BULLETIN DES SCIENCES
MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 1 (1870), p. 87-104
<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1870__1__87_1>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN, gegründet von H. C. SCHUMACHER, herausgegeben von Professor D^{r} C.-A.-F. PETERS, Director der Sternwarte in Altona (*).

T. LXXIII, n^{os} 1729-1752, 1869.

SCHÖNFELD. — *Sur les changements d'éclat des étoiles variables.* (32 col.; all.)

SPÖRER. — *Observations des taches du Soleil.* (8 col.; all.)

WEINGARTEN (Jul.). — *Sur un problème de géodésie* (12 col.; all.)

(*) *Nouvelles Astronomiques,* fondees par H. C. SCHUMACHER, publiees par C.-A.-F. Peters, directeur de l'Observatoire d'Altona. Altona, imprimerie et lithographie de Hammerich et Lesser.

Cette publication a ete fondee en 1823, par H.-Chr. Schumacher, et paraît en allemand, en anglais et en français, par feuilles in-4° à deux colonnes; vingt-cinq feuilles forment un volume.

SECCHI (A.). — *Sur les spectres d'étoiles.* (8 col.; fr.)

FALB (R.). — *La comète de Halley et ses météorites.* (4 col.; all.)

LÜROTH (J.). — *Sur la détermination de l'erreur probable.* (4 col.; all.)

HOEK (M.). — *Sur la différence entre les constantes d'aberration de Delambre et de Struve.* (7 col.; fr.)

Discussion de la question : Si un rayon de lumière est entraîné par le mouvement du milieu dans lequel il se propage.

LIAIS (E.). — *Observation du passage de Mercure sur le Soleil, le 5 novembre* 1868, *faite à Atalaïa (Brésil).* (5 col.; fr.)

KAYSER (E.). — *Étude de la Lune au point de vue de la forme ellipsoïdale.* (16 col.; all.)

L'auteur trouve 0,0329 pour la valeur de l'excentricité.

SCHMIDT (J.). — *Détermination des changements périodiques de la Comète II,* 1861. (18 col.; all.)

SCHUR (W.). — *Sur la détermination de l'orbite de l'étoile double* 70 *d'Ophiuchus.* (3 p.; all.)

LEHMANN (W.). — *Éléments des orbites des huit planètes principales pour l'époque fondamentale* 1800, *janvier* 1, *avec leurs variations séculaires du premier et du second ordre.* (Suite et fin d'articles insérés dans les volumes précédents; all.)

RADAU (R.) — *Considérations sur le théorème des aires.* (8 col.; all.)

TIETJEN (F.). — *Sur l'incertitude d'une détermination d'orbite par trois observations, lorsque celles-ci sont situées à peu près géocentriquement sur un même grand cercle.* (10 col.; all.)

T. LXXIV, n^{os} 1753-1776, 1869.

OUDEMANS (J.-A.-C.). — *Observations de l'éclipse totale de Soleil du* 18 *août* 1868, *dans l'île du Petit Montawalu, baie de Tomini (côte Est de Célèbes).* (2 art., 24 col., 1 pl.; all.)

PETERS (C.-H.-F.). — *Sur certains corps passant devant le Soleil.* (all.)

Il s'agit de corpuscules observés à Naples, considérés d'abord comme des astéroïdes, et reconnus ensuite pour n'être que des oiseaux.

SCHMIDT (I.-F.-J.). — *Points de radiation et densité horaire des météores.* (16 col.; all.)

TIETJEN (F.). — *Observations spectroscopiques du Soleil.* (6 col.; all.)

WEILER (A.). — *Sur l'élimination du nœud dans le problème des trois corps.* (16 col.; all.)

SCHJELLERUP. — *Une uranométrie du* x^{e} *siècle.* (8 col.; all.)

CHALLIS. — *Sur la théorie de la constante de l'aberration.* (angl.)

SCHUBERT (E.). — *Perturbations générales des coordonnées rectangulaires de Parthénope par Jupiter et Saturne, en unités du septième ordre décimal, et détermination de l'orbite par leur moyen.* (14 col.; angl.)

RADAU (R.). — *Nouvelles remarques sur le problème des trois corps.* (8 col.; all.)

WITTSTEIN. — *Sur la déviation de la verticale à de grandes hauteurs.* (4 col.; all.)

JORDAN (W.). — *Sur la détermination de l'exactitude des observations répétées d'une seule inconnue.* (18 col.; all.)

VON ANDRÆ. — *Lettre au sujet du Mémoire précédent.* (dan.)

POWALKY. — *Les phénomènes dans les contacts intérieurs du passage de Vénus en* 1769. (6 col.; all.)

ZÖLLNER (F.). — *Observation des protubérances.* (4 col., 1 pl.; all.)

BREEN (H.). — *Sur les corrections des éléments de Jupiter et de Saturne donnés par Bouvard (Paris,* 1821).

ZÖLLNER (J.-C.-F.). — *Nouveau spectroscope et contributions à l'analyse spectrale des étoiles.* (12 col.; all.)

SCHÖNFELD. — *Tables des variations d'éclat de* δ *de la Balance.* (16 col.; all.)

ERMAN (A.). — *Sur quelques déterminations magnétiques.*

1. Éléments du magnétisme terrestre et ses variations séculaires pour Berlin. (22 col.; all.)

T. LXXV, n^os 1777-1796; 1869-70.

Schönfeld. — *Résultats d'études sur la variation de β de la Lyre et de δ de Céphée.* (24 col.; all.)

Celoria (G.). — *Détermination de l'orbite de Clytie.* (2 col.; ital.)

Argelander. — *Sur les étoiles observées par Piazzi, mais non inscrites dans son nouveau Catalogue.* (29 col.; all.)

Peters (C.-F.-W.). — *Quelques remarques sur le prochain passage de Vénus, en 1874.* (6 col.; all.)

Klinkerfues. — *Lettre au Rédacteur.* (6 col.; all.)
Sur la détermination des orbites par des observations géocentriques.

Boguslaw von Prondzynski. — *Sur le nombre des équations entre les angles et les sinus dans la comparaison des réseaux de triangles.* (4 col.; all.)

Weingarten (J.). — *Sur la réduction des angles d'un triangle sphéroïdique à ceux d'un triangle plan ou sphérique.* (6 col.; all.)

Oppolzer (Th.). — *Sur la comète vue par Pons en février* 1808. (all.)

Weiler (A.). — *Sur l'élimination du nœud dans le problème des trois corps.* (15 col.; all.)

Spörer. — *Observations des taches du Soleil.* (2 art., 21 col.; all.)

Veltmann (W.) — *Hypothèse de Fresnel pour l'explication des phénomènes d'aberration.* (15 col.; all.)

Leppig (H.). — *Observations des taches du Soleil, faites à l'Observatoire de Leipzig.* (8 col.; all.)

Möller (Axel). — *Perturbations générales de Pandore.* (7 col.; all.)
Les calculs ont été faits par la méthode de Hansen.

Erman (A.). — *Sur quelques déterminations magnétiques.*
2. Deux déterminations magnétiques dans l'Inde, par K. Koppe; et leur emploi théorique. (17 col.; all.)

Jordan (W.). — *Sur l'exactitude des triangulations de l'Allemagne du Sud.* (18 col.; all.)

Paschen. — *Sur l'application de la photographie à l'observation des passages de Vénus sur le Soleil.* (14 col.; all.)

JOURNAL de mathématiques pures et appliquées ou Recueil mensuel de Mémoires sur les diverses parties des Mathématiques, publié par Joseph Liouville, membre de l'Académie des Sciences et du Bureau des Longitudes, professeur au Collége de France. 2e série, T. XIV; 1869 (*).

Liouville (J.). — *Extrait d'une lettre adressée à M. Besge.* (6 p.)

Liouville (J.). — *Sur les nombres entiers de la forme* $12k+5$. (2 p.)

Gournerie (J. de la). — *Mémoire sur les lignes spiriques.* (54 p.)

« Les lignes spiriques ou sections planes du tore, dit M. de la Gournerie, ont anciennement occupé les géomètres, comme on le voit dans les savantes Notices historiques que MM. Quételet et Chasles ont données sur ces courbes; mais, jusque dans ces dernières années, on s'était borné à étudier leurs diverses formes. C'est principalement à cet ordre de recherches que se rapporte le Mémoire de M. Pagani, couronné par l'Académie de Bruxelles en 1824.

» Depuis cette époque, MM. Yvon Villarceau, J.-A. Serret, Garlin, Cornu, Mannheim et Darboux ont trouvé des théorèmes importants sur les spiriques. Enfin, leur théorie a été enrichie des résultats considérables obtenus par MM. Salmon, Moutard, Darboux, Laguerre et Crofton sur les courbes du quatrième ordre qui ont deux points doubles à l'infini sur un cercle, car les spiriques sont une variété de ces lignes.

» Je me propose de faire connaître plusieurs propriétés nouvelles des spiriques, et de présenter une classification de ces courbes. »

Le Mémoire commence par l'étude d'une involution spéciale du

(*) Ce Recueil paraît tous les mois depuis 1836 par cahiers in-4° de 40 pages. La prepremière série se compose de 20 volumes et se termine en 1856; la deuxième série comprend 14 volumes jusqu'au mois de janvier 1870. Prix par an : 30 fr. Nous saisissons cette occasion pour feliciter M. Gauthier-Villars des soins si éclairés qu'il apporte à l'impression de ce Journal, et qui en font une des plus belles publications périodiques que nous connaissions. G. D.

quatrième ordre, étude d'où l'auteur déduit une nouvelle méthode de résolution de l'équation du quatrième degré.

La deuxième Partie comprend quelques théorèmes très-simples, relatifs aux courbes nommées *anallagmatiques* par M. Moutard, et qui ne changent pas de forme quand on opère une transformation par rayons vecteurs réciproques avec un pôle convenablement choisi.

La troisième Partie comprend l'étude spéciale des spiriques et des tores droits ou obliques qui passent par ces courbes.

MATHIEU (E.). — *Mémoire sur le mouvement de la température dans le corps renfermé entre deux cylindres circulaires excentriques et dans des cylindres lemniscatiques.* (16 p.)

GOURNERIE (J. DE LA). — *Mémoire sur les lignes spiriques* (suite). (36 p.)

Spiriques homofocales. Propriétés métriques relatives aux foyers. Classification des spiriques. Étude des différentes classes.

JORDAN (C.). — *Théorèmes sur les équations algébriques.* (8 p.)

Nous rendrons compte de ce travail en même temps que du *Traité des substitutions et des équations algébriques.*

JORDAN (C.). — *Sur l'équation aux vingt-sept droites des surfaces du troisième degré.* (20 p.)

RADAU (R.). — *Sur une propriété des systèmes qui ont un plan invariable.* (57 p.)

L'auteur reprend d'abord l'idée de Jacobi, qui consiste à éliminer deux variables à l'aide d'une seule intégrale des aires. Le plan des aires étant pris pour celui des x, y, on peut introduire des axes mobiles déterminés par une équation $f(x, y) = 0$ (*), qui donne encore $\frac{df}{dt} = 0$. Soit Ω la longitude de l'axe des x, les vitesses absolues seront $x' - y\Omega'$, $y' + x\Omega'$, z'. En les substituant dans $H = T - U$, si la fonction des forces U ne dépend que des positions relatives, H renfermera Ω', mais non Ω. Si dès lors on désigne par p, q, r, K les dérivées de T par rapport à x', y', z', Ω', et qu'on exprime H en x, y, z, p, q, r, K, on aura pour n points $6n + 2$ équations différen-

(*) Pour abréger, nous écrirons x, y au lieu de x_1, $x_2, \ldots, x_n$, y_1, $y_2, \ldots, y_n$.

tielles, dont deux seront :

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{\partial H}{\partial K}, \quad \frac{dK}{dt} = 0;$$

l'une donne l'intégrale des aires, $K =$ const., l'autre se réduit à une quadrature, il ne reste donc que $6n$ équations différentielles, d'où *deux* variables s'éliminent par les équations $f = 0$, $f' = 0$. De même, *trois* intégrales des aires permettent d'éliminer *quatre* variables. On déterminera trois axes mobiles par trois équations $f_1 = 0$, $f_2 = 0$, $f_3 = 0$, et désignant par x^0, y^0, z^0 les trois rotations du système autour de ces axes, on prendra pour les vitesses les expressions $x' + y^0 z - z^0 y, \ldots$. Les intégrales des aires pourront s'écrire :

$$\frac{\partial T}{\partial x^0} = \sqrt{K^2 - \pi^2}\sin\varphi, \quad \frac{\partial T}{\partial y_0} = \sqrt{K^2 - \pi^2}\cos\varphi, \quad \frac{\partial T}{\partial z^0} = \pi,$$

K étant une constante, $\frac{\pi}{K}$ le cosinus de l'inclinaison du plan des x, y sur le plan invariable, et φ la distance de l'axe des x au nœud. La fonction H étant exprimée en x, y, z, φ, p, q, r, π, les équations du mouvement, au nombre de $6n + 2$, seront :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \ldots, \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \pi}, \quad \frac{d\pi}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi};$$

mais les six équations $f_1 = 0$, $f'_1 = 0, \ldots$ les réduisent à $6n - 4$; on a donc éliminé *quatre* variables. En outre, on trouvera la longitude du nœud Ω par la quadrature $\frac{d\Omega}{dt} = \frac{\partial H}{\partial K}$.

En ajoutant aux équations des axes les six intégrales du centre de gravité, $\Sigma mx = 0$, $\Sigma mx' = 0, \ldots$; on réduit le nombre des variables à $6n - 10$, et à $6n - 12$ par l'intégrale des forces vives et par l'élimination directe du temps; le problème des trois corps revient ainsi à 6 équations du premier ordre. L'élimination peut se faire en prenant pour T l'expression

$$T + \alpha_1 f'_1 + \ldots + \beta_1 \Sigma mx' + \ldots$$

et en supposant les multiplicateurs α_1, α_2, α_3, β_1, β_2, β_3 déterminés par la condition que six des dérivées p, q, r s'annulent identiquement. M. Radau développe le calcul pour le cas où les axes mobiles sont les axes principaux d'inertie, et pour quelques autres cas en se bornant à trois corps. Si, au lieu de rapporter le système à son centre de gravité, on le rapporte à l'un des points que l'auteur appelle *points canoniques*, un corps du système se trouve *eo ipso* éliminé, sans que la forme des intégrales soit changée. C'est un cas particulier de la transformation bien connue que Jacobi a proposée pour le problème des trois corps. Dans le cas de trois corps, on exclut ainsi le « corps principal », les orbites des deux « planètes » se coupent dans le plan invariable, et en désignant par r, r_1 leurs rayons vecteurs, par u, u_1 leurs distances au nœud, par γ, γ_1, f, f_1 leurs vitesses radiales et aréolaires, on aura

$$2T = \frac{1}{m}\left(\gamma^2 + \frac{f^2}{r^2}\right) + \frac{1}{m_1}\left(\gamma_1^2 + \frac{f_1^2}{r_1^2}\right),$$

la fonction U renfermera r, r_1, u, u_1 et l'inclinaison relative λ des orbites, qui s'exprime en f, f_1 par l'équation

$$f^2 + f_1^2 + 2ff_1 \cos\lambda = K^2.$$

Les équations du mouvement deviennent

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \gamma}, \quad \frac{d\gamma}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial r}, \quad \frac{du}{dt} = \frac{\partial H}{\partial f}, \quad \frac{df}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial u},$$

puis quatre analogues où les variables ont l'indice 1. Après avoir intégré par deux ellipses, on aurait pour chaque corps quatre équations donnant les variations des constantes canoniques.

L'auteur montre encore que la réduction des variables à $6n - 12$ peut s'obtenir directement par la considération des orbites instantanées, et qu'on arrive alors à la classification des intégrales du problème des trois corps donnée par M. Bertrand. Il termine en faisant voir que la même réduction résulte de l'emploi des formules relatives à des axes mobiles :

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \xi + yz^0 - zy^0, \ldots \\ \frac{d\xi}{dt} &= X + \eta z^0 - \zeta y^0, \ldots \end{aligned}\right.$$

où x, y, z sont les coordonnées (absolues ou relatives), ξ, η, ζ les vitesses, X, Y, Z les forces données, enfin x^0, y^0, z^0 les trois rotations du système autour des axes mobiles. Le nombre de ces équations différentielles est $6n-6$, si l'on emploie les coordonnées relatives. Pour éliminer les rotations, on a les trois équations $f'_1=0, f'_2=0$, $f'_3=0$, qui dérivent de celles des axes mobiles; ces dernières et l'élimination de dt réduisent les variables à $6n-10$. On arrive à $6n-12$ par les intégrales $\mathrm{H}=$ const., $\mathrm{K}^2=$ const. Mais on peut aussi arriver à $6n-11$, *sans employer une seule intégrale,* si les forces sont des fonctions homogènes des coordonnées de la dimension ε; il suffit, pour cela, de diviser les coordonnées par une distance ρ du système, les vitesses par $\rho^{\frac{1+\varepsilon}{2}}$, et dt par $\rho^{\frac{1-\varepsilon}{2}}$; la variable ρ disparaît alors, et l'on gagne une relation entre les nouvelles variables $\frac{x}{\rho}, \frac{y}{\rho}, \frac{z}{\rho}, \ldots$.

Didon (F.). — *Méthode de Cauchy pour l'inversion de l'intégrale elliptique.* (11 p.)

Cette méthode se trouve développée dans une série de Notes insérées par Cauchy en 1843, dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. XVII. Ces Notes sont consacrées à l'étude de produits que Cauchy appelle *factorielles réciproques*, et qui ne sont autre chose que les fonctions Θ de Jacobi. M. Didon expose, avec les notations de Jacobi, les méthodes de Cauchy; il en déduit en outre, ce que n'avait pas fait Cauchy, le théorème relatif à l'addition des arguments.

Mathieu (E.). — *Sur le mouvement vibratoire des plaques.* (19 p.)

Poisson (*) et Cauchy (**) avaient déjà étudié le mouvement vibratoire des plaques. Mais leur solution a été critiquée par M. Kirchhoff, qui a montré que les conditions aux limites imposées par Poisson et Cauchy sont incompatibles. M. Mathieu adresse à son tour des objections à la méthode de M. Kirchhoff (***), et traite de nouveau la théorie du mouvement vibratoire.

Liouville (J.). — *Nouveau théorème concernant la fonction numérique* F(k). (3 p.)

On sait que F(k) désigne, dans les études de M. Liouville, le

(*) *Mémoires de l'Académie des Sciences,* t. VIII.

(**) *Exercices de Mathématiques;* 1828.

(***) Kirchhoff, *Journal de Crelle,* t. XL.

nombre des formes quadratiques binaires, primitives ou non, de déterminant $-k$, dont un au moins des coefficients extrêmes est impair.

Cela posé, considérons toutes les valeurs de t telles que

$$10m - 25t^2 > 0$$

on aura

$$F(10m) + 2\Sigma F(10m - 25t^2) = 2\zeta_1(m).$$

$\zeta_1(m)$ désigne la somme des diviseurs de m.

Liouville (J.). — *Remarque au sujet de la fonction $\zeta_1(n)$ qui exprime la somme des diviseurs de m.* (2 p.)

Boussinesq (J.). — *Étude sur les surfaces isothermes et sur les courants de chaleur dans les milieux homogènes chauffés en un de leurs points.* (34 p.)

Liouville (J.). — *Extrait d'une lettre adressée à M. Besge.* (4 p.)

M. Liouville déduit de l'intégrale définie

$$\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2}\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2,$$

donnée par M. Bertrand, l'intégrale suivante

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{arc\,tang} x}{1+x}\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2.$$

La lettre se termine par des théorèmes relatifs aux formes quadratiques.

Liouville (J.). — *Théorème concernant la fonction numérique $\rho_2(n)$.* (3 p.)

Si l'on a $n = d\delta$, voici la définition de la fonction $\rho_2(n)$:

$$\rho_2(n) = \Sigma(-1)^{\frac{\delta-1}{2}} d^2$$

Weiler (A.). — *Note sur le problème des trois corps.* (16 p.)

Saint-Venant (de). — *Rapport à l'Académie des Sciences sur une Communication de M. Vallès, faite le* 21 *décembre* 1868 *sous ce titre :* « Expériences faites à l'écluse de l'Aubois pour déterminer l'effet utile de l'appareil à l'aide duquel M. *de Caligny* diminue dans une proportion considérable la consommation d'eau dans les canaux de navigation ». (11 p.)

CALIGNY (A. DE). — *Note sur les moyens de rendre automatique le système d'écluses de navigation décrit, tome XI, 2e série, page* 145. (7 p.)

CALIGNY (A. DE). — *Note sur un appareil à faire des épuisements au moyen des vagues de la mer.* (6 p.)

LIOUVILLE (J.). — *Sur la forme ternaire* $x^2 + 2y^2 + 3z^2$. (2 p.)

Soit m un entier de la forme $6m \pm 1$, le nombre des solutions de l'équation

$$m = x^2 + 2y^2 + 3z^2$$

est donné par la formule

$$N = F(6m).$$

BOILEAU (P.). — *Mémoire sur les bases de la théorie du régime uniforme des courants liquides.* (16 p.)

MATHIEU (E.). — *Mémoire sur l'équation aux différences partielles du quatrième ordre* $\Delta\Delta u = 0$ *et sur l'équilibre d'élasticité d'un corps solide.* (45 p.)

On sait que les géomètres ont fondé sur l'étude de l'équation

$$\Delta u = \frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d^2u}{dz^2} = 0,$$

une des plus admirables et des plus fécondes théories des mathématiques modernes. L'équation plus compliquée $\Delta\Delta u = 0$ n'avait peut-être pas encore été considérée d'une manière générale, et, cependant, elle se rencontre dans plusieurs théories importantes de la Physique mathématique. M. Mathieu l'étudie en employant une formule analogue à la célèbre équation de Green, et il arrive au théorème suivant :

« Il existe une fonction, et une seule, qui satisfait à l'équation

$$\Delta\Delta u = 0$$

dans l'intérieur d'une surface σ, qui y varie d'une manière continue avec ses dérivées des trois premiers ordres, et dont la valeur et celle de son Δ sont données à la surface. »

Le Mémoire se termine par différentes applications.

Caligny (A. de). — *Note sur des appareils hydrauliques fonctionnant au moyen de l'aspiration résultant du mouvement acquis d'une colonne liquide : addition à un Mémoire publié dans le tome XI de ce Journal en* 1866, *p.* 283. (3 p.)

Gournerie (de la). — *Note sur les singularités élevées des courbes planes.* (10 p.)

« Dans un Mémoire inséré au VII^e volume du *Quarterly Journal*, M. Cayley a établi que toute singularité d'une courbe plane est *équivalente* à des nombres déterminés de points doubles, de rebroussements, de tangentes doubles et d'inflexions, de telle sorte que lorsque ces quatre nombres sont connus pour toutes les singularités d'une courbe, on peut immédiatement appliquer à cette courbe les trois équations de Plücker, et aussi savoir à quel genre elle appartient d'après sa déficience (*deficiency*), c'est-à-dire d'après la différence qui existe entre les deux nombres de points doubles que son ordre comporte et qu'elle possède réellement. M. Cayley a, de plus, donné des formules pour calculer les quatre nombres qui représentent une singularité, lorsqu'on connaît, pour les différentes branches qui la constituent, des équations distinctes résolues par rapport à l'une des coordonnées. Je me propose de montrer comment on peut déduire ces équations de l'équation générale de la courbe.

» Je donnerai ensuite quelques résultats sur les rayons de courbure à un point multiple, et sur les contacts que les différentes branches peuvent avoir les unes avec les autres.

» Cette Note est composée de deux Parties ; la seconde, entièrement consacrée à des applications, a été, faute de place, rejetée au numéro de janvier du volume suivant. »

Caligny (A de). — *Note sur un appareil propre à élever l'eau au moyen des vagues de la mer ou des grands lacs.* (2 p.)

BULLETTINO di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. Boncompagni. — Roma, tipografia delle Scienze matematiche et fisiche ; Via Lata, n° 211 (*).

(*) Fondé en 1868, paraissant chaque mois par fascicules de 6 à 7 feuilles in-4° ; en italien et en français. Prix : 35 centimes la feuille.

T. II, janvier-septembre; 1869.

BONCOMPAGNI (B.). — *La vie et les travaux du baron Cauchy, membre de l'Académie des Sciences; par C.-A. Valson, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.*

Analyse détaillée de l'Ouvrage de M. Valson, suivie d'une Indication des écrits d'Augustin Cauchy, contenus dans huit Recueils scientifiques; par E. NARDUCCI. (102 p.; ital.)

NARDUCCI (E.) — *Sur la vie et les écrits de François Woepcke.* (34 p.; ital.)

BONCOMPAGNI (B.). — *Sur l'Ouvrage d'Albirouni sur l'Inde.* (54 p., ital.)

IANICHEFSKY (E.). — *Notice historique sur la vie et les travaux de Nicolas Ivanovitch Lobatchefsky. Discours prononcé dans la séance solennelle de l'Université de Kazan, le $\frac{5}{17}$ novembre* 1848. (Traduit du russe, par A. Potocki.) (40 p.; fr.)

ROY (A. LE). — *Notice sur la vie et les travaux de J.-B. Brasseur.* (10 p.; fr.)

JACOLI (F.). — *Anecdote inédite relative à Bonaventure Cavalieri.* (14 p.; ital.)

WOLF (R.). — *Matériaux divers pour l'histoire des Mathématiques.* (30 p., 1 pl.; fr.)

Sur l'invention du niveau à bulle d'air. Mort de G.-G. Strauch, Correspondance littéraire de Bernoulli. Nicolas Fatio de Duillier. Marc-Michel Bousquet. Cosimo Bartoli.

SÉDILLOT (L.-AM.). — *Les professeurs de Mathématiques et de Physique générale au Collége de France.* 1re *et* 2e *Période* (1530-1589). (58 p.; fr.)

ABHANDLUNGEN DER KÖNIGLICHEN BÖHMISCHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN. 6te Reihe, Bd. I; 1867. — Prag. In Commission der J. G. CALVE'schen k. k. Universitäts-Buchhandlung (*).

(*) *Mémoires de la Société royale des Sciences de Bohême.* Prague, librairie universitaire de Calve. Paraît par volumes in-4° tous les deux ans, en allemand et en bohème.

Schmidt (G.). — *Sur les constantes physiques de la vapeur d'eau.* (50 p.; all.)

Ces constantes sont la densité relative, les deux capacités calorifiques de la vapeur fortement surchauffée et les constantes de la formule de M. Regnault pour la chaleur totale λ, qu'il faut communiquer à l'unité de poids de l'eau à partir de zéro pour l'amener à la température t, et la réduire en vapeur sous la pression de p kilogrammes par mètre carré. L'auteur examine, au point de vue théorique, les résultats obtenus par Zeuner et par Hirn.

ARCHIV der Mathematik und Physik mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse der Lehrer an höheren Unterrichtsanstalten. — Herausgegeben von Johann August Grunert, Professor zu Greifswald (*). T. L; 1869.

Nawrath. — *Sur la construction d'un polygone simple, à la fois inscrit et circonscrit à un polygone de même espèce.* (10 p.; all.)

Bretschneider (C.-A.). — *Le théorème de Matthew Stewart.* (9 p.; all.)

Soit D un point de la base BC d'un Δ ABC, AD $= t$, BD $= a'$, CD $= a''$; a, b, c les trois côtés du Δ. On a $at^2 = b^2 a' + c^2 a'' - a a' a''$. Ce théorème de Géométrie élémentaire est très-utile et n'est pas encore assez connu.

Kudelka (Jos.). — *Les lois de la réfraction de la lumière.* (3 art., 111 p.; all.)

Björling Jr. (C.-F.-E.) — *Sur le mouvement rectiligne d'une molécule soumise à une force attractive ou répulsive, qui est une fonction algébrique, rationnelle et entière de la distance à un centre fixe.* (13 p.; fr.)

Grunert (J.-A.) — *Sur les cordes communes des sections coniques et de leurs cercles de courbure, et en particulier sur les maxima et les minima de ces cordes.* (34 p.; all.)

Versluys (J.). — *Applications nouvelles des déterminants à l'Algèbre et à la Géométrie.* (19 p.; fr.)

(*) Fonde en 1841. Prix : 3 Thlr. pour chaque volume composé de quatre cahiers gr. in-8°. Il paraît un ou deux volumes par an, en allemand, en français et en latin. Greifswald, C. A. Koch's Verlagsbuchhandlung, Th. Kunike.

Le principal théorème contenu dans ce travail se rapporte à l'équation homogène d'une surface du second degré en coordonnées tétraédriques; suivant que le discriminant de cette équation est négatif ou positif, la surface admet ou n'admet pas de génératrices rectilignes.

GRUNERT (J.-A.). — *Sur les projections conformes des cartes géographiques*. (34 p.; all.)

GRUNERT (J.-A.). — *Sur le centre de gravité du trapèze et, en particulier, sur sa détermination graphique*. (7 p.; all.)

LINDMAN (Chr.-Fr.). — *Remarques sur quelques séries*. (4 p.; lat.)

GRUNERT (J.-A.). — *Sur une lettre remarquable, écrite par Lagrange, âgé de dix-huit ans, au comte G.-C. da Fagnano*. (9 p.; all.)

SEELING (P.). — *Diverses propositions de la théorie des nombres*. (5 p.; all.)

IMSCHENETSKY (V.-G.). — *Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre* (*). (198 p.; fr.)

Ce Mémoire contient un exposé complet et très-intéressant des travaux de Jacobi, de Bour, de Boole, de M. Bertrand et de M. Liouville sur cette branche importante de l'Analyse.

Nous reproduisons d'ailleurs une partie de l'Introduction :

« La théorie de l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre de la forme la plus générale, créée par les travaux des plus grands géomètres des temps modernes, forme actuellement la partie la plus approfondie et la plus achevée du calcul intégral. Dans l'histoire du développement de cette théorie, on rencontre ce fait remarquable, que les successeurs immédiats de Lagrange, son véritable fondateur (1772), considérèrent comme impossible de suivre la voie qu'il avait tracée; tandis qu'au contraire les derniers progrès de cette théorie l'ont ramenée de nouveau aux principes de Lagrange. Pfaff, le premier, se plaçant à un nouveau point de vue, est parvenu à la solution complète du problème. Mais sa méthode, théoriquement exacte, s'est trouvée peu commode dans la pratique, par suite des difficultés que présente l'intégration successive de plusieurs systèmes d'équations différentielles. Cauchy (1819) et Jacobi (1837), par

(*) Traduit du russe par J. Hoüel. Un tirage à part a été fait de ce Memoire et a déjà été signalé dans notre précédent numéro.

des procédés différents, et sans que le second eût aucune connaissance des travaux du premier, montrèrent que le but auquel conduisait la méthode de Pfaff pouvait être atteint plus simplement par la seule intégration complète du premier des systèmes d'équations différentielles qui se rencontrent dans cette méthode. La question paraissait dès lors complétement épuisée. Néanmoins, l'infatigable et fécond génie de Jacobi n'abandonna pas ses investigations sur ce problème auquel il avait déjà fait faire de si grands pas, et auquel s'attachait un nouvel intérêt depuis que les recherches d'Hamilton avaient mis en évidence la liaison qui existe entre cette théorie et l'intégration des équations différentielles de la Dynamique. Pendant que Jacobi se livrait à ses nouvelles études sur cette double question, la théorie continuait ses progrès, grâce aux remarquables publications d'autres analystes, Liouville, Bertrand, Donkin, Bour, etc., qui se sont occupés du même objet, et dont les découvertes devaient laisser moins à faire au géomètre allemand, quoique souvent aussi elles dussent coïncider avec les résultats qu'il obtenait de son côté. Nous ne pouvons émettre ici que de simples conjectures, puisque le travail de Jacobi n'a paru qu'après sa mort, rédigé par Clebsch d'après les matériaux trouvés dans ses papiers.

» Ces détails expliquent les réclamations de priorité auxquelles cette publication a donné lieu de la part de plusieurs auteurs, relativement soit aux théorèmes fondamentaux de la *nouvelle méthode* de Jacobi, soit à son principe général. Mais, sans aucun doute, le nom de ce grand géomètre restera attaché à cette théorie, fondée sur ses conceptions et constituée par lui-même sous une forme systématique complète, lors même que des parties isolées et secondaires de cet ensemble appartiendraient à d'autres inventeurs.

» En me bornant, pour le moment, à cette courte esquisse du développement successif de ce problème, je me réserve de revenir plus longuement sur les détails historiques dans les notes qui accompagnent le texte, et je vais donner maintenant un aperçu général du contenu de ce Mémoire.

» Dans le Chapitre I, j'examine les différentes formes d'intégrales des équations aux dérivées partielles du premier ordre; et, de l'intégrale complète, je déduis l'intégrale générale, par la méthode de la variation des constantes arbitraires, en me fondant sur les propriétés des déterminants fonctionnels.

» Dans le Chapitre II, je considère la forme particulière d'intégrale qui conduit à des équations linéaires par rapport aux dérivées partielles, et je donne un abrégé de la théorie de ces dernières, d'après Lagrange et Jacobi.

» Dans le Chapitre III, j'expose l'état général de la question, conformément aux vues indiquées dans le dernier travail de Jacobi, et j'y introduis les conditions d'intégrabilité de Liouville et de Donkin. Après avoir montré que, dans le cas particulier de deux variables indépendantes, la méthode de Jacobi revient identiquement à celle de Lagrange et de Charpit, je reprends la question générale, et j'effectue une première simplification des équations, par l'élimination de la fonction inconnue, en tant qu'elle y entrait explicitement; je signale, en outre, le défaut du procédé employé par Jacobi.

» On voit, par le contenu des Chapitres précédents, que l'objet principal de mon étude est la nouvelle méthode de Jacobi. Après l'avoir exposée, j'ai fait remarquer, d'accord avec l'opinion exprimée par Bour dans un Mémoire imprimé, et par Bertrand dans ses leçons publiques, que Jacobi n'a pas donné à la construction de sa théorie toute la simplicité possible. En suivant les indications de ces deux géomètres, conformes aux résultats de mes propres recherches, j'ai essayé, dans le Chapitre IV, d'établir le théorème fondamental de la méthode de Jacobi sur les principes les plus simples.

» Dans le Chapitre V, j'expose avec détail la marche des intégrations qu'exige la méthode de Jacobi. D'abord, pour présenter le procédé fondamental sous la forme la plus simple, je n'ai pas réduit, dans les équations, les variables à leur nombre minimum; en outre, j'ai indiqué les difficultés qui pouvaient se rencontrer, et j'ai examiné des cas où le procédé s'applique très-simplement. Enfin, par l'élimination des variables superflues, j'ai établi la théorie de la méthode dans tout son développement, et j'ai donné des exemples pour bien faire comprendre la marche du calcul.

» Le Chapitre VI est consacré à l'intégration des équations simultanées aux dérivées partielles du premier ordre. Après avoir montré que la solution de cette question plus générale peut se faire par les procédés qui ont servi à résoudre le problème traité dans les Chapitres précédents, j'applique cette théorie à des problèmes déterminés et indéterminés aux dérivées partielles du premier ordre conduisant à l'intégration d'équations simultanées linéaires ou non linéaires. Pour terminer, je considère à un nouveau point de vue la question générale, intéressante d'ailleurs par elle-même, des conditions d'intégrabilité immédiate d'une expression aux différentielles ordinaires d'ordre quelconque.

» Dans le Chapitre VII, j'expose la théorie de l'intégration des équations simultanées aux différentielles ordinaires de la forme canonique ; j'explique la liaison qui existe entre le théorème de Poisson relatif aux intégrales de ces équations et le théorème fondamental de la méthode de Jacobi, et je démontre le procédé de Bertrand pour l'intégration des équations de la dynamique au moyen du théorème de Poisson ; j'applique à un même exemple les deux théories.

» Enfin, dans le Chapitre VIII, pour compléter l'aperçu des méthodes d'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre, j'ai pensé qu'il ne serait pas inutile d'ajouter un exposé général de la méthode de Cauchy. »

M. Imschenetsky a fait une autre étude aussi consciencieuse que celle dont nous venons de citer l'Introduction, et relative aux équations du second ordre. Nous en parlerons prochainement.

Bretschneider (C.-A.). — *Les courbes polaires harmoniques.* (24 p. ; all.)