a'b^{n-1}}{a'c.a'c' \dots a'c^{n-1}} = \dots,$$

$$\frac{bc.bc' \dots bc^{n-1}}{ba.ba' \dots ba^{n-1}} = \dots,$$

$$\frac{ca.ca' \dots ca^{n-1}}{cb.cb' \dots cb^{n-1}} = \dots$$

Et réciproquement, si l'un quelconque de ces trois systèmes de relations est satisfait, les $3n$ points forment une involution du $n^{\text{ième}}$ degré.

IV. Si sur une ligne droite trois systèmes de points $a, a', \dots, b, b', \dots, c, c', \dots$ forment une involution du $n^{\text{ième}}$ degré, et que l'on détermine sur cette droite trois points A, B, C, tels que l'on ait

$$iA = \frac{1}{n}(ia + ia' + \dots), \quad iB = \dots, \quad iC = \dots,$$

on aura les relations suivantes :

$$\frac{ab.ab' \dots}{ac.ac' \dots} = \frac{AB}{AC}, \quad \frac{a'b.a'b' \dots}{a'c.a'c' \dots} = \frac{AB}{AC}, \dots, \quad \frac{bc.bc' \dots}{ba.ba' \dots} = \frac{BC}{BA}, \dots$$

V. Si, dans deux faisceaux de courbes du $n^{\text{ième}}$ ordre, deux courbes de l'un ont respectivement avec deux courbes de l'autre $2mn$ points communs, situés sur une courbe donnée du $m^{\text{ième}}$ ordre, les courbes correspondantes de ces faisceaux se couperont en des points dont mn seront situés sur cette même courbe du $m^{\text{ième}}$ ordre, et les $n(n - m)$ restants sur une courbe de l'ordre $2n - m$, passant en outre par les points fondamentaux des deux faisceaux ; et quatre courbes d'un faisceau ont le même rapport anharmonique que les quatre courbes correspondantes de l'autre faisceau.

MAC BERLIN. — *Sur les puissances d'une variable complexe.* (22 p.; suéd.)

Deux variables complexes z et ω étant liées par la relation $\omega = z^n$, si l'on fait décrire à z une certaine courbe sur le plan, ω décrira une courbe déterminée. L'auteur étudie ces courbes en supposant successivement l'exposant n réel, imaginaire et complexe.

MAC BERLIN. — *Sur la représentation géométrique des logarithmes et des fonctions trigonométriques les plus simples d'une variable complexe.* (31 p., 1 pl.; suéd.)

Ce Mémoire est une suite du précédent, et l'auteur y étudie les courbes décrites par ω , lorsque cette variable est liée à z par une des relations $\omega = \log z$, $\omega = \sin z$, etc.

MÖLLER (Axel). — *Observations de planètes et de comètes faites à l'Observatoire de Lund en 1868.* (105 p.; suéd.)

ANNALI DELLA R. SCUOLA NORMALE SUPERIORE DI PISA. — Scienze fisiche e matematiche. — Pisa, tipografia Nistri (1).

T. I^{er}, 1871.

PADOVA (E.). — *Sur le mouvement d'un ellipsoïde fluide et homogène.* (88 p.)

Cette théorie contient une exposition, avec des modifications propres à l'auteur, des travaux de Dirichlet, de Dedekind, de Brioschi et de Riemann sur le problème de la détermination de la forme que prend une masse fluide qui, dès le commencement du mouvement, a une forme ellipsoïdale, et dont les éléments agissent les uns sur les autres suivant la loi de Newton, en supposant, bien entendu, qu'aucune force extérieure n'agisse sur les molécules du fluide. Les équations différentielles du problème sont obtenues par la méthode de Jacobi. Parmi les parties de ce travail qui appartiennent en propre à l'auteur, nous signalerons les derniers paragraphes sur les mouvements périodiques, et l'interprétation de quelques passages du Mémoire de Riemann, qui présentaient de sérieuses difficultés.

BERTINI (E.). — *Sur les polyèdres eulériens.* (44 p.)

Détermination d'un polyèdre au moyen de deux aspects semblables; ce qui permet de classer les polyèdres d'une manière beaucoup plus simple que celle qui a été donnée par M. C. Jordan (2).

ASCHIERI (F.). — *Sur un complexe du 2^e degré.* (24 p.)

L'objet de ce travail est l'étude du complexe de droites que l'on obtient en prenant toutes les droites qui rencontrent 4 plans fixes en 4 points ayant un rapport anharmonique constant. Après avoir établi que le complexe ainsi obtenu est du 2^e degré, M. Aschieri

(1) *Annales de l'École Normale supérieure de Pise.* Sciences physiques et mathématiques. Pise, imprimerie de Nistri. Ce Recueil, qui formera chaque année un volume in-8°, en langue italienne, publie les thèses doctorales des anciens élèves.

(2) *Recherches sur les polyèdres.* (*Journal de Crelle*, t. 66, p. 22.)

démontre que les cônes correspondants à un point quelconque de l'espace passent par les 4 points d'intersection des plans, et que, lorsqu'un de ces points s'éloigne à l'infini, ce complexe est formé par les droites qui forment un angle droit avec leurs polaires réciproques par rapport à une certaine surface du 2^e degré (ce que l'on aurait pu déduire immédiatement du théorème précédent). Une propriété remarquable de ce complexe, c'est que l'on peut former avec ces droites une série de systèmes de droites tangentes chacune à une parabole cubique. Après avoir donné quelques théorèmes relatifs au complexe général dans lequel les 4 plans sont à distance finie, l'auteur considère le complexe formé par les droites qui rencontrent 2 surfaces du 2^e degré en 4 points harmoniques, lequel jouit de la propriété remarquable d'être représenté par une équation qui ne contient que les carrés des variables.

D'ARCAIS (Fr.). — *Mouvement sur un ellipsoïde d'un point sollicité par des forces qui ont une certaine fonction potentielle.* (36 p.)

Ce Mémoire est une application de l'inversion des intégrales abéliennes de 1^{re} espèce. M. C. Neumann, dans un Mémoire inséré au *Journal de Crelle* (1), a traité le problème du mouvement d'un point sur une sphère, lorsque les forces agissant sur ce point ont une fonction potentielle de la forme $Mx^2 + Ny^2 + Pz^2$. Il est facile de voir que M. Neumann s'était proposé le problème naturel et simple de déterminer le mouvement d'un point matériel situé sur la surface d'un ellipsoïde et soumis à l'action des forces provenant de l'ellipsoïde même; mais que, ce problème n'étant pas résoluble par quadratures, et n'offrant pas d'ailleurs une application de l'inversion des intégrales abéliennes, il avait dû en modifier l'énoncé de la manière que nous avons indiquée plus haut. M. d'Arcais, en attaquant la même question, s'est trouvé, naturellement, en présence des mêmes difficultés; il n'a pu les éviter qu'en supposant une relation entre les coefficients de la fonction potentielle; et c'est là, il faut en convenir, une heureuse inspiration; car le problème de M. Neumann n'a rien qui puisse lui correspondre, même dans les hautes abstractions de la Mécanique analytique; en effet, il serait singulier qu'un point dût se mouvoir sur une surface sous

(1) *De problemate quodam mechanico, quod ad primam integralium ultraellipticarum classem revocatur.* (*Journal de Crelle*, t. 56.)

l'action de forces provenant d'un autre corps. L'hypothèse de M. d'Arcais, au contraire, ne fait qu'assujettir à une condition les axes de l'ellipsoïde. Malheureusement, le succès n'a pas couronné cette ingénieuse idée; car, en étudiant à fond cette condition entre les axes, on voit qu'elle n'est autre chose que la condition pour que l'ellipsoïde soit de révolution, et dans ce cas le problème se résout en faisant usage seulement des fonctions elliptiques. En voulant donc conserver à cette étude son caractère principal, M. d'Arcais a dû supposer que la fonction potentielle provient de l'action d'un autre ellipsoïde, ce qui conduit de nouveau aux hypothèses abstraites de M. Neumann. La difficulté capitale étant écartée, M. d'Arcais procède alors par une voie simple et facile, tout à fait semblable à celle qu'a suivie M. Weierstrass dans son Mémoire sur les géodésiques de l'ellipsoïde (¹).

ROTTI (A.). — *Sur le mouvement des liquides.* (48 p. ; 3 pl.)

L'auteur traite le problème du mouvement d'un liquide dans un tube cylindrique, en tenant compte seulement de la pesanteur, de la viscosité interne du liquide et du frottement contre les parois du tube. La théorie mathématique est suivie du détail des expériences exécutées pour vérifier les résultats du calcul. E. P.