BULLETIN DES SCIENCES

MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Correspondance

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 1 (1870), p. 196-198

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1870__1__196_1>

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une lettre de M. O. Hesse. — ... La citation que vous faites à la page 15 du *Bulletin* me remet en mémoire un travail de jeunesse dans lequel j'avais revêtu d'une forme peu élégante un théorème en réalité digne d'intérêt. Mais si l'on énonce ce théorème comme il suit :

« Six quelconques des huit points d'intersection de trois surfaces
» du second ordre peuvent être considérés comme les sommets d'un
» hexagone gauche. Les trois droites menées d'un point quelconque
» de l'espace et telles que chacune d'elles rencontre deux côtés op-
» posés de l'hexagone déterminent, si l'on joint leurs points d'inter-
» section avec les côtés de l'hexagone dans l'ordre même de ces côtés,
» un nouvel hexagone inscrit dans le premier *et dont les côtés se trou-*
» *vent toujours sur un hyperboloïde.* Les deux hexagones inscrits,
» formés de cette manière avec le septième et le huitième point d'in-
» tersection des trois surfaces, sont situés sur le même hyperbo-
» loïde »,

on n'hésitera pas à le placer sur le même rang que le théorème de Pascal.

De même que le théorème de Pascal suffit à la construction d'un sixième point d'une conique, quand cinq points sont déjà donnés, de même le théorème précédent, en supposant connues les propriétés de l'hyperboloïde, apprend à construire *linéairement* le huitième point d'intersection de trois surfaces, quand les sept premiers sont donnés.

Il existe certainement aussi, entre dix points d'une surface du second ordre, une relation géométrique semblable, facile à énoncer....

Munich, 30 avril 1870.

Dr Otto Hesse.

Dans notre Compte rendu du *Journal de Mathématiques pures et appliquées,* nous avions attribué à M. Liouville l'intégrale suivante :

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{arc\,tang} x}{1+x}\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2.$$

M. Catalan nous écrit que cette formule n'est pas nouvelle ; il l'a déjà donnée dans un Mémoire dont voici le titre : *Mémoire sur la transformation des séries et sur quelques intégrales définies,* présenté à l'Académie royale de Belgique le 1er avril 1865. La seconde partie de cet élégant travail contient les valeurs d'un assez grand nombre d'intégrales définies, toutes déduites de l'intégrale définie déterminée autrefois par MM. Bertrand et Serret. (*Journal de M. Liouville*, t. VIII, p. 110 ; t. IX, p. 436.)

Nous profitons de l'occasion pour indiquer quelques autres Mémoires que le nom de M. Catalan recommande suffisamment à l'attention des géomètres.

Remarques sur l'équation $x^n - 1 = 0$. (Extrait des *Bulletins de l'Académie royale de Belgique,* 2e Série, t. XXIX, no 3, 1870.)

Sur les roulettes et les podaires. (Même *Bulletin*, 2e Série, t. XXVII, no 2, 1869.)

Sur l'addition des fonctions elliptiques de première espèce. (*Ibid.*)

Jury du Concours quinquennal des Sciences physiques et mathématiques. Période de 1864-68. Rapport à M. le Ministre de l'Intérieur. Ce Rapport contient principalement une analyse des beaux travaux de M. Plateau, que le Jury a proposé pour le prix quinquennal.

Sur quelques sommations et transformations des séries. (Extrait des *Atti dell' Accademia pontificia de' Nuovi Lincei*, t. XXIII, séance du 1er mai 1870.)

M. MANNHEIM nous communique l'énoncé du théorème suivant :

« Si l'on transforme une surface par la méthode des polaires ré-
» ciproques, les lignes asymptotiques se transforment en lignes
» asymptotiques, ou plutôt aux lignes asymptotiques d'une surface
» correspondent les développables formées par les tangentes aux
» lignes asymptotiques de la réciproque. »

Ce théorème est l'équivalent du suivant, qui est sans doute connu de tous ceux qui étudient sérieusement la Géométrie, mais qu'on n'énonce pas d'habitude.

« La définition des tangentes d'inflexion (tangentes coupant la
» surface en trois points consécutifs) est dualistique. Une tangente
» quelconque ne coupe la surface qu'en deux points consécutifs, et
» aussi on ne peut mener par cette droite que deux plans tangents à
» la surface, confondus avec celui qui la contient. Au contraire, si
» la tangente coupe la surface en trois points consécutifs, *trois* plans
» tangents menés par cette droite à la surface se confondront avec
» celui qui la contient. »

Le théorème de M. Mannheim trouve d'ailleurs une belle application dans l'étude de la surface des ondes, qui, comme on le sait, a ses deux nappes réciproques l'une de l'autre par rapport à un ellipsoïde.

G. D.

M. Ph. GILBERT, professeur à l'Université de Louvain, nous envoie un Mémoire présenté à l'Académie de Belgique, le 9 octobre 1869, sous le titre :

Sur une propriété des déterminants fonctionnels et son application au développement des fonctions implicites.

On trouvera démontrée dans cet élégant travail la formule que nous avions proposée dans une Note insérée aux *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXVIII, 1869, p. 134, et qui est destinée à remplacer la formule plus compliquée de Laplace. A ce propos, nous communiquons à nos lecteurs une remarque que nous devons à M. Hermite : *La formule qui donne le terme général de la série de Laplace n'est pas exacte pour les premiers termes du développement.*