BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 1 (1870), p. 208-224

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1870__1__208_0>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

SITZUNGSBERICHTE DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN. — WIEN, in Commission bei Karl Gerold's Sohn (*).

T. LVIII, juin-décembre 1868.

LOSCHMIDT (J.). — *Le potentiel d'une masse électrique en mouvement déduit du potentiel d'une masse en repos.* (8 p.)

UNFERDINGER (Fr.). — *Sur quelques formules remarquables de Trigonométrie sphérique.* (5 p.)

MATZEK. — *Sur la construction du plan tangent à une surface de révolution.*

Construction des lignes d'intensité lumineuse déterminée sur les surfaces de révolution, au moyen des sphères tangentes.

BOLTZMANN (L.). — *Sur les intégrales des équations différentielles linéaires à coefficients périodiques.*

WEYR (E.) — *Sur les lignes de courbure des surfaces du second degré, et sur les systèmes confocaux de ces surfaces.* (24 p.)

SCHELL (A.). — *Théorie générale du planimètre polaire* (21 p., 1 pl.)

WEYR (E.). — *Généralisation du théorème de Desargues, avec des applications.*

SCHLESINGER (J.). — *Les surfaces projectives. Contribution à la constitution de la Géométrie descriptive dans le sens de la nouvelle Géométrie.* (8 p.)

BOLTZMANN (L.). — *Études sur l'équilibre de la force vive entre des points matériels en mouvement.* (44 p.)

LOSCHMIDT (J.). — *Mouvement de l'électricité dans le courant électrique.*

(*) *Comptes rendus des séances de l'Académie impériale des Sciences de Vienne,* Classe des sciences mathématiques et physiques. — Vienne, Carl Gerold fils.

Chaque année se compose de dix livraisons grand in-8. Publié en langue allemande.

Exner (S.). — *Sur le temps nécessaire pour la perception visuelle.* (32 p.)

Weyr (E.). — *Sur la génération des courbes du troisième ordre.* (12 p.)

Schlesinger (J.). — *Représentation des projections collinéaires et des principes projectifs sous une forme appropriée à la Géométrie descriptive.* (19 p.)

Oppolzer (Th.), Weiss et Řiha. — *Rapports sur l'Expédition autrichienne entreprise pour l'observation de l'éclipse totale de Soleil de l'année* 1868 *à Aden.* (5 art., 102 p., 2 pl.)

Mach (E.). — *Observations sur la stéréoscopie monoculaire.*

Obermayer (A.). — *Expériences sur l'écoulement de l'argile plastique.* (19 p., 3 pl.)

Staudigl (R.). — *Application des projections centrales et parallèles dans l'espace à la résolution de divers problèmes sur les surfaces du second ordre.* (20 p.)

Niemtschik (R.). — *Procédé simple pour mener, par des points extérieurs, des normales aux surfaces du second ordre.*

Staudigl (R.). — *Constructions diverses, relatives aux surfaces du second degré, exécutées à l'aide des surfaces coniques et cylindriques.* (12 p.)

Winckler (A.). — *Sur les intégrales abéliennes complètes.* (39 p.)

Boltzmann (L.). — *Solutions d'un problème de Mécanique.* (10 p.)

Stolz (O.). — *Sur les caractères distinctifs des maxima et des minima des fonctions de plusieurs variables.* (18 p.)

T. LIX, janvier-mai 1869.

Handl (A.). — *Théorie du baromètre à balance.* (10 p.)

Niemtschik (R.). — *Sur la construction des points d'intersection des cercles et des sections coniques.* (9 p.)

Weyr (E.). — *Construction du cercle de courbure des courbes podaires.* (8 p.)

Staudigl (R.). — *Construction de l'ellipse.* (12 p.)

Winckler (A.). — *Sur quelques questions d'analyse élémentaire.* (39 p.)

Loschmidt (J.). — *Le second théorème de la théorie mécanique de la chaleur.* (24 p.)

Unferdinger (Fr.). — *Sur les deux intégrales générales*

$$\int x^n \cos[m \log(a+bx)]\,dx, \quad \int x^n \sin[m \log(a+bx)]\,dx,$$

et sur quelques formules qui s'y rattachent. (18 p.)

Unferdinger (Fr.). — *Différentes manières de mettre le produit*

$$(a^2+b^2+c^2+d^2)(a_1^2+b_1^2+c_1^2+d_1^2)\ldots(a_{n-1}+b_{n-1}^2+c_{n-1}^2+d_{n-1}^2),$$

sous forme d'une somme de quatre carrés. (10 p.)

Unferdinger (Fr.). — *Sur les caractères de divisibilité des nombres.*

Militzer (H.). — *Détermination des constantes d'un élément galvanique.* (9 p.)

Niemtschik (R.). — *Construction des points d'intersection de deux sections coniques.* (14 p.)

Winckler (A.). — *Sur le reste de la série de Taylor* (extrait). (16 p.)

Littrow (K. von). — *Dénombrement des étoiles boréales du Catalogue de Bonn d'après leurs grandeurs.* (28 p.)

M. de Littrow fait suivre son Catalogue de calculs sur la distribution probable des étoiles dans l'espace, en les supposant à des distances égales les unes des autres. Ces considérations le conduisent à des conclusions à peu près conformes à celles de W. Herschel.

Schlesinger (J.). — *Représentation des projections collinéaires dans l'espace par des transformations orthogonales.* (9 p., 1 pl.)

Boltzmann (L.). — *Sur la résistance de deux cylindres creux superposés.* (10 p.)

Stefan (J.). — *Sur les formules fondamentales de l'électrodynamique.* (77 p.)

Étude sur la loi d'action de deux éléments de courant donnée par Ampère.

WALTENHOFEN (A. von). — *Sur les limites de l'aimantation du fer et de l'acier.* (9 p.)

OPPOLZER (Th.). — *Rapport sur l'Expédition autrichienne pour l'observation de l'éclipse totale de Soleil de 1868 à Aden. — VI. Coordonnées géographiques d'Aden.* (15 p.)

T. LX, juin-juillet 1869.

BOLTZMANN (L.). — *Sur l'action électrodynamique mutuelle des parties d'un courant électrique de forme variable.* (19 p., 1 pl.)

KIECHL (Fr.). — *Essais pour déterminer l'équivalent calorique de l'électricité* (19 p.)

En prenant pour unité d'électricité la quantité capable d'extraire de l'eau 1 gramme d'hydrogène à zéro centigrade et $0^m,760$ de pression, on demande le nombre des unités de chaleur qui peuvent être produites par l'emploi de cette unité d'électricité. Ce nombre est identique avec la chaleur de combustion de 1 gramme d'hydrogène (à zéro et $0^m,760$) dans l'oxygène, sous la condition que la vapeur produite soit transformée en eau à zéro. La moyenne des expériences conduit au nombre 33653.

WEISS (E.). — *Rapport sur l'Expédition autrichienne pour l'observation de l'éclipse totale de Soleil de 1868 à Aden. — VII. Observations d'étoiles filantes à Aden.* (15 p., 1 pl.)

WINCKLER (A.). — *Sur quelques intégrales multiples.* (9 p.)

Réduction de certaines intégrales multiples, portant sur des fonctions exponentielles.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, publiés par MM. les Secrétaires perpétuels (*). T. LXX.

N° 16. Séance du 18 avril 1870.

M. MOUTARD. — *Recherches sur les équations aux dérivées partielles du second ordre à deux variables indépendantes.* (Mémoire présenté.)

L'Extrait inséré nous permet de donner à nos lecteurs une idée

---

(*) Voir *Bulletin*, p. 154.

des résultats obtenus par M. Moutard. Ce géomètre a entrepris l'étude minutieuse de la forme la plus élémentaire dont soit susceptible l'intégrale générale des équations aux dérivées partielles du second ordre à deux variables indépendantes, à savoir : celle qui consiste en une relation unique entre les trois variables, deux fonctions arbitraires de quantités distinctes formées explicitement avec les trois variables, et les dérivées en nombre limité de ces fonctions arbitraires, les arbitraires n'entrant d'ailleurs sous aucun signe d'intégration.

Dans la première Partie de son Mémoire, M. Moutard donne la forme générale des équations aux dérivées partielles de la forme précédente, et indique comment on peut en effectuer l'intégration. La question est ramenée dans cette première Partie à l'intégration d'une équation linéaire de Laplace.

Dans la deuxième Partie, l'auteur construit l'équation de Laplace la plus générale, susceptible d'être intégrée entièrement sous forme finie, avec deux fonctions arbitraires et leurs dérivées en nombre déterminé m et n.

Enfin, dans la troisième Partie de son Mémoire, M. Moutard examine les équations particulières de la forme

$$\frac{d^2 z}{du\,dv} = A(u, v)z$$

et cherche dans quel cas on peut en déterminer l'intégrale en termes finis. Il a trouvé la solution complète de ce problème, qui se présente dans plusieurs recherches géométriques.

Au reste, nous aurons l'occasion de revenir sur cette importante étude, quand elle aura été publiée.

M. G. Quesneville. — *Remarque relative à une Note M. C. Flammarion sur la loi du mouvement de rotation des planètes.*

N° 17. Séance du 25 avril 1870.

M. Delaunay. — *Découverte d'une petite planète à l'Observatoire de Marseille.*

M. Faye. — *Sur l'observation spectrale des protubérances solaires.* (Travaux de M. Respighi.)

M. Faye. — *Sur les procédés d'observation photographique proposés par M. Paschen pour le prochain passage de Vénus.*

M. DE SAINT-VENANT. — *Comparaison des évaluations de la poussée des terres par la considération rationnelle de l'équilibre limite, et par l'emploi du principe dit* de moindre résistance, *de Moseley.*

M. DURRANDE. — *Sur les surfaces du quatrième ordre.*

M. FLAMMARION. — *Réponse à une observation relative à la loi du mouvement de rotation des planètes.*

M. CHASLES. — *Nouvel énoncé d'un théorème de M. Spottiswoode.*

« Chaque point d'une surface est sextactique en dix des sections faites par les plans d'un faisceau dont l'axe passe par le point. »

M. Spottiswoode entend par sextactique un point d'une courbe qui admet une conique osculatrice au cinquième ordre. C'est l'expression dont il s'est servi, ainsi que M. Cayley, dans plusieurs Mémoires importants.

Sous cette nouvelle forme, le théorème est à l'abri des objections que nous lui avons adressées. (Voir *Bulletin,* p. 155.)

M. CHASLES fait hommage à l'Académie, de la part de M. *Cremona,* d'un Mémoire en italien, extrait des *Comptes rendus de l'Institut royal Lombard* (2e série, t. III) sur les 27 droites d'une surface de troisième ordre, sujet qui, depuis quelques années, n'a pas cessé d'occuper les géomètres, et sur lequel M. *C. Jordan*, notamment, a adressé quelques Communications à l'Académie (*Comptes rendus,* 12 avril 1869, p. 865; 14 février 1870, p. 326), que cite M. Cremona.

N° 18. Séance du 2 mai 1870.

M. le Président informe l'Académie de la perte qu'elle vient de faire dans la personne de M. Lamé, décédé le 1er mai.

M. l'abbé AOUST. — *Sur les roulettes en général.*

L'auteur étudie le roulement d'une courbe gauche sur une autre défini par la condition qu'à chaque instant les plans osculateurs des deux courbes au point de contact coïncident. Le mouvement de la courbe mobile rentre donc dans la classe de ceux qui se composent d'une suite de rotations. Il nous semble qu'on peut obtenir de tels mouvements d'une manière générale, en faisant rouler sur une surface gauche une surface gauche applicable sur la première, de manière qu'à chaque instant les génératrices correspondantes coïncident. Alors toute ligne géodésique de la surface mobile roulerait sur la géodésique correspondante de la surface fixe, suivant le mode indiqué par M. l'abbé Aoust. Les théorèmes intéressants que donne d'ailleurs ce géomètre comprennent comme cas très-particuliers ceux qu'on connaissait déjà sur les roulettes planes et sphériques.

M. Breton (de Champ). — *Sur les lignes de plus grande pente à déclivité maximum ou minimum.*

L'auteur démontre que de telles lignes ont toujours pour projection horizontale une ligne droite.

N° 19. Séance du 9 mai 1870.

M. Mannheim. — *Quelques résultats obtenus par la considération du déplacement infiniment petit d'une surface algébrique.*

« Steiner, dans un *Mémoire sur les courbes et les surfaces algébriques* (*), a cherché le nombre des normales qu'on peut abaisser d'un point sur une courbe algébrique ou sur une surface algébrique. Pour une courbe de degré m, il arrive de trois manières à montrer que, d'un point, on peut mener à cette courbe m^2 normales. Son premier procédé consiste à déplacer infiniment peu la courbe autour du point donné; les m^2 points d'intersection de la courbe considérée dans sa première position et dans sa position voisine, sont les pieds des normales cherchées.

» Steiner n'a pas étendu ce procédé au cas de l'espace. M. August a fait connaître cette généralisation (**); il considère pour cela deux déplacements infiniment petits autour de deux droites quelconques issues du point où l'on veut mener les normales.

» Je me propose de montrer comment, dans l'espace, l'emploi de déplacements infiniment petits conduit non-seulement au nombre de normales qu'on peut abaisser d'un point sur une surface algébrique, mais encore à quelques autres résultats nouveaux. »

Après les quelques lignes qui précèdent et qui forment le début de la Communication de M. Mannheim, nous indiquerons les théorèmes suivants :

« Les pieds des normales abaissées de tous les points d'une droite sur une surface de degré m appartiennent à une courbe de degré m^2.

(*) *Journal de Crelle*, t. XLIX; — *Journal de M. Liouville*, t. XX.

(**) *Journal de Crelle-Borchardt*, t. LXVIII, p. 242.

» Les normales forment une surface gauche d'ordre m^3.

» Il y a donc m^3 normales rencontrant deux droites.

» Il y a $m^3\alpha\beta$ normales rencontrant deux courbes d'ordres α et β. »

M. C. Jordan. — *Sur la division des fonctions hyperelliptiques.*

Nous citerons seulement le théorème suivant :

« Si l'on connaissait l'une des racines de l'équation X_n de la division en p parties égales des fonctions à $2n$ périodes, on obtiendrait les autres en résolvant : 1° une équation X_{n-1} analogue à celle de la division en p parties des fonctions à $2n-2$ périodes; 2° une équation abélienne de degré $p-1$; 3° $2n-1$ équations abéliennes de degré p.

M. Allégret. — *Note sur l'existence de nouvelles classes renfermant chacune un nombre illimité de courbes algébriques planes, dont les arcs offrent une représentation exacte de la fonction elliptique de première espèce.*

M. Valson. — *Étude sur les actions moléculaires, fondée sur la théorie de l'action capillaire.*

TRANSACTIONS of the Cambridge Philosophical Society. — In-4°. T. XI, 1866-69.

Cayley (A.). — *Sur la théorie de l'involution.* (18 p.)

U, U', U''... représentant des quantiques, et λ, λ', λ'',... des constantes, les quantiques sont dits en involution, s'ils satisfont à une équation linéaire de la forme

$$\lambda U + \lambda' U' + \lambda'' U'' + \ldots = 0.$$

En particulier le lieu de l'équation $U + kV = 0$ est en involution avec les lieux $U = 0$, $V = 0$. M. Cayley s'occupe surtout, dans ce Mémoire, des points singuliers du lieu $U + kV = 0$.

Cayley (A.). — *Sur un cas de l'involution des courbes du troisième degré.* (42 p.)

Ce Mémoire se rapporte à l'involution

$$xyz + k(x+y+z)^2(\lambda x + \mu y + \nu z) = 0.$$

Voir le Mémoire précédent, ainsi que les deux Mémoires du même auteur : *On the Cubic Centres of a Line with respect to three Lines and a Line,* insérés dans le *Philosophical Magazine,* t. XX, p. 418-423 (1860), et t. XXII, p. 433-436 (1861).

CAYLEY (A.). — *Sur la classification des courbes du troisième degré.* (48 p., 2 pl.)

Exposition des classifications établies par Newton, Stirling, Murdoch, puis, sur des bases nouvelles, par Plücker, dans son *System der analytischen Geometrie* (1835). L'auteur développe, plus que ne l'a fait Plücker, la théorie de la division en groupes.

CAYLEY (A.). — *Sur les cônes et les courbes du troisième degré.* (16 p.)

Ce Mémoire est consacré au développement du théorème établi par Newton dans son *Enumeratio linearum tertii ordinis*, que toutes les courbes du troisième degré peuvent être considérées comme des projections coniques des cinq paraboles divergentes.

DE MORGAN (A.). — *Sur l'infini et sur le signe d'égalité.* (45 p.)

DE MORGAN (A.). — *Théorème concernant les séries neutres.* (13 p.)

M. de Morgan appelle ainsi les séries telles que $1 - 1 + 1 - 1 + \ldots$, qui forment le passage entre les séries dont la somme converge vers une limite déterminée, et celles dont la somme croît à l'infini. La question qui fait l'objet de ce Mémoire est de savoir si une telle série ne provient pas toujours du développement d'une fonction qui, pour la valeur considérée de la variable, tend vers la limite $\frac{1}{2}$.

DE MORGAN (A.). — *Sur l'histoire des origines des signes + et —.* (10 p.)

CLIFTON (R.-B.). — *Note sur le Mémoire précédent.* (6 p.)

M. de Morgan a trouvé l'indication de ces signes dans un Ouvrage plus ancien de près de quarante ans que le livre de Rudolf, et publié en 1489 par Johannes Widman, d'Egra.

TODHUNTER (I.). — *Sur la méthode des moindres carrés.* (20 p.)

Laplace a étudié la méthode des moindres carrés dans sa *Théorie des probabilités,* pour les seuls cas de la détermination d'*un* et de *deux* éléments d'après un grand nombre d'observations, et il annonce, sans le justifier, que son analyse, déjà très-compliquée pour le cas de deux éléments, pourrait s'étendre à un nombre quelconque d'éléments. M. Todhunter, dans son *Histoire du calcul des probabilités* (*), (p. 578), a présenté des recherches sur le cas général du problème, en se servant d'une méthode toute différente de celle que Laplace a employée pour deux éléments. Dans le présent Mémoire, il démontre un résultat remarquable, que Laplace n'avait fait qu'énoncer dans le premier *Supplément* à son Ouvrage. Il développe ensuite le procédé de Laplace relatif à deux éléments, et en déduit plusieurs résultats qui s'appliquent à des éléments en nombre quelconque.

De Morgan (A.). — *Sur la racine d'une fonction quelconque, et sur les séries neutres* (2e Mémoire). (28 p.)

Démonstration du théorème, que toute équation $\varphi(n) = 0$, dans laquelle $\varphi(n)$ peut se mettre sous la forme $P + Q\sqrt{-1}$, admet au moins une racine.

Cayley (A.). — *Sur certaines surfaces gauches.* (13 p.)

Le but de ce Mémoire est d'introduire certaines modifications aux considérations employées par M. J. de la Gournerie, dans son livre intitulé : *Recherches sur les surfaces réglées tétraédrales symétriques, avec des notes par A. Cayley.* (In-8°, Paris, 1867.)

Cayley (A.). — *Sur les six coordonnées d'une ligne.* (34 p.)

En désignant par p, q, r, s, t, u les six déterminants que l'on peut former avec le tableau d'éléments

$$\left\| \begin{matrix} x, & y, & z, & w \\ \alpha, & \beta, & \gamma, & \delta \end{matrix} \right\|,$$

on a identiquement

$$ps + qt + ru = 0.$$

La considération du cône représenté par une équation homogène $V = 0$ entre les six coordonnées p, q, r, s, t, u a déjà conduit l'auteur, il y a plusieurs années, à de nombreux et importants résultats. Ces coordonnées sont les mêmes qu'a employées Plücker, dans son remarquable Mémoire : *On a new Geometry of Space* (*Phil. Trans.*, 1865, p. 725-791), mais en suivant une marche toute diffé-

(*) *A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace.* Cambridge and London, 1865. In-8°, XVI-624 p. Prix : 18 shillings.

rente. *Voy.* encore le Mémoire de Lüroth : *Zur Theorie der windschiefen Flächen* (*Journal de Crelle-Borchardt*, t. LXVII, 1867, p. 130-152). M. Cayley applique ici ces coordonnées à la question de l'involution de six lignes.

Röhrs (J.-H.). — *Sur les efforts qu'éprouvent les pièces d'artillerie, et sur les vibrations des corps solides en général.* (36 p.)

Discussion de certaines équations, dont l'intégration permet d'estimer à peu près la quantité dont la tension d'une pièce de grosse artillerie, sous l'action de l'inflammation de la poudre, peut surpasser la tension qu'elle éprouverait si la pression des gaz pendant la combustion agissait suivant les lois de la statique. Recherche des moyens qui peuvent rendre un canon plus efficace, sans augmenter le risque de la rupture.

Boole (G.). — *Des propositions définies numériquement.* (16 p.)

Ce Mémoire posthume, communiqué par M. de Morgan, a trait à un ordre de questions philosophiques dont ce dernier s'est particulièrement occupé, et qui concernent la logique des sciences exactes.

Stokes (G.-G.). — *Supplément d'un Mémoire sur la discontinuité des constantes arbitraires qui se présentent dans les développements divergents.* (14 p.)

Les transformations exposées dans ce Mémoire sont, abstraction faite de la question de la discontinuité des constantes, des cas particuliers de celles qui sont contenues dans un Mémoire de M. Kummer. (*Journal de Crelle,* t. XV, 1836, p. 39-127.) Mais la discontinuité des constantes, qui forme le principal objet du présent Mémoire, a été complétement laissée de côté par le géomètre allemand.

Airy (G.-B.). — *Sur la décomposition en facteurs du trinôme* $x^n - 2\cos n\alpha + \frac{1}{x^n}$. (18 p.)

Adams (J.-C.). — *Note sur la décomposition en facteurs de* $x^n + \frac{1}{x^n} - 2\cos n\alpha$. (2 p.)

MEMORIE dell' Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna (*). — Serie seconda.

T. VII; 1868.

Cremona (L.). — *Préliminaires d'une théorie géométrique des surfaces.*

Mémoire divisé en deux Parties, dont la première a paru dans le tome précédent. (46-50 p.)

Chelini (D.). — *Usage du principe géométrique de la résultante dans la théorie des tétraèdres.* (20 p.)

Beltrami (E.). — *Sur les propriétés générales de la surface d'aire minimum.* (70 p.)
Résumé des travaux des divers géomètres sur ce sujet, précédé d'un historique très-complet de la question.

T. VIII; 1869.

Chelini (D.). — *De la courbure des surfaces, par une méthode directe et intuitive.* (50 p.)

Sacchetti (L.). — *Considérations sur l'origine de la théorie mécanique de la chaleur.* (14 p.)

Cremona (T.). — *Sur les surfaces gauches du quatrième degré.* (16 p.)

Chelini (D.). — *Théorie des coordonnées curvilignes dans l'espace et dans les surfaces.* (52 p.)

Beltrami (E.). — *Sur la théorie générale des paramètres différentiels.* (42 p.)

GIORNALE di matematiche. — 8e année. Janvier-février, mars-avril 1870 (**).

Isè (E.). — *Note sur la résultante de deux équations.* (27 p.; it.)
Exposition d'une méthode qui conduit à une règle pour écrire immédiatement la résultante de deux équations, l'une du degré *n*, l'autre

(*) Un volume par année, divisé en quatre fascicules, grand in-4. En langue italienne.

(**) Voir *Bulletin*, p. 152.

du deuxième ou du troisième degré. L'expression de la résultante est ordonnée suivant les puissances du terme connu de l'équation de degré inférieur, et a une forme telle, qu'elle n'admet pas de réductions ultérieures.

Calzolari (L.). — *Note sur l'équation* $u^2 = Ax^2 \pm By^2$. (7 p.; it.)

Démonstration d'un théorème différent de celui de Legendre, et qui non-seulement rend manifeste la possibilité ou l'impossibilité en nombres entiers de l'équation $u^2 = Ax^2 \pm By^2$, mais encore, sans recourir au procédé de Lagrange, présente l'avantage de déterminer pour x, y, u deux systèmes de valeurs, dont chacun sert ensuite à composer les formules de la solution générale.

Aschieri (F.) — *Sur un complexe du second degré.* (3 p.; it.)

L'objet de cette Note est une génération des complexes du second degré, dont l'équation peut se ramener à la forme particulière qui ne contient que les carrés des coordonnées de la ligne droite. L'auteur trouve que, pour tout complexe du second degré dont l'équation est réductible à la forme susdite, il existe une série simplement infinie de surfaces du second degré, que l'on peut faire correspondre deux à deux, de manière que le complexe lui-même soit ou le lieu géométrique des droites divisées harmoniquement par deux surfaces correspondantes, ou encore l'ensemble des droites qui déterminent, avec les plans tangents de ces surfaces correspondantes, des faisceaux harmoniques de quatre plans.

Battaglini (G.).— *Sur les formes ternaires quadratiques* (1re Partie). (22 p.; it.)

Ce Mémoire a pour objet la représentation des formes ternaires quadratiques. L'auteur commence par considérer le *continu* (*il continuo*) à deux dimensions d'une manière tout à fait abstraite et indépendante des conceptions géométriques. En supposant que l'on considère trois variables, et que l'on attribue à leurs rapports toutes les valeurs possibles, l'*ensemble* de ces valeurs est ce qui constitue le *continu* à deux dimensions. L'*élément* de ce continu est la *détermination* qui s'y opère par les valeurs attribuées aux rapports entre les variables, et les valeurs elles-mêmes de ces variables sont les *coordonnées* de l'élément. Le principe de dualité, qui coordonne par couples les propriétés du continu, résulte immédiatement de la considération d'une seconde espèce d'éléments, dont chacun a pour coordonnées les coefficients des variables dans une relation linéaire établie entre ces mêmes variables. Les deux espèces d'éléments du continu à deux dimensions sont distinguées, dans la représentation géométrique du continu, sous les noms d'éléments de *première classe* et d'éléments de *premier ordre*. D'une manière indépendante de toute considération géométrique, l'auteur définit encore les concepts : 1° de *triade fondamentale* d'éléments ; 2° de coordonnées d'un élément *par rapport* à une triade quelconque ; 3° de rapport *anharmonique* et *harmonique* entre deux couples d'éléments ; 4° de couples en *involution*, et 5° de séries *équiharmoniques* d'éléments.

Après ces préliminaires, l'auteur passe à la discussion de la quadrique ternaire ; en supposant qu'elle détermine dans le continu une série d'éléments de première classe, par la considération des couples d'éléments de la série *infiniment peu différents* entre eux, on déduit de la forme proposée une autre forme ternaire quadratique (la forme *conjointe* à la première), laquelle détermine dans le continu une série d'éléments de premier ordre, intimement liée à la série des éléments de première classe. Les formes ternaires quadratiques conjointes correspondent à la double représentation géométrique d'une forme ternaire, savoir : comme *locale*, ou comme *enveloppe* d'éléments. Ensuite, l'auteur s'occupe de trouver : 1° la condition pour qu'une forme quadratique ternaire puisse s'exprimer comme forme quadratique à deux variables, auquel cas la série d'éléments de première classe ou de premier ordre, représentée par la quadrique, se réduit à une couple d'éléments de premier ordre ou de première classe ; et 2° la condition pour qu'une forme ternaire quadratique puisse s'exprimer au moyen d'une seule variable, auquel cas les éléments de la couple en question *coïncident* l'un avec l'autre.

Les considérations du *covariant* d'une forme ternaire quadratique, dit *émanant pur* de la forme par rapport à un élément, ou *émanant mixte* de la forme par rapport à une couple d'éléments, conduit l'auteur à établir les propriétés *harmoniques* de la forme ternaire relatives : 1° à l'élément de premier ordre ou de première classe, harmonique d'un élément de première classe ou de premier ordre par rapport à une quadrique (*pôle* et *polaire*) ; 2° aux couples d'éléments de premier ordre ou de première classe, harmoniques l'un de l'autre par rapport à une quadrique (*pôles conjugués* et *polaires conjuguées*) ; et enfin 3° aux triades d'éléments conjuguées harmoniques par rapport à la même quadrique (triades de *pôles conjugués* et de *polaires conjuguées*).

Après avoir exposé quelques propriétés relatives aux éléments communs à une quadrique et à une forme linéaire, M. Battaglini passe au développement de la très-importante conception de Cayley [*Sixth Memoir on Quantics* (*Philos. Trans.*, vol. CXLIX, 18)], au moyen de laquelle on établit les relations métriques des figures sur une base entièrement analytique. En imaginant avec Cayley deux quadriques conjointes, auxquelles se rapportent tous les éléments de première classe et de premier ordre du continu, et qui constituent l'*absolu* du système, on peut, au moyen des coefficients de ces quadriques et des coordonnées de deux éléments (de première classe ou de premier ordre) composer une formule que l'on prend, par définition, comme expression analytique de l'*intervalle* entre ces deux éléments. Cette expression est caractérisée par la propriété que, pour trois éléments quelconques, de première classe ou de premier ordre, appartenant à un même élément de premier ordre ou de première classe, l'intervalle entre le premier et le second élément, ajouté à l'intervalle entre le second et le troisième, donne l'intervalle entre le premier et le troisième. De l'expression de l'intervalle on déduit : 1° que deux éléments de première classe ou de premier ordre, d'intervalle égal à un quadrant, sont conjugués harmoniques par rapport à l'absolu; 2° que l'intervalle entre deux éléments de première classe ou de premier ordre est égal à l'intervalle entre les deux éléments de premier ordre ou de première classe, harmoniques respectivement des deux premiers par rapport à l'absolu; 3° que par *intervalle* entre deux éléments, l'un de première classe, l'autre de premier ordre, on peut entendre le complément au quadrant de l'intervalle entre un des éléments proposés et l'élément harmonique de l'autre par rapport à l'absolu; et enfin 4° que tous les éléments à intervalle constant d'un élément donné constituent une quadrique (quadrique *circulaire*), qui a avec l'absolu deux couples d'éléments conjoints communs.

De tout cela, l'auteur déduit avec facilité la représentation géométrique du continu à deux dimensions, et les relations métriques fondamentales correspondantes. En supposant que les éléments de première classe et ceux de premier ordre soient les droites et les plans concourants en un point, il suffit d'observer que la propriété caractéristique de l'*intervalle* appartient à l'angle compris entre deux droites ou entre deux plans du système, pour en déduire : 1° la signification géométrique de l'absolu; 2° celle des coordonnées de la droite et du plan; 3° les relations connues de la Trigonométrie entre les parties d'une triade de droites ou de plans; 4° les relations métriques fondamentales de la Géométrie analytique du point. Si l'on suppose ensuite que les éléments de première classe et de premier ordre du système soient les points et les droites situés dans un plan, et si l'on observe que la propriété caractéristique de l'*intervalle* appartient au segment rectiligne compris entre deux points, et à l'angle compris entre deux droites, on aura les formules correspondantes à la Géométrie du plan.

(Le Mémoire sera continué dans les fascicules suivants du Journal.)

Zannotti (M.). — *Leçons de Physique mathématique* (*sur la Thermodynamique*), professées à l'Université de Naples en 1868-1869. (24 p.; it.) (Suite du tome VII de ce Journal.)

Capacités thermiques des gaz. Les équations principales appliquées aux gaz permanents. Lignes thermiques de gaz permanents. Altérations produites dans l'état d'un gaz avec réversibilité ou non-réversibilité. Application aux vapeurs, vapeur saturée et vapeur réchauffée. Tension de la vapeur saturée. Chaleur de fluidité et de vaporisation. Chaleur latente, intérieure et extérieure. Densité des vapeurs saturées. Équations principales pour les mélanges de la vapeur et du liquide générateur. Courbes thermiques de ces mélanges.

Houël (J.). — *Note sur l'impossibilité de démontrer par une construction plane le principe de la théorie des parallèles, dit* Postulatum d'Euclide. (6 p.; fr.)

Padova (E.). — *Application de la méthode d'Hamilton au mouvement d'un point sur une surface.* (7 p.; it.)

L'auteur s'est proposé dans cette Note de déduire d'une manière facile du théorème d'Hamilton, modifié par Jacobi, pour le cas le plus simple, c'est-à-dire pour celui d'un point libre, l'équation aux dérivées partielles qui définit la fonction principale pour le mouvement d'un point sur une surface, et d'appliquer les formules ainsi obtenues à quelques cas particuliers.

Bitonti (V.-N.). — *Théorèmes de Géométrie élémentaire à démontrer.*

Del Grosso (R.). — *Mémoire sur l'attraction des sphéroïdes.* (32 p.; it.) (Suite du tome VII de ce Journal.)

Chapitre V. Attraction d'une masse homogène terminée par une surface quelconque du second degré. — *Chapitre VI.* Théorèmes de Mac-Laurin, d'Ivory et de Newton. — *Chapitre VII.* Application des théorèmes précédents au calcul de l'attraction d'un ellipsoïde plein homogène. — *Chapitre VIII.* Théorème de Green. Attraction des couches de niveau. (*A continuer.*)