Revue bibliographique

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 1 (1870), p. 201-207

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1870__1__201_0>

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.

OPPOLZER (TH.). — LEHRBUCH ZUR BAHNBESTIMMUNG DER KOMETEN UND PLANETEN. Erster Band. — Gr. in-8°; 1870. Leipzig, Verlag von W. Engelmann. Pr. : $4\frac{2}{3}$ Thlr.

M. Oppolzer vient de publier la première Partie de ses *Leçons d'Astronomie* à l'Université de Vienne; cette Partie a pour objet la détermination de l'orbite d'un corps céleste, comète ou planète, d'après trois ou quatre observations.

Ce problème a, comme on sait, provoqué les recherches des plus grands géomètres et astronomes : au commencement de ce siècle, Gauss en a donné, dans le cas des planètes, une solution merveilleuse de simplicité, d'élégance et de précision; c'est en grande partie d'après la méthode de Gauss qu'ont été calculées les orbites des cent dix petites planètes découvertes jusqu'ici entre Mars et Jupiter. Divers perfectionnements ont été successivement apportés à la méthode par les astronomes qui s'occupaient de ces recherches. M. Oppolzer les reproduit avec soin, et propose lui-même une nouvelle méthode pour la détermination de l'orbite d'une planète d'après trois ou quatre observations; dans les cas où il l'a appliquée, elle l'emporte, au point de vue de la précision et de la rapidité, sur celle de Gauss. Ne serait-ce donc qu'à ce titre, son Ouvrage ne fait pas double emploi avec le livre très-soigné publié récemment sur le même sujet par Watson (*); il est appelé à rendre des services utiles aux amis de l'Astronomie; aussi pensons-nous qu'on désirera voir paraître le plus promptement possible la seconde Partie, celle où l'auteur exposera la correction des éléments de l'orbite d'après un grand nombre d'observations, et en tenant compte des perturbations *spéciales* produites par les planètes voisines du corps céleste que l'on considère.

Nous allons essayer de donner une idée des matières traitées dans le premier volume.

La première Partie (partie préparatoire) s'étend jusqu'à la page 92; l'auteur y définit d'abord avec précision les éléments des orbites des comètes, sans faire de distinction entre le mouvement direct et le mouvement rétrograde, en comptant l'inclinaison de zéro à 180 de-

(*) WATSON, *Theorical Astronomy;* Philadelphie, 1868.

grés; il met en regard les éléments de deux orbites, exprimés dans ce système et dans l'ancien, où l'on spécifie la nature du mouvement, direct ou rétrograde. Il s'occupe ensuite de la transformation des coordonnées écliptiques en équatoriales ou inversement, donne des exemples numériques, et indique les précautions à prendre, dans certains cas, pour obtenir toujours la plus grande précision, par exemple quand les latitudes sont très-faibles. Il rappelle les formules pour passer des coordonnées géocentriques aux héliocentriques et les formules inverses, celles qui permettent de tenir compte de la parallaxe, quand on connaît la distance de l'astre à la Terre, ou, quand on ne la connaît pas, en introduisant, dans ce dernier cas, le *lieu fictif*; en opérant ainsi, on a l'avantage de pouvoir tenir compte tout de suite de la latitude du Soleil.

Pour le mouvement dans l'orbite parabolique, nous trouvons, à la fin du volume, la Table de Barker légèrement modifiée; c'est la Table V, qui donne la valeur de $M = \frac{t}{q^{\frac{3}{2}}}$ pour les valeurs de v comprises entre zéro et 30 degrés, et variant de minute en minute, et les valeurs de $\log M$, quand v est compris entre 30 et 175 degrés; la Table VI permet d'appliquer la méthode de Bessel, quand l'anomalie vraie est trop forte, plus grande que 167 degrés, et elle est alors d'un emploi plus commode que la Table de Barker.

Pour les orbites voisines de la parabole, nous voyons mentionnées les méthodes de Bessel et de Brünnow, tandis que celle de Gauss y est traitée en détail et avec des exemples numériques; l'application de cette méthode est facilitée par l'emploi des Tables V et VII.

Les derniers Chapitres de la première Partie ont en vue les corrections de précession, nutation et aberration.

Nous arrivons à la deuxième Partie, la détermination des orbites, et d'abord celle des orbites paraboliques.

Cinq données suffisant pour déterminer une orbite parabolique, la seconde observation sera employée seulement à fournir une relation entre les deux quantités nécessaires à fixer la position d'un grand cercle auxiliaire passant par le second lieu observé. L'auteur expose les relations connues provenant de ce que les trois positions de la comète sont dans un plan passant par le Soleil, et il en tire l'équation

$$\rho''' = m + M\rho',$$

m et M étant des fonctions des quantités observées et des secteurs triangulaires compris entre le Soleil et les positions de la comète prises deux à deux.

Il démontre ensuite l'équation d'Euler (appelée d'ordinaire l'*équation de Lambert*), reproduit une transformation élégante d'Encke relative à cette équation, et qui permet de calculer aisément la corde comprise entre deux positions de la comète, quand on connaît les distances de ces positions au Soleil et le temps que la comète emploie à passer de l'une à l'autre. Il développe en séries les expressions des secteurs triangulaires, détermine l'ordre de petitesse des divers termes, et montre très-bien qu'on aura la précision désirable si l'on assujettit le grand cercle auxiliaire à passer par le lieu moyen du Soleil; c'est la méthode d'Olbers qui donne $m = 0$, et simplement $\rho''' = M\rho'$. Si le grand cercle dont on vient de parler coïncide à peu près avec celui qui passe par les positions extrêmes de la comète, la quantité M se présente presque sous la forme $\frac{0}{0}$; elle est mal déterminée. C'est le cas d'exception de la méthode d'Olbers. M. Oppolzer cherche à déterminer M le mieux possible par un choix convenable du grand cercle, et, au lieu de le faire passer par le lieu moyen du Soleil, il trouve qu'il faut le prendre perpendiculaire au grand cercle mené par les positions extrêmes de la comète. Mais alors il perd la forme simple d'Olbers; m n'est plus nul, et il a

$$\rho''' = m + M\rho'.$$

Cela constitue donc une méthode qu'il propose pour remplacer celle d'Olbers, mais seulement dans le cas d'exception.

En cherchant, d'après Clausen, avec quelle précision se trouvent déterminés les éléments dans la méthode d'Olbers, il montre que la sienne (pour le cas d'exception) est de beaucoup préférable à celles qu'ont proposées pour le même cas Encke et Klinkerfues.

Puis vient le calcul de ρ' par une série d'hypothèses et d'interpolations; les formules sont appliquées à la comète III de 1867 d'après la méthode d'Olbers et d'après celle de l'auteur. On trouve ensuite le calcul usuel des éléments à l'aide de ρ' et ρ''', et le moyen de faire une première correction de l'orbite, quand le lieu moyen calculé ne coïncide pas avec le lieu moyen observé; on modifie convenablement la valeur de M.

Enfin l'auteur traite avec facilité une question intéressante, la détermination de l'orbite parabolique d'un essaim d'étoiles filantes, d'après la connaissance du point radiant.

Détermination de l'orbite d'une planète d'après trois observations : Méthode de Gauss. — M. Oppolzer arrive rapidement, avec Gauss et Hansen, à l'équation

$$K \cos\beta'' \rho'' = b_0 + \frac{c_0 Q}{r''^3},$$

où K, β'', b_0, c_0 sont des fonctions des données de l'observation; le développement en série de Q lui montre que, dans la première approximation, on peut prendre

$$Q = \tau' \tau''',$$

et même il ajoute, avec Encke, un petit terme de l'ordre de ceux négligés, mais qui est souvent plus sensible, et du reste aisé à calculer.

Les cas d'exception de la méthode de Gauss sont exposés avec détail; avant tout, les intervalles des observations ne doivent pas être trop petits; dans le cas d'une planète, il faut généralement que le mouvement géocentrique soit d'au moins 1 ou 2 degrés, et 4 degrés dans le cas d'une comète. Il faut, en second lieu, que le grand cercle qui passe par les positions extrêmes de la planète et celui qui contient les lieux moyens de la planète et du Soleil ne se coupent pas sous un angle trop voisin de zéro ou de 180 degrés. C'est cet angle, en quelque sorte le poids de la détermination de l'orbite, que M. Hansen voudrait toujours voir figurer à côté des éléments. M. Oppolzer propose avec raison de prendre pour criterium le produit du sinus de l'angle précédent par le sinus de la distance des lieux moyens de la planète et du Soleil. En dernier lieu, les latitudes de la planète ne doivent pas être trop petites.

L'auteur donne des formules qui ne sont pas sujettes à exception, tout en étant assez simples, pour déduire ρ' et ρ''' de ρ'' supposé connu.

Il fait voir ensuite, d'après V. Knorre, que, dans les hypothèses successives, on peut se contenter de faire varier Q, sans changer en meme temps P et Q, comme le fait Gauss. La suite du calcul est à peu près la même que dans le *Theoria motus*; mentionnons cependant la fraction continue de M. Hansen, qui très-souvent offre le moyen le plus expéditif pour le calcul de $\eta - 1$.

Vient ensuite un résumé des formules, avec distinction du cas où l'orbite est complétement inconnue (et où l'on ne peut pas corriger d'abord de l'aberration) et de celui où elle est approximativement connue, et enfin une application numérique à la planète Elpis.

Citons encore la détermination des éléments dans le cas d'une orbite voisine de la parabole, et son application à la comète III de 1862.

Détermination de l'orbite d'une planète d'après trois observations : Méthode de M. Oppolzer. — L'auteur a trouvé une nouvelle solution qui lui semble surpasser les méthodes connues sous le rapport de la précision et de la rapidité. Ainsi, dans l'exemple de Cérès rapporté par Gauss, et où l'on embrasse un intervalle de temps de deux cent soixante jours, la convergence des approximations est si faible, que, après trois hypothèses, le résultat n'est pas satisfaisant; grâce à un calcul d'interpolation, la quatrième hypothèse approche assez de la vérité; néanmoins une cinquième est encore nécessaire, et, sans le calcul d'interpolation, il n'aurait pas fallu moins de neuf hypothèses. Dans la nouvelle méthode, deux hypothèses suffisent le plus souvent, et la troisième donne toute la précision qu'on peut espérer avec les Tables à sept décimales. Les calculs préparatoires sont moins longs, et chaque hypothèse ne demande pas plus de temps que dans la méthode de Gauss. A l'appui de ce qu'il avance, l'auteur reproduit *in extenso* le calcul de l'orbite de Cérès.

Indiquons en quelques mots l'esprit de la méthode. On a

$$\rho' = (\mathrm{I})' + (\mathrm{II})'x + (\mathrm{III})'xy,$$
$$\rho''' = (\mathrm{I})''' + (\mathrm{II})'''x + (\mathrm{III})'''xy,$$

les coefficients étant connus, et x et y ayant les valeurs

$$x = \frac{4}{(r' + r''')^3}, \quad y = \frac{r''' - r'}{r' + r'''}.$$

On néglige d'abord y et l'on suppose $x = 0,04$; on calcule ρ' et ρ''', puis r' et r''', et x; la valeur de x ne sera pas égale en général à $0,04$; par une série d'hypothèses et d'interpolations, et en tenant compte de y et de petites quantités négligées dans ρ' et ρ''', on arrive rapidement à la vraie valeur de x, y, ρ' et ρ''', après quoi on rentre dans les méthodes ordinaires.

L'auteur fait une application de ses formules à la planète Hélène.

Détermination d'une orbite d'après quatre observations. — C'est à cette méthode qu'on doit avoir recours quand les latitudes sont petites; on a alors deux données de trop. Gauss met de côté les latitudes des observations extrêmes. M. Oppolzer, au contraire, regarde les observations extrêmes comme complètes, et, quant aux observations intermédiaires, chacune n'intervient que pour fournir une relation entre les quantités nécessaires à fixer les positions de deux grands cercles auxiliaires passant par les lieux moyens de la planète. Le sens de la méthode est semblable à celui de la nouvelle méthode dans le cas de trois observations. Les distances de la planète à la Terre, dans les positions extrêmes, sont encore exprimées en fonction des données de l'observation, et des deux inconnues x et y; puis on fait les hypothèses successives. Quant aux cercles auxiliaires, on les prendra généralement perpendiculaires sur l'écliptique. En opérant ainsi, le calcul n'est guère plus long que dans le cas de trois observations.

L'auteur fait un résumé des formules, et les applique à Vesta et Elpis.

F. TISSERAND.

PAUL MANSION, docteur ès sciences physiques et mathématiques, chargé du cours d'Analyse infinitésimale à l'Université de Gand. — THÉORIE DE LA MULTIPLICATION ET DE LA TRANSFORMATION DES FONCTIONS ELLIPTIQUES. *Essai d'exposition élémentaire.* — Gr. in-8°, 120 p. Paris, Gauthiers-Villars; et Gand, Hoste. Prix : 4f,50.

Depuis une quarantaine d'années, les fonctions elliptiques ont été l'objet de nombreux travaux, entrepris sur tous les points de cette belle théorie. Il serait très-désirable qu'un géomètre habile voulût bien consacrer ses soins à une œuvre d'exposition complète, destinée à remplacer l'Ouvrage trop ancien de l'illustre Legendre. Cette habitude d'écrire de grands Traités sur les différentes parties de la science paraît, malheureusement, perdue aujourd'hui; et, à part quelques heureuses exceptions, les géomètres éminents, loin d'imiter Euler, Lagrange, Laplace, Legendre, Monge, etc., préfèrent condenser le résultat de leurs recherches personnelles dans des Mémoires écrits souvent avec trop de concision et ne contenant que les résultats essentiels de leurs études. Pourtant, par suite du développement actuel des travaux scientifiques, rien ne serait plus nécessaire aujourd'hui que ces Ouvrages complets, servant de point de repère aux érudits, et contribuant d'une manière considérable à l'instruction des géomètres et aux progrès des recherches ultérieures. Les Ouvrages de M. Salmon, pour ne citer qu'un exemple, n'ont pas seulement été utiles aux élèves; ils ont rendu, même aux savants, de véritables services, comme l'attestent les nombreuses citations qu'on rencontre dans tous les Recueils de Mémoires mathématiques.

Le livre dont nous avons à rendre compte traite seulement de la multiplication et de la transformation des fonctions elliptiques, et même l'auteur a volontairement laissé de côté, les réservant sans doute pour un autre Travail, un grand nombre de questions se rattachant à cette théorie, telles que la multiplication complexe, l'introduction dans la transformation des fonctions Θ, les équations différentielles auxquelles satisfont le numérateur et le dénominateur des fractions rationnelles qu'on rencontre dans cette étude. M. Mansion s'est proposé pour but principal de donner la démonstration rigoureuse et complète des formules relatives à *tous* les cas de la multiplication et de la transformation. Les principes relatifs aux fonctions imaginaires ont permis à MM. Briot et Bouquet d'introduire, dans l'exposition de ce problème, un haut degré de simplicité. M. Mansion s'est proposé d'atteindre le même résultat sans s'appuyer sur des théories aussi élevées, et en n'employant, à peu près comme l'a fait Abel, que le principe de la double périodicité et les règles élémentaires de l'Analyse. Son ouvrage, écrit avec une parfaite connaissance du sujet, sera donc très-profitable, notamment aux personnes qui ne connaissent les fonctions elliptiques que par les Traités élémentaires et qui désirent en faire une étude plus approfondie et plus détaillée.

Un grand nombre de notes et d'indications bibliographiques témoignent de l'érudition et du soin que l'auteur a apportés à son travail. Enfin une Introduction de 36 pages est consacrée à l'analyse des principaux écrits sur la multiplication et la transformation. Le lecteur pourra donc reconnaître sans effort les points de l'exposition qui appartiennent à l'auteur et ceux qu'il doit à ses prédécesseurs dans l'étude de cette belle question.

G. D.