BULLETIN DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 2 (1871), p. 321-341

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1871__2__321_0>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

VIERTELJAHRSSCHRIFT DER ASTRONOMISCHEN GESELLSCHAFT (¹).

5ᵉ année, IIᵉ cahier, avril 1870.

BRUHNS. — *Zusammenstellung der Planeten und Cometen. Entdckungen im Jahre* 1869.

Dans l'année 1869, deux planètes ont été découvertes, (108) Hecuba, par Luther, à Bilk, et (109) Félicité, par C. Peters, à Clinton.

Trois comètes ont été visibles durant cette même année; la première est la comète périodique de Winnecke, qui a passé à son périhélie seulement quatre jours avant l'époque calculée, résultat très-satisfaisant, attendu que l'orbite résultait de trois mois et demi d'observations faites à onze années d'intervalle.

M. Oppolzer a calculé les éléments de cette comète pour cette dernière réapparition; M. Wolf, à Paris, a examiné le spectre de la comète.

ARGELANDER. — *Beobachtungen und Rechnungen über veränderliche Sterne.*

On présentera l'analyse de ce travail en même temps que celle d'un autre du même auteur, dans un prochain numéro du *Bulletin.*

GYLDÉN (H.). — *Untersuchungen über die Constitution der Atmosphäre, und die Strahlenbrechung. — Erste Abhandlung.* — Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg, 7ᵉ série, t. X.

Ce Mémoire a été analysé dans le *Recueil de la Société astronomique* en 1867; l'importance du travail nous a engagé à lire les deux Mémoires de l'auteur sur le même sujet, et à en rendre compte directement.

La température et, par suite, la densité de l'air en un point quelconque de l'atmosphère sont des fonctions de la hauteur du point considéré et du temps; si l'on connaissait la première de ces fonctions, on en déduirait la seconde, et en la portant dans la formule

(¹) Voir *Bulletin*, t. II. p. 289.

connue de la réfraction astronomique, on n'aurait plus à effectuer qu'un travail analytique.

La forme exacte de cette fonction étant inconnue, on est réduit à construire une formule empirique vérifiant les observations connues. Les considérations suivantes facilitent cette recherche.

Bien qu'il soit difficile de trouver la loi exacte de la diminution de la température pour les hauteurs qui nous sont accessibles, en raison des nombreuses causes perturbatrices, deux points sont néanmoins hors de doute : à la surface de la Terre, dans les zones tempérées, il faut s'élever d'environ 110 à 120 toises pour que la température s'abaisse d'un degré R. ; en second lieu, cette diminution de la température se ralentit à mesure qu'on s'élève. On est donc conduit à la formule

$$\frac{1+mt}{1+mt_0} = 1 - \beta s + \gamma s^2 - \ldots,$$

dans laquelle m est le coefficient de dilatation de l'air, t la température à la hauteur h, t_0 la température à la surface, $r = a + h$, a étant le rayon de la terre, $s = \frac{h}{r}$; β, γ,..., sont des quantités indépendantes de s.

Il pourra se faire que, pour des valeurs assez grandes de s, le second membre de la formule précédente cesse de décroître, sans qu'il en résulte aucun inconvénient, pourvu que la hauteur correspondante soit plus grande que la limite supérieure reconnue à l'atmosphère, et que la densité de l'air déduite de la formule pour cette hauteur soit extrêmement petite.

M. Gyldén n'a égard qu'aux variations périodiques de la température, celles dont la période est un an ou un jour ; il considère β, γ,... comme des fonctions du temps, pour représenter la période annuelle, et tient compte des variations diurnes en ajoutant à la formule un terme qui s'annule à une petite hauteur, le terme $\varepsilon e^{-\varkappa s}$, où $\varkappa$ est une constante. Il fait donc

$$(1) \qquad \frac{1+mt}{1+mt_0} = 1 - \beta s + \gamma s^2 + \ldots + \varepsilon(e^{-\varkappa s} - 1).$$

Ces variations de la température modifieront la réfraction moyenne, qui aura une période annuelle et une diurne ; c'est ainsi qu'on peut s'expliquer les discordances trouvées par Argelander entre les réfractions déduites des observations du Soleil et celles que l'on conclut des observations de nuit.

Pour déterminer les constantes contenues dans la formule (1), on compare les observations de la moyenne des températures de chaque jour, faites en deux lieux dont les hauteurs au-dessus du niveau de la mer sont très-différentes : on voit que le terme en ε disparaît de ces moyennes; l'auteur a eu recours à cinq groupes d'expériences, parmi lesquelles nous citerons les observations faites sous la direction de Plantamour, à Genève, et sur le grand Saint-Bernard. Désignons par β_0 la partie moyenne de β, il trouve

$$\beta_0 = 124,2 + 2,325 \frac{\gamma}{5000},$$

et, pour déterminer γ, il a recours aux observations faites par des aéronautes, et notamment par Gay-Lussac. Les valeurs obtenues pour γ varient de 1580 à 4040; M. Gyldén adopte $\gamma = \frac{1}{4}\beta_0^2 = 3969$, ce qui n'est pas en contradiction avec les observations et lui permet de faire simplement

$$\text{(2)} \qquad X = \frac{1 + mt}{1 + mt_0} = \left(1 - \frac{1}{2}\beta s\right)^2.$$

Si l'on compare entre elles les valeurs de β tirées des observations de Plantamour, et aux diverses époques de l'année, on trouve la formule

$$\text{(3)} \qquad \beta = 123,4 - 17,0\cos\varphi + 4,2\sin\varphi - 2,2\cos 2\varphi - 3,9\sin 2\varphi,$$

qui représente la période annuelle; φ est le temps converti en degrés, à raison de 30 degrés par mois. Quant à la quantité $\varkappa$, qui est à peu près indépendante de la période diurne, on lui trouve des valeurs très-différentes, suivant qu'on l'emprunte à tel système d'observations ou à tel autre; toutefois ces valeurs sont très-grandes, et elles le sont encore par rapport à $\frac{\beta}{2}$, de telle sorte qu'il est ainsi démontré que les oscillations diurnes de la température ne s'étendent qu'aux premières couches de l'atmosphère. L'auteur n'en tient pas compte dans l'expression de la réfraction; pour ce qui concerne la période annuelle, il donne à la fin de son Mémoire la variation de la réfraction qui correspond à une variation $\delta\beta$ de β, de sorte que, dans chaque cas particulier, si l'on a calculé une formule analogue à la formule (3), on pourra se représenter nettement la variation de la réfraction due à la variation annuelle de la température.

La formule (2) donne une valeur de t qui cesse de décroître quand s attend la valeur $\omega = \frac{2}{\beta}$, qui répond à une hauteur d'environ 14 milles géographiques, par conséquent plus grande que la limite supérieure de l'atmosphère, qui est seulement de 9 milles; c'était là une condition qui devait être remplie.

Partant de la formule (2), M. Gyldén calcule aisément la densité ρ de l'air en fonction de s, et il vérifie que, pour $s = \omega$, la valeur assignée à ρ par la formule est extrêmement petite.

Il établit ensuite de la manière ordinaire la formule

$$d.\delta z = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{\sin z\, dw}{\sqrt{\cos^2 z - 2\alpha(1-w) + 2s\sin^2 z}},$$

où

$$w = \frac{\rho}{\rho_0},$$

et, d'après sa théorie,

$$w = \left(\frac{\omega}{\omega - s}\right)^2 e^{-g\left(\frac{\omega}{\omega-s}-1\right)}.$$

En dernière analyse, il exprime δz de la manière suivante :

$$\delta z = \sqrt{c}\,(A_0 + A_1 c + A_2 c^2 + \ldots),$$

avec

$$c = \operatorname{tang}^2 \frac{\zeta}{2}, \quad \operatorname{tang} \zeta = \sqrt{2\omega}\, \operatorname{tang} z.$$

Les coefficients A sont des fonctions assez compliquées des transcendantes

$$\Omega(\lambda, \eta) = \int_0^\infty (1+y)^\lambda e^{-\eta y}\, dy,$$

qui se calculent aisément quand λ est positif, et qui, dans le cas de λ négatif, se ramènent à une fonction connue, le logarithme intégral, par les formules

$$(\lambda - 1)\Omega(-\lambda, \eta) = 1 - \eta\,\Omega(-\lambda + 1, \eta),$$
$$\Omega(-1, \eta) = -e^\eta \operatorname{li}(e^{-\eta}).$$

Au surplus, on trouve dans le Mémoire plusieurs formes de développement de ces transcendantes ([1]).

M. Gyldén termine en donnant l'expression numérique de δz en fonction de c, et des variations de δz répondant aux variations des constantes qui y sont contenues.

GYLDÉN (H.). — *Untersuchungen über die Constitution der Atmosphäre und die Strahlenbrechung. — Zweite Abhandlung.* — Mémoires de l'Académie impériale de Saint-Pétersbourg, 7e série, t. XII ([2]).

Le premier Mémoire avait pour but de trouver l'influence de variations périodiques de la température sur la réfraction astronomique; dans ce second Mémoire, l'auteur tient compte de variations quelconques de la température, périodiques ou non.

L'expression de la température, à différentes hauteurs de l'atmosphère, se compose évidemment d'une série de fonctions dont le nombre est indéterminé, et qui, outre la variable indépendante s, comprennent un certain nombre de paramètres qu'on empruntera aux observations. En l'absence d'une loi rigoureuse, le choix de ces fonctions reste assez arbitraire; il doit être fait de façon à vérifier les observations connues, et à apporter dans le calcul autant de simplicité et de convergence que possible.

L'auteur pose toujours

$$\frac{1+mt}{1+mt_0} = 1 - \beta_1 s + \beta_2 s^2 - \ldots, \tag{1}$$

et représente ainsi seulement la variation moyenne de la température avec la hauteur, de telle sorte que $\beta_1, \beta_2, \ldots$ sont des constantes; si l'on borne le second membre à ses deux premiers termes $1 - \beta_1 s$, on représente, à très-peu près, les observations, ce qui montre qu'il suffira très-certainement d'avoir recours au troisième terme; si l'on voulait représenter toutes les variations de t avec le temps, en suppo-

([1]) Pour la réfraction horizontale, on est conduit à la transcendante

$$\int_0^\infty (1-e^{-gy})^\nu e^{-\mu g y} y^{i-\frac{1}{2}}\, dy,$$

étudiée par Laplace et Cauchy.

([2]) Nous avons reçu sur le même sujet un second article très-remarquable et que nous publierons également.

sant β_1, β_2,... des fonctions du temps, on serait forcé d'aller beaucoup plus avant dans la série.

On a reconnu que les inégalités de la température dont la période est un an ou un jour se laissent très-bien représenter par l'expression

$$\sum_i k_i e^{-\varkappa_i s} \cos(A_i + a_i s + i\theta),$$

où i est un indice entier, θ le temps, k_i, $\varkappa_i$, A_i et a_i des constantes. Comme la température à la surface de la terre sera représentée par

$$\sum_i k_i \cos(A_i + i\theta),$$

on voit que les constantes k_i et A_i seront faciles à déterminer; il n'en est pas de même des autres. Les constantes a_i sont jusqu'ici presque complétement inconnues; on sait toutefois qu'elles oscillent entre des limites qui ne sont pas trop éloignées. Si l'on développe les cosinus de l'expression précédente suivant les puissances de s, elle prendra la forme

$$\Sigma\Sigma \eta_{i,j} s^j e^{-\varkappa_i s},$$

dans laquelle les indices i et j sont des nombres entiers, et $\eta_{i,j}$ des coefficients fonctions du temps. C'est là la forme à laquelle l'auteur s'arrête; elle a l'avantage de pouvoir représenter aussi des variations de température non périodiques. Le problème se présente dès lors comme il suit :

La réfraction étant calculée en partant de la formule (1), on suppose que la température t éprouve la perturbation

$$\eta s^n e^{-\varkappa_n s}.$$

On demande de trouver les inégalités correspondantes de la densité de l'air et de la réfraction.

Dans ce calcul, on pourra évidemment négliger le carré des inégalités.

Soit

$$\chi_0 = 1 - \beta_1 s + \beta_2 s^2 + \ldots, \quad \chi_i = \varepsilon_i s^n e^{-\varkappa s},$$

$$\chi = \frac{1 + mt}{1 + mt_0} = \chi_0 + \chi_1 + \chi_2 + \ldots;$$

on trouve

$$\varpi = \frac{\rho}{\rho_0} = \varpi_0 + \varpi_1 + \varpi_2 + \ldots;$$

$$\varpi_0 = e^{-\int_0^s \left(\frac{a}{l} + \frac{d\chi_0}{ds}\right)\frac{ds}{d\chi}}, \quad \varpi_1 = \varepsilon_1 \varpi_0 \frac{\varkappa + \frac{a}{l}}{\varkappa}(1 - e^{-\varkappa s}) - \varepsilon_1 \varpi_0 \frac{a}{l} s,$$

l ayant la signification de la *Mécanique céleste*.

Ces formules donnent donc les inégalités de ρ, qui répondent à celles de t. Il convient de remarquer que les inégalités de ρ, dues à la présence de la vapeur d'eau, sont de la même forme; on le voit aisément, en partant de la relation

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{1 + mt}{1 + mt_0} \frac{1 - \frac{3}{8}\frac{\pi_0}{p_0}}{1 - \frac{3}{8}\frac{\pi}{p}},$$

dans laquelle π et π_0 désignent les tensions de la vapeur d'eau, et en s'appuyant sur la loi de Magnus, qui donne π en fonction de t et de l'état hygrométrique φ, savoir

$$\pi = \varphi e^{\frac{kt}{l + t}},$$

ce qui peut se réduire à

$$\pi = \pi_0 \frac{\varphi}{\varphi_0} e^{-\vartheta s}.$$

Si donc on connaît un certain nombre de valeurs de φ répondant à un même nombre de valeurs de s, on pourra développer φ, et, par suite, $\pi^{d\varphi}$ en une série de la forme $\Sigma \eta s^n e^{-\varkappa s}$; l'auteur a tenté un essai numérique sur ce sujet, en s'appuyant sur les mesures effectuées par Glaisher dans un voyage aérien.

Il ne reste donc qu'à trouver les inégalités de la réfraction; elles se ramènent à des intégrales telles que

$$\int_0^\omega \frac{s^n e^{-\varkappa s}\, ds}{\sqrt{\cos^2 z + 2s \sin^2 z}},$$

lesquelles s'expriment elles-mêmes à l'aide des fonctions

$$V_k^i = \frac{1}{\Gamma(k+1)} \int_0^1 x^i \frac{d^k[x(1-x)]^k}{dx^k} e^{-\eta x}\, dx.$$

La relation

$$V_k^i = (-1)_i \frac{d^i V_k^0}{dx^i}$$

ramène la recherche des fonctions V_k^i à celle des fonctions V_k^0; soit posé

$$V_k^0 = \frac{\eta^k}{(k+1)(k+2)\ldots(2k+1)}\psi_k.$$

M. Gyldén donne un développement simple de $e^{\frac{1}{2}\eta}\psi_k$ suivant les puissances de η, et une expression de $\frac{\psi_k}{\psi_{k+1}}$ en fraction continue ; en opérant d'une autre manière, il arrive à remplacer les fonctions V par les intégrales connues $\int_T^\infty e^{-t^2}dt$. Comme dans le premier Mémoire, il donne le développement numérique de la réfraction suivant les puissances impaires de $\sqrt{c}$, et aussi de ses dérivées par rapport aux constantes qu'elle contient; il démontre enfin ce théorème important, que les coefficients de $c^{\frac{1}{2}}$ et $c^{\frac{3}{2}}$ sont indépendants de la loi de variation de la température; l'influence de la vapeur d'eau ne se fait sentir que sur le coefficient de $c^{\frac{3}{2}}$ et les suivants.

Réfraction terrestre. — L'intégration de l'équation différentielle de la réfraction entre deux points de la courbe lumineuse conduit à la connaissance de l'angle compris entre les tangentes à la courbe en ces deux points; mais c'est seulement dans des cas particuliers que cet angle est dans un rapport simple avec la différence entre la direction vraie et la direction apparente d'un objet; ainsi, dans le cas des astres, le premier des angles est égal au second; il en est le double dans le cas où l'observateur et l'objet sont situés dans un même plan horizontal. Dans les autres cas de la réfraction terrestre, il faut revenir à l'équation différentielle de la trajectoire; en l'intégrant, on aura la quantité s en fonction de l'angle géodésique v formé par les rayons vecteurs menés du centre de la terre aux deux stations, et l'on en déduira aisément l'expression de la réfraction

$$R = Av + Bv^2 + Cv^3 + \ldots,$$

dans laquelle les coefficients sont des fonctions faciles à calculer de la distance zénithale apparente z. M. Lindhagen a traité ainsi la question d'une façon très-complète; M. Gyldén suit la même voie, et tient compte des inégalités de la température, comme dans le cas des réfractions astronomiques.

PIHL (O.-A.-L.). — *Micrometric Examination of Stellar Cluster in Perseus.* — Christiania, in-4°.

M. Pihl, avec de faibles instruments, a abordé la détermination précise des étoiles d'une partie du grand amas de Persée, ce qu'on n'avait fait jusqu'ici qu'avec de puissantes lunettes ou de forts héliomètres; il a effectué son travail entre les années 1862 et 1866. L'instrument dont il s'est servi est une lunette de 3 pouces $\frac{1}{4}$ d'ouverture, montée parallactiquement, et munie d'un micromètre circulaire et d'un micromètre de Boguslawski; les grossissements employés sont de 40 et 120 fois. Ses deux repères principaux étaient deux étoiles de 8e grandeur, situées, l'une au nord, l'autre au sud du groupe; quand il avait recours au plus fort grossissement, il était obligé d'employer encore un certain nombre d'étoiles de comparaison dont les positions avaient été bien déterminées. L'erreur probable des positions relatives est de $0'',31$ pour une différence d'ascension droite, et de $0'',29$ pour une différence de déclinaison. Il est toutefois à craindre que le travail ne reste affecté d'erreurs systématiques, provenant d'une incertitude dans les positions des deux principales étoiles de comparaison qui constituent la base de M. Pihl. M. Bruhns exprime le désir de voir déterminer à nouveau cette base avec précision, à l'aide d'un bon héliomètre, de manière qu'aucune incertitude ne plane sur le beau travail de M. Pihl. Ce travail est accompagné d'une carte représentant, en dehors des 85 étoiles cataloguées, 117 autres étoiles que l'observateur a pu apercevoir dans sa lunette, dans les circonstances les plus favorables.

VALENTINER. — *Determinatio orbitæ cometæ V anni* 1863. — Berlin, 1863.

Les éléments de cette comète, découverte par quatre observateurs différents, du 28 décembre 1863 au 9 janvier 1864, présentèrent aux premiers calculateurs une ressemblance assez grande avec ceux des comètes de 1810 et de 1490, et on émit l'hypothèse d'une révolution de 53 années. Un essai tenté par M. Weiss, pour représenter les observations dans cette hypothèse, en montra l'invraisemblance; le travail entrepris par M. Valentiner sur toute l'apparition range définitivement la comète dans la catégorie des comètes paraboliques.

Les observations s'étendent à une durée de deux mois; on a recueilli, pendant cet intervalle, 169 positions de dix-neuf observatoires. M. Valentiner a calculé d'abord une orbite parabolique avec trois observations, et s'en est servi pour construire une éphéméride de six heures en six heures, à cause du fort mouvement de la comète (jusqu'à 8 degrés par jour), et il a comparé les observations à l'éphéméride. Après avoir formé 9 lieux normaux, il a obtenu des éléments qui représentent très-bien ces positions normales; $d\alpha \cos\delta$ est inférieur à $0'',8$, et $d\delta$ à $3'',3$. Ces erreurs ont été utilisées pour trouver les corrections des éléments en fonction de $\varepsilon = 1 - e$, et avec les éléments corrigés, on a calculé les résidus en ascension droite et en fonction de ε; il arrive que ces résidus seraient inacceptables si l'on donnait seulement à ε la valeur $0,0001$, ce qui conduirait pourtant déjà à une révolution de 60 000 ans. La comète est donc bien parabolique. F. T.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES (1).

T. LXXIII.

N° 1. Séance du 3 juillet 1871.

LATERRADE. — *Sur la théorie des deux Soleils.*

BOUSSINESQ (J.). — *Sur le mouvement permanent varié de l'eau dans les tuyaux de conduite et dans les canaux découverts.*

N° 2. Séance du 10 juillet 1871.

SAINT-VENANT (DE). — *Rapport sur le Mémoire de* M. MAURICE LEVY, *relatif aux équations générales des mouvements intérieurs des corps solides ductiles, au delà des limites où l'élasticité pourrait les ramener à leur premier état.*

---

(1) Voir *Bulletin*, t. I, p. 29.

Voici la conclusion du Rapport de M. de Saint-Venant :

« ... On peut dire que la branche nouvelle de mécanique pour laquelle l'un de nous a hasardé, sans le préconiser comme le meilleur, le terme d'*hydrostéréodynamique*, a été menée à un état plus avancé par le Mémoire de M. Levy, dans lequel, pour le cas le plus général et aussi pour le cas important de symétrie semi-solaire, se trouve posé nettement et complétement en équation son problème, qui ne l'avait encore été que dans le cas fort restreint du mouvement par plans parallèles.

» Nous proposons donc à l'Académie d'approuver ce Mémoire, et d'en ordonner l'insertion au *Recueil des Savants étrangers.* »

L'Académie adopte les conclusions de ce Rapport.

Partiot. — *Mémoire sur les marées fluviales.*

M. Partiot cherche à expliquer et à relier ensemble, par une théorie, les faits nombreux qu'il a observés, dans la vue surtout d'arriver à prévoir quelle influence les recreusements opérés dans le lit des fleuves pourront avoir sur la hauteur des marées remontant leur cours, et d'augmenter ainsi, par ces travaux, dans l'exécution desquels on aura pris pour auxiliaire la puissante action du jusant ou reflux, le tirant d'eau des bâtiments destinés à aborder à des ports continentaux, tels que Rouen, Bordeaux, Nantes.

Boussinesq (J.) — *Sur le mouvement permanent varié de l'eau dans les tuyaux de conduite et dans les canaux découverts.*

Suite du Mémoire présenté dans la séance du 3 juillet.

Chapelas. — *Mémoire sur la direction des étoiles filantes.*

M. Chasles fait hommage à l'Académie, de la part de M. le Prince Boncompagni, des sept derniers mois de 1870 du *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche e fisiche.*

N° 3. Séance du 17 juillet 1871.

Serret (J.-A.) — *Sur le principe de la moindre action.* Addition au Mémoire lu devant l'Académie dans la séance du 12 juin 1871.

Saint-Venant (de). — *Théorie du mouvement non permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit.*

Voici comment s'exprime M. de SAINT-VENANT au commencement de sa Communication :

« Le Mémoire sur les *marées fluviales* de M. l'Ingénieur des Ponts et Chaussées Partiot, présenté dans la séance du 10 juillet 1871, contient une idée qui, étant complétée et modifiée dans sa forme, me paraît pouvoir conduire à une solution, depuis longtemps désirée, du problème du mouvement *non permanent* des eaux dans les canaux découverts ; ce qui comprend, outre les marées dont il est question, les *crues* des rivières, ainsi que le retrait de leurs eaux, temporairement gonflées par des pluies abondantes. »

M. de SAINT-VENANT donne, en effet, dans son Mémoire, la théorie et les équations générales du mouvement non permanent des eaux courantes.

LEMALY et MAQUIEU. — *Sur l'observation des essaims d'étoiles filantes des mois de novembre et d'août, et sur l'observation d'un bolide faite à Trémont, près Tournus.*

A cette occasion, M. LE VERRIER passe en revue les stations fondées pour l'observation régulière des essaims d'étoiles filantes, en indiquant ce qu'elles ont fait et ce qu'elles s'apprêtent à faire.

EGGER. — *Nouveaux documents sur les quatre Livres conservés de l'*Optique *de Claude Ptolémée.*

M. CHASLES ajoute qu'il possède une copie (qui paraît être du XVIIe siècle) de la traduction latine de l'*Optique* de Ptolémée, sous le titre de : *Incipit liber Ptolemæi de Opticis, sive aspectibus, translatus ab Ammirato Eugenio siculo, de arabico in latinum.*

RESAL (H.). — *Du mouvement d'un corps solide qui supporte un système matériel animé d'un mouvement relatif par rapport à ce corps.* (Extrait par l'auteur.)

Faire ressortir l'influence, sur le mouvement d'un corps solide, de l'inertie due au mouvement relatif d'un système matériel dont les points d'appui se trouvent sur ce corps, tel est le problème que je me suis proposé de résoudre d'une manière générale, et qui comprend comme cas particuliers le théorème de Laplace, se rapportant à l'action que les marées pourraient avoir sur le mouvement de la Terre autour de son centre de gravité, et les théories de quelques appareils giratoires.

TERQUEM (A.) — *Mémoire sur les sons produits par des ébranlements discontinus, et en particulier à l'aide de la sirène.*

M. Terquem reprend la question traitée, en partie, expérimentalement par Auguste Seebeck et théoriquement par Ohm, généralise et simplifie les méthodes de calcul employées par Ohm, et applique la théorie générale à un grand nombre de cas particuliers.

CORNU et MERCADIER. — *Sur les intervalles musicaux*, 3e Note.

Voir pour les deux premières Notes les *Comptes rendus* des 8 et 22 février 1869.

Voici la conclusion des auteurs :

« Les intervalles musicaux employés dans une mélodie lente et sans modulations sensibles sont ceux de la gamme pythagoricienne dérivant de la série des quintes, et qui ne contient que deux sortes d'intervalles irréductibles : l'octave 2, et la quinte $\frac{3}{2}$. Ce ne sont pas ceux de la gamme dite *naturelle*, qui contient trois sortes d'intervalles irréductibles : l'octave 2, la quinte $\frac{3}{2}$, et une tierce majeure $\frac{5}{4}$, qui, d'après nous, n'est applicable qu'à l'harmonie. »

N° 4. Séance du 24 juillet 1871.

CHASLES. — *Propriétés générales des courbes géométriques relatives à leurs axes harmoniques.*

L'étude des propriétés des polaires d'un point par rapport à une courbe ou à une surface a été déjà, de la part des géomètres, l'objet de nombreux travaux. Dans la communication actuelle, M. Chasles s'occupe des droites polaires (ou axes harmoniques) d'un point, et ajoute de nombreuses propriétés à celles qu'on connaissait déjà. Ces théorèmes sont groupés dans des paragraphes dont les titres suivent :

CHAPITRE I. — *Concernant les axes harmoniques de la courbe* U_m, *qui ont leurs pôles sur une courbe* $U_{m'}$.

1° *Propriétés relatives à la courbe enveloppe des axes harmoniques de la courbe* $U_{m'}$.

2° *Théorèmes dans lesquels interviennent les éléments de la courbe* U_m.

3° *Théorèmes dans lesquels interviennent les éléments de la courbe* $U_{m'}$.

CHAPITRE II. — *Propriétés concernant les tangentes et les normales d'une courbe* $U_{m'}$ *considérées comme axes harmoniques de* U_m.

CHAPITRE III. — *Propriétés concernant les axes harmoniques de* U_m *qui ont leurs pôles sur les tangentes ou les normales d'une courbe* $U_{m'}$.

Chapitre IV. — *Où l'on considère la courbe $U_{m'}$, qui donne lieu à des axes harmoniques de U_m et une autre courbe $U_{m''}$.*

Chapitre V. — *Où l'on considère les axes harmoniques d'un même point relatif à deux courbes U_m, U_m.*

Chapitre VI. — *Axes harmoniques relatifs à trois courbes $U_{m'}$, U_{m1}, U_{m2}.*

Saint-Venant (de). — *Théorie du mouvement non permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit.* (2e Note; *voir* la Séance précédente.)

Secchi (Le P.). — *Sur les relations qui existent, dans le Soleil, entre les facules, les protubérances et la couronne.* (2e Lettre; *voir* les *Comptes rendus,* 6 juin 1871.)

Boussinesq (J.). — *Théorie générale des mouvements qui sont propagés dans un canal rectangulaire horizontal.*

Cet article est la généralisation de celui qui a été présenté, le 19 juin 1871, sur l'onde solitaire.

N° 5. Séance du 31 juillet 1871.

Serret (J.). — *Sur le principe de la moindre action.* Deuxième addition au Mémoire lu devant l'Académie, dans la séance du 12 juin 1871.

« Le principe de la moindre action, dit M. Serret, ne concerne que les systèmes dans lesquels le nombre des liaisons est inférieur de deux unités au moins au nombre des coordonnées des corps. Le cas de $n=2$, que je me propose d'examiner ici, peut donc être regardé comme celui des *systèmes à liaisons complètes*, au point de vue des propriétés relatives à la moindre action. »

M. Serret fait une application complète de ses formules au mouvement elliptique des corps célestes.

Yvon Villarceau. — *Note sur la comète périodique de d'Arrest.*

Resal (H.) — *Essai sur la théorie des vapeurs.*

Leveau. — *Retour de la comète périodique de d'Arrest.*

N° 6. Séance du 7 août 1871.

Transon (A.). — *Sur l'emploi de l'infini en mathématiques.*

Cette Note résume les idées que M. Transon a développées dans deux brochures récemment publiées *sur l'emploi de l'infini en mathématiques*.

Denza. — *Bolides observés en Italie pendant le mois de juillet.*

Poggia. — *Observation d'un bolide, faite à l'Observatoire de Marseille, le* 1^er^ *août.*

Lemasy. — *Bolide observé le* 4 *août* 1871, *à Trémont, près Tournus.*

N° 7. Séance du 14 août 1871.

Le Verrier. — *Observations de l'essaim d'étoiles filantes du mois d'août, faites pendant les nuits des* 9, 10 *et* 11 *août* 1871, *dans un grand nombre de stations correspondantes.*

Resal. — *De l'insuffisance des chaînes de sûreté du matériel de chemins de fer.*

Janssen (J.). — *Sur la constitution du Soleil.*

N° 8. Séance du 21 août 1871.

Fonvielle (W. de). — *Sur quelques apparitions analogues à celles du bolide de Marseille.*

Chapelas. — *Étoiles filantes du mois d'août* 1871.

Guyot. — *Sur les bolides du* 11 *août* 1871 *et du* 24 *juin* 1870.

N° 9. Séance du 28 août 1871.

Saint-Venant (de). — *Sur la houle et le clapotis.*

Resal (H.). — *Du profil rationnel des segments d'un piston de machine à vapeur.*

Cornu. — *Réponse à une Note de M. Janssen.*

Voir la séance du 14 août.

Janssen (J.). — *Voyage aéronautique du* Volta, *entrepris le* 2 *décembre* 1870, *en vertu d'une mission scientifique.*

N° 10. Séance du 4 septembre 1871.

Bertrand (J.). — *Note sur la théorie de la Lune d'*Aboul-Wefâ.

« Une petite portion seulement du *Traité d'Astronomie* d'Aboul-Wefâ est parvenue jusqu'à nous. Un fragment de cinquante lignes environ, relatif à la théorie de la Lune, a été souvent cité et minutieusement étudié. Il aurait, en effet, une grande importance historique si, comme on l'a prétendu, on y pouvait voir la preuve que les astronomes arabes, au x^e siècle de notre ère, connaissaient l'inégalité nommée *variation*, et déduite, six siècles plus tard, des observations de Tycho Brahé. »

Restreignant le débat à l'étude pure et simple du texte connu et exactement traduit, M. Bertrand conclut en ces termes :

« Quelle qu'ait été à Bagdad la renommée d'Aboul-Wefâ, il nous est donc impossible de lui accorder grande confiance, et M. Biot est excusable d'avoir vu, dans le texte qui nous occupe, une paraphrase confuse, embarrassée, inintelligente du cinquième chapitre du livre V de l'*Almageste*. »

Saint-Venant (de). — *Sur la houle et le clapotis* (suite).

Secchi (Le P.). — *Sur les relations qui existent dans le Soleil entre les protubérances et les autres parties remarquables* (troisième Lettre).

M. Chasles présente à l'Académie un nouvel ouvrage de M. *Quetelet*, intitulé : *Anthropométrie, ou mesure des différentes facultés de l'homme.*

Rendant compte de cet ouvrage, M. Chasles termine ainsi :

« L'ouvrage actuel marque un pas considérable dans l'étude des questions qui embrassent le monde physique et moral. Il donnera lieu à des recherches dans cette branche nouvelle des sciences, qui demande l'application des mathématiques à tant d'autres connaissances si variées. »

Moutier (J.). — *Sur la chaleur dégagée par la dissolution des gaz dans les liquides.*

N° 11. Séance du 11 septembre 1871.

Chasles. — *Sur la découverte de la variation lunaire.*

M. Chasles combat l'opinion émise par M. Bertrand dans la séance précédente, et conclut en ces termes : « J'ai eu l'honneur d'entretenir l'Académie de cette question, il y a peu d'années (*Comptes rendus*, t. LIV, p. 102 ; 1862), et d'exposer les considérations qui me portaient à prononcer que cette troisième inégalité était bien la variation, et qu'Aboul-Wefà l'ajoutait au résultat final de Ptolémée, c'est-à-dire aux deux premières inégalités rectifiées par la *prosneuse*. Je résumerai en peu de mots les considérations qui m'ont porté à adopter cette solution.... ».

PETERS (F.). — *Éléments de la petite planète* (114).

DEPREZ (M.). — *Nouvel indicateur dynamométrique, faisant connaître toutes les circonstances du travail de la vapeur dans le cylindre d'une machine.*

N° 12. Séance du 18 septembre 1871.

BORELLY. — *Découverte d'une nouvelle petite planète, la* 116ᵉ *du groupe situé entre Mars et Jupiter.*

RESAL (H.). — *Théorie du régulateur Larivière.*

DARBOUX (G.). — *Des courbes tracées sur une surface, et dont la sphère osculatrice est tangente en chaque point à la surface.*

Ce problème n'a encore été ni proposé ni résolu pour aucune surface. M. Darboux donne l'équation différentielle du 2ᵉ ordre dont dépend le problème, et intègre cette équation dans deux cas importants : 1° pour les surfaces du 2ᵉ ordre; 2° pour les surfaces du 4ᵉ ordre qui ont pour ligne double le cercle de l'infini. L'intégration relative au second cas, qui, avec les coordonnées ordinaires, présenterait une extrême difficulté, est faite d'une manière simple. Le succès est dû au choix des coordonnées : M. Darboux définit un point par ses puissances relatives à cinq sphères orthogonales; on a ainsi un système de coordonnées, liées entre elles par une relation homogène du 2ᵉ degré, qui se prête avec facilité à la solution d'un grand nombre de questions et difficilement abordables par d'autres procédés.

DURRANDE (H.). — *Extrait d'une théorie du déplacement d'une figure qui se déforme.*

M. Durrande établit, par des considérations d'homographie, les formules qui expriment les projections du déplacement infiniment petit d'un point d'une figure, et, par l'introduction de paramètres convenables, met en évidence le mouvement de la figure et les déformations de ses diverses parties.

Guillemin. — *Sur deux observations qui paraissent offrir quelque analogie avec celle du météore signalé récemment par M. Coggia.*

N° 13. Séance du 25 septembre 1871.

Bertrand (J.). — *Observations sur la Note de M.* Chasles, *relative à la découverte de la variation lunaire.*

Luther. — *Observations des planètes* (116) *et* (117), *faites à l'Observatoire de Paris. Découverte d'une petite planète de* 11^e *grandeur, le* 14 *septembre, à* 11 *heures du soir.*

Deprez (M.). — *Instrument servant à calculer mécaniquement la valeur des aires, des centres de gravité et des moments d'inertie des figures planes.*

Jordan (C.). — *Sur la résolution des équations différentielles linéaires.*

L'intégration d'un système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants dépend d'une équation caractéristique $\Delta(s) = 0$, où s est une inconnue.

M. Jordan énonce la proposition suivante :

« On pourra remplacer les variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$ par d'autres variables indépendantes, fonctions linéaires des premières, à coefficients rationnels, et choisies de telle sorte que le système des équations différentielles linéaires qui les détermine se décompose en autant de systèmes partiels que le déterminant Δ contient de facteurs irréductibles différents $F(s), F_1(s), \ldots$.

» Le système partiel correspondant à l'un de ces facteurs irréductibles, tel que $F(s)$, sera lui-même décomposable en autant de systèmes moindres qu'il y a de séries distinctes correspondant à l'une quelconque σ des racines de $F(s) = 0$. »

Janssen. — *Remarques sur une dernière Note de M. Cornu.*

N° 14. Séance du 2 octobre 1871.

Chasles. — *Réponse à un passage de la Note de M.* Bertrand, *insérée dans le* Compte rendu *de la dernière séance.*

Yvon Villarceau. — *Nouvelle détermination de la* vraie *figure de la Terre ou de la surface de niveau, n'exigeant pas l'emploi des nivellements proprement dits.*

Dans une communication faite à l'Académie le 28 décembre 1868, M. Villarceau, après avoir établi la distinction entre les deux espèces de nivellements *géodésique* et *géométrique,* avait fait voir que leur simple comparaison suffisait pour déterminer la figure de la surface de niveau, lorsqu'on applique au nivellement géodésique une correction qu'on avait négligée jusqu'alors et qui repose sur le second théorème concernant les attractions locales. Dans sa communication actuelle, M. Villarceau développe une seconde solution qu'il avait déjà annoncée, et dont le principe consiste à calculer la distance qui sépare la surface de niveau et celle d'un sphéroïde de révolution pris comme surface de comparaison, normalement à la première, en fonction de la latitude et de la longitude géodésiques.

DELAUNAY. — *Note sur les deux planètes* (116) *et* (117) *récemment découvertes.* — *Note sur les nébuleuses découvertes et observées par M.* STEPHAN *à l'Observatoire de Marseille.*

SECCHI (Le P.). — *Sur les divers aspects des protubérances et des autres parties remarquables à la surface du Soleil. Classification de ces phénomènes.* (Quatrième Lettre.)

FONVIELLE (W. DE). — *Programme d'une ascension aérostatique pour observer les étoiles filantes de novembre* 1871.

LUTHER et PETERS. — *Observations des planètes récemment découvertes* (116) *et* (117).

TISSERAND. — *Détermination de l'orbite de la planète* (117) LOMIA.

LOEWY. — *Sur un nouvel instrument équatorial.*

JORDAN (C.). — *Sur la classification des groupes primitifs.*

M. Jordan énonce le théorème suivant :

« Si le nombre premier p n'est pas de la forme $2^n - 1$, la classe p ne contiendra qu'un seul groupe formé des substitutions

$$| x, x = \alpha | \quad (\text{mod. } p).$$

» Si p est de la forme $2^n - 1$, la classe p contiendra trois groupes, à savoir le précédent et ceux qui sont respectivement formés des substitutions linéaires

$$| x, ax + \alpha | \quad (\text{mod. } 2)$$

et des substitutions linéaires fractionnaires

$$\left| x, \frac{ax+\alpha}{bx+\beta} \right| \pmod{2},$$

x, a, α, b, β étant des entiers complexes formés avec la racine i d'une congruence irréductible de degré n par rapport au module 2. »

Cornu (A.). — *Sur la détermination de la vitesse de la lumière.*

M. Chasles présente à l'Académie les livraisons de février et de mars 1871 du *Bullettino* de M. le prince Boncompagni.

N° 15. Séance du 9 octobre 1871.

Faye. — *Sur l'histoire, en l'état présent, de la théorie des comètes.*

Bertrand. — *Réponse à la Note de M.* Chasles.

Tisserand. — *Détermination de l'orbite de la planète* (116) (C.-H.-F. Peters).

Painvin. — *Détermination des rayons de courbure en un point quelconque d'une surface définie par son équation tangentielle.*

N° 16. Séance du 16 octobre 1871.

Delaunay. — *Réapparition de la comète de Tuttle.*

Chasles. — *Théorèmes concernant la détermination sur une courbe géométrique d'une série de groupes de points en nombre déterminé.*

M. Chasles énonce et démontre d'abord la proposition suivante :

« Lorsqu'une courbe C_m, d'ordre m, a des points multiples d'ordre r, r', r'', ..., et des points doubles faisant ensemble l'équivalent de

$$\frac{(m-1)(m-2)}{2} - \nu$$

points doubles, on détermine sur cette courbe des groupes de $(\nu+1)$ points, au moyen d'un faisceau de courbes d'ordre $(m-\mu)$ ayant : 1° des points multiples d'ordre $r-\rho$, $r'-\rho'$, $r''-\rho''$, ... coïncidant respectivement avec les points d'ordre r, r', r'', ... de C_m ; 2° des points simples coïncidant avec les points doubles de C_m ; et 3° d'autres points simples, en nombre

$$3(m-1) - m\mu + r(\rho-1) + r'(\rho'-1) + r''(\rho''-1) + \ldots + \nu,$$

coïncidant avec des points simples de C_m; les indéterminées μ, ρ, ρ', ρ'',... devant satisfaire à la relation

$$\mu^2 - 3\mu - \rho(\rho - 1) - \rho'(\rho' - 1) - \rho''(\rho'' - 1) - \ldots + 2 = 0.$$

» Les nombres entiers indéterminés μ, ρ, ρ', ρ'',... peuvent être positifs ou négatifs. »

De cette proposition générale et fondamentale, qui peut prendre encore, comme le montre M. Chasles, un accroissement de généralité, résultent un grand nombre de théorèmes.

Chasles. — *Réponse aux observations présentées dans la dernière séance, par* M. Bertrand, *à propos d'*Aboul-Wefa. L. P.