Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 2 (1871), p. 33-39

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1871__2__33_0>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

JOURNAL DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES, publié par M. LIOUVILLE. 2^e^ série, T. XV; 1870 [1].

DE LA GOURNERIE. — *Note sur les singularités élevées des courbes planes.* (6 p.)

Cet article est la suite d'une Note publiée dans le tome précédent. M. de la Gournerie complète l'exposition du mode de discussion qu'il a proposé pour les singularités, et il en fait l'application à des courbes des ordres 30 et 32.

PUISEUX (V.). — *Mémoire sur l'accélération séculaire du mouvement de la Lune* [2]. (98 p.)

MATHIEU (E.). — *Sur la généralisation du premier et du second potentiel.* (26 p.)

Dans un Mémoire inséré dans le tome précédent [3], M. Mathieu avait donné d'importants théorèmes sur l'équation $\Delta\Delta u = 0$, où le signe Δu représente

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d^2u}{dz^2},$$

et il avait été amené à considérer deux potentiels définis par les formules

$$v = \int\int\int \frac{\varphi(a, b, c)}{r}\, da\, db\, dc, \quad w = \int\int\int r\varphi(a, b, c)\, da\, db\, dc,$$

où les intégrales s'étendent à tous les éléments d'un volume Π et où r indique la distance à un point (x, y, z).

D'après les conseils de M. de Saint-Venant, l'auteur généralise sa théorie, en considérant, au lieu des distances à un point, des fonctions de la forme

$$\sqrt{\frac{(x-a)^2}{A} + \frac{(y-b)^2}{B} + \frac{(z-c)^2}{C}},$$

(1) Voir *Bulletin*, t. I, p. 91.
(2) Voir *Bulletin*, t. I, p. 30.
(3) Voir *Bulletin*, t. I, p. 97.

qu'on substitue à r. Alors le second potentiel satisfait à une équation linéaire aux dérivées partielles du quatrième ordre, qui se rencontre dans les études de M. de Saint-Venant sur l'équilibre d'élasticité des corps.

LIOUVILLE (J.). — *Extrait d'une Lettre adressée à M. V.-A. Le Besgue.* (4 p.)

Dans cette Lettre, M. Liouville communique un théorème important dont voici l'énoncé :

« Soit m un nombre entier de la forme $4l+1$. Posons d'abord, de toutes les manières possibles,

$$m = i^2 + \varpi^2 + 16s^2,$$

i désignant un entier impair et positif, ϖ un entier pair et positif. Puis cherchons la somme

$$\text{(A)} \qquad \Sigma(-1)^{s+\frac{i^2-1}{8}} \mathcal{F}(\varpi),$$

relative à tous les systèmes de valeurs (i, ϖ, s) pour lesquelles notre équation a lieu; $\mathcal{F}$ indique ici une fonction algébrique ou numérique quelconque.

» D'un autre côté, faisons aussi, de toutes les manières possibles,

$$m = i_1^2 + \varpi_1^2 + 8s_1^2,$$

i_1 désignant un entier impair et positif, ϖ_1 un entier pair, positif, nul ou négatif, enfin s_1 un entier indifféremment pair ou impair, positif, nul ou négatif. Puis cherchons, pour tous les systèmes (i_1, ϖ_1, s_1), la somme

$$\text{(B)} \qquad \Sigma(-1)^{s_1} \mathcal{F}(\varpi_1),$$

où la fonction $\mathcal{F}$ est la même que ci-dessus.

» Les deux sommes (A) et (B) sont toujours égales entre elles. »

LUCAS. (F.). — *Étude sur la mécanique des atomes.* (56 p.)

Dans ces recherches, qui ont un très-grand degré de généralité, M. Lucas considère des systèmes formés de corps absolument quelconques auxquels il assigne respectivement les indices 1, 2,..., N. Ces corps sont disposés d'une manière quelconque dans l'espace; on suppose seulement que leurs dimensions soient négligeables devant les distances qui les séparent. Ces corps sont des centres d'attraction s'attirant ou se repoussant suivant des lois déterminées.

Le Mémoire se divise en plusieurs parties.

I. *Définition d'un système atomique.* — Données analytiques. — Notations. — Action totale en un point. — Effort total. — Effort de déplacement. — Effort de déformation. — Déplacement auxiliaire. — Relations entre les efforts. — Formules au potentiel.

II. *Statique atomique.* — Objet de ce paragraphe. — Équations fondamentales. — Équations inverses. — Ellipsoïde. — Axes principaux des coordonnées. — Divers modes d'équilibre. — Paramètres physiques. — Constitution des corps. — Phénomènes calorifiques. — Mouvements infinitésimaux.

III. *Les paramètres physiques.* — Mouvement rapporté à des axes quelconques. — Intégration. — Équation intégrante. — Détermination des paramètres physiques. — Formules. — Application. — Action pouvant donner lieu à des changements d'état physique.

IV. *Efforts engendrés par une déformation infinitésimale.* — Rappel de formules. — Nouvelles notations. — Système d'équations linéaires. — Propriété du déterminant. — Forme symétrique. — Équations différentielles. — Intégration générale. — Réalité des racines S.

V. *Les paramètres dynamiques.* — Nullité de trois racines S. — Intégration correspondante. — Interprétation cinématique. — Équation simplifiée. — Cas particulier. — Formule d'analyse. — Considérations générales. — Vibrations calorifiques.

VI. *Détermination des paramètres dynamiques au moyen des potentiels.* — Équations aux potentiels. — Équivalence analytique. — Déterminant fonctionnel. — Forme hessienne de ce déterminant. — Équation intégrante. — Forme hessienne de cette équation. — Résumé.

LAGUERRE. — *Sur un problème de Géométrie relatif aux courbes gauches du quatrième ordre.* (20 p.)

On doit à M. Chasles le théorème suivant : Étant données dans l'espace une surface du second ordre et deux droites fixes, si une droite mobile est assujettie à rencontrer les deux droites fixes en s'appuyant sur la surface, la courbe de contact des droites mobiles est une courbe du quatrième ordre, de l'espèce de celles par lesquelles on peut faire passer une infinité de surfaces du second ordre.

L'auteur se propose, étant donnée une courbe du quatrième ordre, de reconnaître si elle peut toujours être engendrée de la manière indiquée par M. Chasles et de déterminer tous les systèmes de surfaces associés à deux droites qui donnent la solution de la question.

M. Laguerre résout complétement cette question et obtient ce résultat remarquable qu'il faut choisir la surface du second degré parmi six surfaces déterminées. La surface étant choisie, on peut déterminer d'une infinité de façons les droites fixes.

La courbe gauche du quatrième ordre ne dépendant que de seize constantes, et le mode de génération indiqué par M. Chasles en comportant dix-sept, il était facile de prévoir, qu'à moins de circonstances extraordinaires, on pouvait réaliser ce mode de génération d'une infinité de manières. Le résultat trouvé par M. Laguerre est donc très-remarquable, parce qu'il montre que les surfaces qui permettent de réaliser le procédé de génération des courbes du quatrième ordre, indiqué par M. Chasles, sont en nombre limité, l'indétermination ne portant que sur les droites qu'il faut associer à chaque surface.

Nous citerons encore le théorème suivant que M. Laguerre rencontre dans ses études : « Si l'on considère une courbe du troisième ordre, dans le plan, et des droites qui la coupent en trois points A, B, C, on peut trouver des courbes algébriques qui touchent ces droites au point A', conjugué harmonique de A par rapport au segment BC. » La solution de ce problème s'obtient par la considération des surfaces réglées nommées *quadricuspidales* et étudiées par M. de la Gournerie.

P. Pépin. — *Sur la décomposition d'un nombre entier en une somme de deux cubes rationnels.* (20 p.)

Étant donnée l'équation

$$x^3 + y^3 = A z^3$$

à résoudre en nombres entiers, le P. Pépin se propose de trouver les formes générales des valeurs de A qui rendent cette équation impossible. Citons les théorèmes suivants :

Désignons par p et q deux nombres premiers des formes $18m + 5$, $18m + 11$; il est impossible de décomposer en deux cubes rationnels aucun des nombres compris dans les formules suivantes

$$p^m,\quad q^m,\quad 2p^{2m+1},\quad 4p^{3m+2},\quad 4q^{3m+1},$$

$$9p^{2m+1},\quad 9q^{3m+1},\quad 9p^{3m+2}.\quad 5p^{3m+2},\quad 5q^{3m+1},\quad 25p^{m+1},\quad 25q^{3m+2},$$

dans lesquelles m désigne un entier quelconque, nul ou positif.

Le double d'un nombre triangulaire est toujours la somme de deux cubes rationnels.

Si la somme ou la différence de deux cubes est un cube, leur produit est la somme algébrique de deux cubes rationnels.

De Saint-Venant. — *Rapport fait à l'Académie des Sciences sur un Mémoire de M. Maurice Levy, présenté le* 3 *juin* 1867, *reproduit le* 21 *juin* 1869 *et intitulé :* Essai sur une théorie rationnelle de l'équilibre des terres fraîchement remuées et ses applications au calcul de la stabilité des murs de soutènement; par MM. Combes, Serret, Bonnet, Philipps, de Saint-Venant rapporteur. (4 p.)

Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXX, séance du 7 février 1870.

De Saint-Venant. — *Sur une détermination rationnelle par approximation de la poussée des terres dépourvues de cohésion contre un mur ayant une inclinaison quelconque.* (14 p.)

De la Gournerie. — *Note sur les quadricuspidales.* (3 p.)

M. de la Gournerie donne un mode nouveau et très-intéressant de génération de ces surfaces. Si l'on fait passer un hyperboloïde par une courbe gauche du quatrième ordre, d'un point A de cette courbe partiront deux génératrices de l'hyperboloïde allant rencontrer la courbe en deux nouveaux points B, C; la droite BC engendre une quadricuspidale.

Boussinesq (J.). — *Intégration de l'équation différentielle qui peut donner une deuxième approximation, dans le calcul rationnel de la poussée exercée contre un mur par des terres dépourvues de cohésion.* (4 p.)

De Saint-Venant. — *Recherche d'une deuxième approximation dans le calcul de la poussée exercée contre un mur dont la face postérieure a une inclinaison quelconque, par des terres non cohérentes dont la surface supérieure s'élève en un talus plan quelconque à partir du haut de cette face du mur.* (10 p.)

Brisse (Ch.). — *Mémoire sur le déplacement des figures.* (34 p.)

On sait que M. Chasles a publié, en 1843 [1], un Mémoire sur le

[1] Propriétés géométriques relatives au mouvement infiniment petit d'un corps solide libre dans l'espace. (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t XVI.)

déplacement des figures, où se trouvent énoncés des théorèmes importants et très-nombreux sur le déplacement infiniment petit d'un corps solide libre. Ce Mémoire avait été précédé d'une Note insérée au *Bulletin de Férussac*, en 1831 [1]. M. Brisse s'est proposé de démontrer les théorèmes énoncés par M. Chasles, mais en commençant par les établir pour un déplacement fini. Ce résultat nous paraît avoir été atteint de la manière la plus satisfaisante. Les théorèmes de M. Chasles sont démontrés dans les différentes parties du Mémoire avec une grande simplicité. Le Mémoire se divise en plusieurs parties.

Propriétés relatives au mouvement hélicoïdal. — Foyers des plans. — Caractéristiques. — Propriétés relatives à deux droites conjuguées. — Relations métriques relatives au mouvement infiniment petit d'un corps. — Construction de l'axe de rotation quand on connaît les directions des trajectoires de trois points du corps. — Propriétés de l'hyperboloïde à une nappe. — Analogies entre les rotations d'un corps autour de divers axes et les systèmes de forces. — Sur le principe des vitesses virtuelles. — Diverses autres équations analogues exprimant les conditions d'équilibre, soit d'un système de forces, soit d'un système de rotations.

VILLARCEAU (Yvon). — *Étude sur le mouvement des meules horizontales de moulins à blé, et méthodes pour les équilibrer.* (60 p.)

« On sait qu'une meule ayant été préalablement équilibrée *au repos*, c'est-à-dire de manière qu'en cet état sa face inférieure, qui est plane, soit horizontale, cette face prend ordinairement une inclinaison plus ou moins prononcée dès qu'on fait tourner la meule autour de la verticale qui passe par le point de suspension. Ce résultat, nuisible à la bonne fabrication de la farine, est dû tant aux irrégularités de figure de la meule qu'au défaut d'homogénéité des matériaux dont elle formée; mais on peut obvier à ces inconvénients en déplaçant convenablement certaines masses mobiles dans le sens perpendiculaire au plan de la face inférieure, qu'on appelle *masses réglantes*. La condition à remplir, et d'ailleurs bien connue, consiste à faire que la droite passant par le centre de gravité et le point de

---

(1) Notes sur les propriétés générales de deux corps semblables entre eux et placés d'une manière quelconque dans l'espace, et sur le déplacement fini ou infiniment petit d'un corps solide libre. (*Bulletin de Férussac*, t. XIV.)

suspension soit un axe principal d'inertie pour ce dernier point. On ne peut songer à y satisfaire en ayant recours aux formules qui concernent les moments d'inertie; les mêmes causes qui produisent l'inclinaison de la meule pendant son mouvement s'opposent à l'emploi de ces formules, et l'on est conduit à rechercher, dans les mouvements observés, la mesure des causes d'irrégularité qu'il s'agit de faire disparaître.

» Il m'a semblé « dit M. Villarceau » qu'une étude analytique du mouvement des meules horizontales devait conduire à la solution la plus complète du problème, et indiquer le genre et le mode des observations à effectuer, ainsi que les changements à faire subir aux positions des masses réglantes. D'ailleurs une pareille étude ajoute aux applications, encore peu nombreuses, de la théorie du mouvement de rotation d'un corps solide autour d'un point fixe, applications qui se réduisent à la toupie, au gyroscope et aux projectiles; trop longtemps on s'est borné à celles que nous offre la Mécanique céleste. »

Nous ne pouvons guère entrer dans les détails de la solution du problème important que s'est proposé M. Villarceau. Ce problème de rotation se distingue d'une manière remarquable de ceux que l'on traite habituellement. Comme on ne peut prendre pour axes coordonnés les axes principaux du corps, on ne peut employer les formules d'Euler; il faut avoir recours aux formules générales données par Lagrange. En se bornant à une approximation du deuxième ordre, les équations différentielles s'intègrent par le seul emploi des fonctions circulaires.

Table des matières contenues dans les quinze premiers volumes. (16 p.)

Table des matières par noms d'auteur. (14 p.)