J. HOÜEL

Mélanges

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 1 (1870), p. 164-166

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1870__1__164_0>

MÉLANGES.

Imchenetsky (V.). — *Étude sur les méthodes d'intégration des équaquations aux dérivées partielles du second ordre d'une fonction de deux variables indépendantes.* — In-8, 160 pages; 1868 (*).

En attendant qu'il nous soit donné de publier la traduction que nous faisons en ce moment de cet important Mémoire, nous croyons être agréable aux lecteurs du *Bulletin* en leur faisant connaître l'Avant-propos, dans lequel l'auteur a exposé l'objet de son travail et l'esprit dans lequel il l'a traité :

« La théorie des équations différentielles présente un ensemble si bien enchaîné, et si rigoureusement logique, que la possibilité de résoudre chaque nouveau problème que l'on rencontre en s'élevant dans cette théorie tient à la manière plus ou moins complète dont on a résolu les problèmes de classe inférieure qui se sont posés précédemment. Cette liaison si étroite entre toutes les parties de la doctrine est un inconvénient, lorsque, dans une certaine catégorie de questions, il se présente des difficultés susceptibles de résister longtemps aux efforts de l'Analyse mathématique; car un arrêt dans le développement d'une seule partie se fait ressentir dans tout le système, dont les portions forment un ensemble organique. Mais cet inconvénient se change en avantage, chaque fois qu'un succès notable est obtenu sur un point quelconque de la théorie; un triomphe remporté sur un obstacle considérable entraîne quelquefois en même temps la chute d'autres obstacles, et imprime une impulsion sensible au développement de la théorie tout entière. C'est ainsi que les récents perfectionnements des méthodes générales d'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre ont, d'une part, aidé à la constitution et à l'achèvement de la théorie des équations simultanées de forme canonique, tandis que, d'autre part, ils ont puissamment contribué aux progrès de la théorie des équations aux dérivées partielles du second ordre.

» Une fois la théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre définitivement établie, est arrivé naturellement le tour des équations aux dérivées partielles des ordres supérieurs, et c'est vers la solution de ce problème que doivent tendre maintenant les

---

(*) Extrait des *Mémoires de l'Université de Kazan* pour l'année 1868, t. III.

efforts des géomètres. Par suite de la liaison organique qui existe entre toutes les parties de la théorie des équations différentielles, ainsi qu'entre les subdivisions de chaque partie, il se manifeste une analogie et une unité remarquables dans les méthodes de solution des questions qu'elle embrasse, quelle que soit la diversité de leur nature. Il s'ensuit de là que, lorsque l'analyste rencontre une question dont la solution, poussée déjà jusqu'à un certain point, se trouve arrêtée à cette période de son développement, il doit, avant tout, chercher à se rendre compte du chemin qu'on a suivi pour parvenir jusque-là, surtout quand ce chemin a été frayé par des hommes tels que d'Alembert, Euler, Laplace, Lagrange, Legendre, Monge, Ampère.

» En effet, l'étude consciencieuse de ce qui a été déjà fait peut montrer quelquefois que le succès ultérieur dépend bien moins de l'invention de nouvelles méthodes, que d'une application plus complète et plus générale des méthodes anciennes.

» La théorie de l'intégration des équations aux dérivées partielles des ordres supérieurs se divise en deux parties. Dans la première, on considère les équations de formes compliquées, et l'on cherche soit à déterminer leurs intégrales générales sous forme finie, soit à réduire les équations proposées aux formes les plus simples parmi celles dont les intégrales ne sont pas susceptibles d'expressions finies. Dans la seconde, on s'occupe de ces équations simplifiées et des méthodes par lesquelles on peut les intégrer, à l'aide soit des séries, soit des intégrales définies.

» Dans le présent Mémoire, je traite les questions relatives à chacune des deux parties de la théorie, dans le cas des équations aux dérivées partielles du second ordre d'une fonction de deux variables indépendantes. En donnant le résumé succinct, mais aussi complet que possible, des principales méthodes de résolution des problèmes de cette catégorie, je pense avoir comblé une lacune qui existe dans les Traités systématiques de Calcul intégral. La plupart des auteurs se bornent, en effet, à exposer la méthode de Monge; quelquefois les Ouvrages plus complets contiennent aussi les méthodes d'Euler et de Laplace. Mais aucun, à ma connaissance, ne fait mention des travaux d'Ampère sur ce sujet, publiés dans les Cahiers XVII et XVIII du *Journal de l'École Polytechnique*. Les recherches d'Ampère, qui comprennent la théorie des intégrales et les méthodes d'intégration pour des cas qui échappent à la méthode de Monge, devraient occuper une place considérable dans tout cours sérieux de Calcul intégral, tandis qu'ordinairement, comme je viens de le dire, on expose la méthode de Monge, quelquefois avec des changements de forme qui ne sont pas toujours heureux. L'oubli dans lequel on laisse le beau travail d'Ampère est dû sans doute en partie au mode de rédaction de ses deux volumineux Mémoires, qui ne se prêtent pas aisément à une exposition succincte; j'ai fait cependant tous mes efforts pour atteindre ce but. J'ai trouvé moyen, dans le courant de mon exposition, d'intercaler les résultats de mes propres recherches à la place indiquée par l'ordre naturel des questions.

» Parmi ces résultats, je me permettrai de signaler un essai de généralisation de la méthode de Laplace (Chap. II, § 9), et une forme nouvelle que j'ai donnée à l'exposition de la méthode de la variation des constantes arbitraires (Chap. IV). Le lecteur familier avec ce sujet ne pourra manquer de reconnaître facilement les passages, moins importants, où je m'écarte de mes auteurs, que j'ai partout cités avec soin dans les Notes au bas des pages. »

J. Hoüel.