Revue des publications périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques, tome 1 (1870), p. 124-136

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1870__1__124_1>

REVUE DES PUBLICATIONS PÉRIODIQUES.

MATHEMATISCHE ANNALEN, herausgegeben von A. Clebsch, professor in Göttingen, und C. Neumann, professor in Leipzig. Druck und Verlag von B. G. Teubner (*). T. I; 1869.

Weber (H.). — *Sur l'intégration de l'équation aux dérivées partielles*

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k^2 u = 0.$$

(37 p.; all.)

On sait que cette équation se présente dans plusieurs questions de Physique mathématique : théorie du mouvement de la chaleur dans les espaces cylindriques, vibrations transversales des membranes tendues et des plaques élastiques, etc.

En général, dans les problèmes à résoudre, la constante k qui figure dans l'équation précédente n'est pas *donnée à l'avance*; mais elle doit être déterminée d'après certaines conditions aux limites qui seraient *incompatibles avec l'équation différentielle si k était choisi arbitrairement*. Ces conditions aux limites sont de différente nature, à cause de la variété des questions dans lesquelles on rencontre l'équation proposée. Ainsi, dans la théorie des plaques élastiques, il faut que u,

(*) Annales mathématiques, publiées par A. Clebsch, professeur à Gœttingue, et C. Neumann, professeur à Leipzig. Librairie de B.-G. Teubner. — Ce Recueil paraît en Cahiers détachés gr. in-8, d'à peu près 200 pages. Quatre Cahiers forment un volume d'environ 40 feuilles. Prix : 5 $\frac{1}{3}$ Thlr. En allemand, en français, etc.

sans être nul pour tous les points situés *à l'intérieur* d'une courbe fermée, devienne égal à zéro *sur le périmètre* de la courbe. Dans certains problèmes de la théorie de la chaleur, il doit y avoir, sur le périmètre de la courbe, entre la température u et son coefficient différentiel $\frac{\partial u}{\partial p}$, pris suivant la normale, une relation de la forme

$$u + \alpha \frac{\partial u}{\partial p} = 0.$$

Etc.

M. Weber est le premier à notre connaissance qui donne dans l'étude de ces questions des démonstrations rationnelles et irréprochables au point de vue de la rigueur. La Physique mathématique a exercé et exercera encore, cela n'est pas douteux, une grande influence sur le progrès des Mathématiques pures; elle présente le grand avantage de poser des problèmes dont les conditions sont définies par la nature, et qui sont susceptibles, en général, d'une solution unique. Mais il importe, croyons-nous, qu'elle soit traitée avec toute la rigueur que comportent les autres parties des Mathématiques. A ce point de vue, la lecture du Mémoire dont nous venons de transcrire le titre nous paraît des plus instructives. La méthode de M. Weber est analogue à celle dont Riemann a fait un si heureux emploi dans l'étude de l'équation plus simple

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

Sans entrer dans l'analyse détaillée des résultats, nous remarquerons qu'ils établissent la plus grande analogie entre la fonction u satisfaisant à l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k^2 u = 0, \tag{1}$$

et la fonction $A \cos kx + B \sin kx$, intégrale de la suivante :

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + k^2 u = 0, \tag{2}$$

qui contient une variable de moins, mais qui est tout à fait semblable à la proposée (1).

Par exemple, on sait que si k est donné, on ne peut pas disposer des constantes A et B, de manière que $A \cos kx + B \sin kx$ s'annule pour deux valeurs de x, a et b; pour qu'il en soit ainsi, il faut que $a - b$ soit un multiple de $\frac{\pi}{k}$, d'où

$$k = \frac{n\pi}{a-b}.$$

De même, cherchons une fonction u de deux variables, satisfaisant à l'équation proposée, et s'annulant sur tous les points d'une courbe fermée. Ce problème sera impossible si k est arbitraire, et ne satisfait pas à une certaine équation transcendante, ayant une infinité de racines.

Le Mémoire se termine par la résolution effective de l'équation proposée dans le cas d'un espace plan limité par des paraboles confocales.

Lüroth (J.). — *Sur quelques propriétés d'une classe de courbes du quatrième ordre.* (17 p.; all.)

Soit l'équation

$$\sum_1^5 (a_i x + b_i y + c_i)^4 = 0.$$

Cette équation représente une courbe du quatrième degré, et contient quinze constantes, autant qu'il y en a dans l'équation la plus générale des courbes du quatrième ordre. M. Clebsch a donc obtenu un résultat des plus curieux (*) en établissant que la forme précédente d'équation n'est pas propre à représenter toutes les courbes du quatrième ordre; elle ne s'applique, en réalité, qu'à celles pour lesquelles s'annule un invariant, du sixième ordre par rapport aux coefficients. M. Lüroth ajoute plusieurs propositions à celles qu'avait déjà données M. Clebsch sur ces courbes, si près d'être les plus générales de leur degré.

Cayley (A.). — *Sur la solution de l'équation quartique* $\alpha U + 6\beta H = 0$. (2 p.; angl.)

Clebsch (A.) et Gordan (P.). — *Sur la théorie des formes cubiques ternaires.* (34 p.; all.)

Très-important travail d'ensemble, où les auteurs reprennent cette

(*) *Journal de Crelle*, t. LIX, p. 125.

théorie déjà étudiée par MM. Aronhold, Brioschi, etc. Les auteurs font connaître beaucoup de relations nouvelles; malheureusement les travaux de cette nature sont difficiles à analyser. Le Mémoire se termine par la démonstration des belles formules de M. Aronhold, qui établissent un lien si intime entre la théorie des formes cubiques et celle des fonctions elliptiques.

GORDAN (P.). — *Sur les formes ternaires du troisième degré.* (39 p.; all.)

M. Gordan a établi, dans ces derniers temps (*), un résultat qui a attiré l'attention de tous les géomètres : à chaque forme binaire correspond un système de covariants en nombre limité, système que l'auteur appelle *complet*, et qui jouit de la propriété suivante : Tout autre covariant s'exprime en fonction entière des formes du système complet. Dans le Mémoire actuel, M. Gordan s'est proposé d'étendre le même théorème aux formes cubiques ternaires.

GEISER. — *Sur les tangentes doubles d'une courbe plane du quatrième ordre.* (10 p.; all.)

Si d'un point p on mène des tangentes à une surface du troisième ordre, ces tangentes forment un cône du sixième degré. Si le point p est pris sur la surface, ce cône se décompose en un plan double, le plan tangent au point p, et en un cône du quatrième ordre. On connaît déjà un plan tangent double de ce cône, le plan tangent à la surface en p; les autres plans tangents doubles du cône doivent l'être aussi de la surface, et, par conséquent, doivent passer par une de ses vingt-sept droites. On a donc vingt-huit plans tangents doubles du cône circonscrit, et, par suite, vingt-huit tangentes doubles de l'une quelconque des sections planes de ce cône, qui sont des courbes du quatrième ordre.

Tel est le point de départ de M. Geiser; on voit qu'il établit une relation entre le problème des droites sur une surface du troisième degré, et celui des tangentes doubles aux courbes du quatrième ordre. Cette analogie entre les deux problèmes a été démontrée analytiquement par M. Jordan, dans son *Traité des Substitutions*.

(*) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXVI, p. 1117 et 1172. Depuis, l'auteur a publié un Memoire etendu sur ce sujet, justement dans le Recueil dont nous commençons l'analyse, t. II, Cahier 2, p. 227-281. — *Voir* aussi CAYLEY, t. CXLVI des *Philosophical Transactions*, p. 101, et GORDAN, *Journal de M. Borchardt*, t. LXIX, p. 323.

Schering (E.). — *Communication relative au troisième volume des Œuvres de Gauss.* (16 p.; all.)

Jordan (C.). — *Commentaire sur Galois.* (16 p.; fr.)

Ce travail, écrit avec beaucoup de clarté, est plus qu'un commentaire, et contient des théorèmes nouveaux et importants. Nous citerons le suivant :

« Si les racines de deux équations irréductibles $F(x) = 0$, $f(z) = 0$ sont liées par des relations algébriques, ces relations peuvent se déduire d'une seule équation ayant la forme

$$\varphi(z_1, z_2, \ldots) = \psi(x_1, x_2, \ldots),$$

dans laquelle les racines sont séparées. »

Königsberger. — *Les équations modulaires des fonctions hyperelliptiques du premier ordre, pour la transformation du troisième degré.* (4 p.; all.)

Königsberger. — *Équation différentielle à laquelle satisfont les périodes des fonctions hyperelliptiques du premier ordre.* (3 p.; all.)

Königsberger. — *Rectification d'un théorème d'Abel concernant les fonctions algébriques.* (2 p.; all.).

On connaît l'expression générale qu'a donnée Abel, pour une fonction algébrique, dans son Mémoire sur l'impossibilité de résoudre généralement les équations d'un dégré supérieur au quatrième (*). Cette expression est de la forme

$$v = r_0 + p_1^{\frac{1}{n}} + r_2 p_1^{\frac{2}{n}} + \ldots + r_{n-1} p_1^{\frac{n-1}{n}},$$

où Abel affirme que p_1 est une fonction d'ordre $\mu - 1$. C'est là le point critiqué par l'auteur, qui corrige le théorème de la manière suivante :

Si v est une fonction algébrique d'ordre μ et de degré m, on aura

$$v = q_0 + p^{\frac{1}{n}} + q_2 p^{\frac{2}{n}} + \ldots + q_{n-1} p^{\frac{n-1}{n}},$$

où n est un nombre premier, $q_0, q_2, \ldots, q_{n-1}$ des fonctions algébriques d'ordre μ et du degré $m - 1$ au plus, et p une fonction telle, que $p^{\frac{1}{n}}$ soit aussi du μ^e ordre.

(*) *Journal de Crelle*, t. I, p. 65; et *Œuvres complètes*, t. I, p. 5.

Clebsch (A.). — *Sur les courbes qui correspondent aux fonctions abéliennes de la classe* $p = 2$. (3 p.; all.)

Dans cette courte Note, l'auteur reprend une question qu'il avait déjà traitée dans l'Ouvrage, devenu classique, qu'il a publié en collaboration avec M. Gordan : *Theorie der Abel'schen Functionen* (*).

Bessel (A.). — *Sur les invariants des systèmes simples de formes binaires simultanées.* (22 p.; all.)

M. Hermite, dans ses Études sur la résolution de l'équation du cinquième degré, établit que tout invariant d'une forme binaire du cinquième degré est une fonction rationnelle et entière des trois invariants fondamentaux, et de l'invariant du dix-huitième degré qui est égal à la racine carrée d'une fonction entière de ces trois invariants. M. Bessel parvient à des théorèmes semblables pour les systèmes les plus simples de formes binaires simultanées.

Neumann (C.). — *Recherches géométriques sur le mouvement d'un corps solide.* (13 p.; all.)

Étant donnés deux triangles égaux dans l'espace, amener l'un de ces triangles à coïncider avec l'autre par un mouvement hélicoïdal, et construire l'axe de rotation.

Neumann (C.). — *Sur la théorie des déterminants fonctionnels.* (2 p.; all.)

Harbordt (F.) — *Le système simultané d'une forme biquadratique et d'une forme quadratique binaires.* (15 p.; all.)

Étude des invariants et des covariants. Représentation typique.

Brill (A.). — *Sur les équations différentielles de la théorie de la lumière.* (28 p.; all.)

Milieux isotropes. Équations différentielles en coordonnées curvilignes. Application d'un résultat d'intégration dû à Euler.

Clebsch (A.). — *De la représentation sur le plan des surfaces algébriques, et en particulier des surfaces du quatrième et du cinquième ordre.* (63 p.; all.)

Ce Mémoire est consacré à l'étude et à la théorie générale d'une

(*) Leipzig, Teubner, 1866. In-8, XIII-333 p. Prix : 2 Thlr. 16 Ngr.

classe de problèmes dont M. Clebsch s'est déjà beaucoup occupé (*), et dont il est impossible de méconnaître l'importance.

Imaginons une surface de degré N telle, que les coordonnées homogènes d'un de ses points soient des fonctions homogènes et entières de trois paramètres ξ_1, ξ_2, ξ_3, représentées par des équations de la forme

$$\begin{aligned}\rho x_1 &= f_1(\xi_1, \xi_2, \xi_3),\\ \rho x_2 &= f_2(\xi_1, \xi_2, \xi_3),\\ \rho x_3 &= f_3(\xi_1, \xi_2, \xi_3),\\ \rho x_4 &= f_4(\xi_1, \xi_2, \xi_3),\end{aligned}$$

où les quantités x_1, x_2, x_3, x_4 désignent les coordonnées homogènes d'un point, ρ un facteur indéterminé, et f_1, f_2, f_3, f_4 des fonctions homogènes du degré n. Supposons que l'on puisse, des équations précédentes, tirer les ξ comme fonctions rationnelles des x. Alors, si l'on considère ξ_1, ξ_2, ξ_3 comme les coordonnées homogènes d'un point dans un plan, *à un point du plan correspondra toujours un seul point de la surface, et réciproquement*. On dit alors que la surface est *eindeutig abgebildet,* qu'elle est représentée d'une manière unique sur le plan. L'expression allemande est assez difficile à traduire, mais la question n'en est pas moins fort intéressante, et M. Clebsch a rendu service à la science en en reprenant l'étude générale. Quand une surface est appliquée sur un plan, l'étude des courbes algébriques qu'elle contient est faite implicitement.

A côté de la théorie générale, le Mémoire contient des exemples nombreux : surfaces du troisième ordre, du quatrième ordre avec droite double, etc., etc.

Pour le troisième ordre, des considérations géométriques simples permettent de résoudre le problème. Considérons, en effet, une droite mobile, assujettie dans son mouvement à rencontrer deux droites de la surface. Elle coupera la surface en un troisième point x, et un plan quelconque en un point ξ. Un point ξ ou un point x suffisent à déterminer la droite. On voit donc qu'à un point ξ répondra un seul point x, et réciproquement. La surface est donc appliquée sur le plan, dans le sens que nous avons donné plus haut.

(*) *Journal de Crelle*, t. LXV, p. 359-380 : Die Geometrie auf den Flächen dritter Ordnung. — T. LXIX, p. 142-184 : Ueber die Flächen vierter Ordnung, welche eine Doppelcurve zweiten Grades besitzen. — *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXVII, p. 1238.

Neumann (C.). — *Note sur un écrit publié récemment et traitant de l'Électrodynamique.* (8 p.; all.)

Cet écrit, intitulé : *Die Principien der Electrodynamik* (*) est dû à M. Neumann, qui a publié un grand nombre d'excellents traités sur des points variés d'Analyse et de Physique mathématique. Les principes qui en forment la base ont été l'objet de quelques critiques, produites par M. Clausius dans les *Annales de Poggendorff* (t. CXXXV, p. 606). L'auteur défend son œuvre, et répond aux objections en exposant d'une manière très-claire les hypothèses fondamentales qu'il a faites pour expliquer les phénomènes électrodynamiques.

La formule employée par M. Neumann est la suivante, qui donne le potentiel w de deux masses électriques :

$$w = \frac{mm'}{r}\left[1 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right].$$

On voit que le potentiel ne dépend pas seulement de la situation respective des deux masses, comme dans la loi de Newton. La dérivée $\frac{dr}{dt}$ de la distance, par rapport au temps, fait intervenir ici la vitesse relative des deux masses électriques.

L'auteur a montré, dans son livre, qu'on pouvait expliquer cette formule hypothétique, en admettant que l'action électrique a besoin d'un certain temps pour se transmettre d'un point à un autre.

Dans tous les cas, l'expression donnée plus haut pour le potentiel permet, si on l'admet, d'expliquer tous les phénomènes d'induction et d'action électrodynamique (**).

(*) Tübingue, 1868.

(**) Ne pouvant pour le moment consacrer un article développé à cette intéressante question, nous nous contenterons d'indiquer les sources suivantes :

Riemann (B.) : « Ein Beitrag zur Electrodynamik ». (*Annales de Poggendorff*, t. CXXXI, 1867, p. 237.)

Lorenz : « Ueber die Identität der Schwingungen des Lichts mit den elektrischen Strömen ». (*Ibid.*, p. 243.)

Clausius : « Ueber die von Gauss angeregte neue Auffassung electrodynamischen Erscheinungen ». (*Ann. de Pogg.*, t. CXXXV, 1868, p. 606.)

Weber (W.) : « Ueber einen einfachen Ausspruch des allgemeinen Grundgesetzes der elektrischen Wirkung ». (*Ann. de Pogg.*, t. CXXXVI, 1869, p. 485.)

Neumann (C.) : « Theoria nova phænomenis electricis applicanda. » (*Ann. di Matematica,* t. II, série II, p. 120.)

Neumann : « Ueber die oscillirende Entladung einer Franklin'schen Tafel ». (*Nachrichten von der K. Gesellschaft zu Göttingen*; 1869, janvier.)

Betti (E.) : « Teorica delle forze che agiscono secundo la legge di Newton, e sua

Neumann (C.). — *Sur le mouvement de l'éther dans les cristaux.* (34 p.; all.)

Clebsch (A.) et Gordan (P.). — *Sur les formes biternaires avec des variables contragredientes.* (42 p.; all.)

Étude sur la théorie d'une espèce particulière de formes. Ces formes contiennent deux séries de variables, celles qui se transforment par une substitution linéaire, x_1, x_2, x_3, et celles qui se transforment en même temps par la substitution inverse, u_1, u_2, u_3. En d'autres termes, égalées à o, elles donneraient une relation entre les coordonnées homogènes d'un point et les coordonnées tangentielles d'une droite. De telles formes se rencontrent souvent comme *dérivées d'une forme fondamentale*, sous le nom de *covariants mixtes* ou de *concomitants* (mixtes). Les auteurs les considèrent ici comme *formes fondamentales,* et en commencent l'étude directe et détaillée.

Brill (A.). — *Note relative au nombre des modules d'une classe de fonctions algébriques.* (5 p.; all.)

Cette Note se rapporte à un des points les plus délicats de la théorie des fonctions abéliennes. Riemann avait donné une formule dont l'exactitude a été contestée par M. Cayley (*). M. Brill examine un cas particulier où la formule de Riemann et celle de M. Cayley doivent conduire à des résultats différents. La conclusion est en faveur de Riemann.

Müller (H.). — *De la géométrie des surfaces du second ordre.* (18 p.; all.)

Étude sur les courbes gauches du troisième ordre et sur leurs sécantes.

Jonquières (E. de). — *Sur les réseaux de courbes et de surfaces algébriques.* (8 p.; fr.)

Zeuthen (H. G.). — *Notes sur un système de coordonnées linéaires dans l'espace.* (23 p.; fr.)

Le système de coordonnées linéaires proposé par M. Zeuthen est

---

applicazione alla elettricità statica ». (*Il Nuovo Cimento,* t. XVIII, 1863, p. 385; t. XIX, 1863, p. 59, 77, 149, 357; t. XX, 1864, p. 19, 121. — « Sopra la Elettrodinamica ». (*Ibid.*, t. XXVII, 1867, p. 402.) *Voir* aussi *Nuovo Cimento.* (T. XXVII, mai et juin 1868.)

(*) *Voir* Clebsch und Gordan, *Theorie der Abel'schen Functionen :* Préface.

analogue à celui que M. Cayley a indiqué en 1860 (*), et dont il a fait aussi usage dans un Mémoire récent (**). Si l'on appelle *moment d'une droite par rapport à un axe,* le moment d'une force égale à l'unité et placée sur cette droite, les six coordonnées employées par M. Zeuthen sont les six moments d'une droite par rapport aux arêtes d'un tétraèdre. Entre ces six coordonnées doivent avoir lieu évidemment deux relations, puisqu'une droite se détermine seulement par quatre paramètres. L'une de ces deux relations est homogène, et très-simple, l'autre n'est pas homogène et prend une forme très-compliquée. L'auteur applique le nouveau système de coordonnées à l'étude des complexes linéaires et des surfaces complexes de Plücker. Il fait aussi remarquer que l'étude des complexes linéaires avait déjà été faite implicitement avant Plücker par M. Chasles. « On peut donc, dit-il, dans les tomes XVI (***) et LII (****) des *Comptes rendus*, puiser une discussion des complexes linéaires qui est antérieure à celle de M. Plücker. »

Reye (Th.). — *Génération géométrique des surfaces du troisième, du quatrième ordre, et en général d'un ordre quelconque, au moyen des réseaux de surfaces d'ordre inférieur.* (12 p.; all.)

M. Reye est connu des géomètres par plusieurs importants Mémoires de Géométrie et par un Traité complet intitulé : *Die Geometrie der Lage. Vorträge von Dr Theodor Reye* (*****).

Le Mémoire dont nous venons de transcrire le titre contient plusieurs propositions d'un grand intérêt pour la théorie des surfaces. Comme le fait remarquer l'auteur, la génération des figures au moyen de figures plus simples constitue un des moyens d'investigation les plus puissants de la Géométrie synthétique.

Pour les courbes, on sait depuis longtemps que, si l'on considère deux *faisceaux* de courbes se correspondant projectivement, et d'ordres p et q, ces deux faisceaux peuvent engendrer, par l'intersection des courbes qui les composent, toute courbe de l'ordre $p + q$. Ce théo-

---

(*) *Quart. Math. Journal*, t. III, p. 226.

(**) *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, vol. XI, part. II : On the six coordinates of a line.

(***) P. 1420-1432.

(****) P. 1094.

(*****) Hanovre, 1868, Carl Rümpler; en deux Parties. In-8°. Prix : 13 fr. 35 c.

rème ne s'étend pas généralement aux surfaces, et l'on ne peut construire une surface d'ordre $p+q$ au moyen de faisceaux d'ordre p et q, que si la surface proposée contient en nombre infini des courbes $C^{p,q}$ (*), ce qui n'arrive pas généralement.

Pour parer à ces inconvénients, M. Reye construit les surfaces, non plus au moyen des lignes d'intersection de deux séries de surfaces, $C^{p,q}$, mais par des points (l, m, n) déterminés par l'intersection de trois séries de surfaces.

Si nous avons bien compris, par exemple, le mode de génération des surfaces du quatrième ordre, voici comment on pourrait l'exposer *analytiquement*.

Considérons deux réseaux du second degré

$$(a) \qquad \lambda\, F + \mu\, F_1 + \nu\, F_2 = 0,$$

$$(\alpha) \qquad \lambda'\Phi + \mu'\Phi_1 + \nu'\Phi_2 = 0,$$

et établissons entre les paramètres la relation

$$(1) \qquad \lambda\lambda' + \mu\mu' + \nu\nu' = 0.$$

Quand les trois paramètres λ', μ', ν' resteront fixes, les paramètres λ, μ, ν *pourront varier en restant assujettis à la relation* (1), et les surfaces du réseau (a) passeront par la courbe dont les équations sont

$$(2) \qquad \frac{F}{\lambda'} = \frac{F_1}{\mu'} = \frac{F_2}{\nu'}.$$

On peut dire d'après cela qu'à une surface du réseau (α) correspond une courbe du réseau (a), et réciproquement. Si l'on cherche le lieu des intersections de la surface et de la courbe correspondante, il faut éliminer λ', μ', ν' entre les équations (α) et (2), et l'on obtient la surface du quatrième degré dont l'équation est

$$F\Phi + F_1\Phi_1 + F_2\Phi_2 = 0.$$

Cette surface est le lieu des points d'intersection d'une surface de l'un des réseaux et de la courbe qui lui correspond dans l'autre. Elle est donc construite par points et non par lignes.

(*) L'auteur emploie des notations qui abregent beaucoup les raisonnements : F^p, F_1^p, F_2^p designent des surfaces d'ordre p; $C^{p,q}$, $C_1^{p,q}$ expriment des courbes intersections de surfaces F^p, F^q; (l, m, n) sont les points d'intersection de F^l, F^m, F^n.

Hankel (H.). — *Les fonctions cylindriques* (*) *de première et de seconde espèce.* (35 p.; all.)

On sait que ces fonctions ont été étudiées par un très-grand nombre de géomètres. Dans ces derniers temps, MM. Neumann (**) et Lommel (***) ont publié des traités développés sur ce sujet, qui tient une place si importante dans la théorie du développement des fonctions, surtout en Astronomie. M. Hankel donne ici de nouveaux développements en série, et examine d'une manière détaillée le cas où la variable prend des valeurs complexes (****).

Kinkelin (H.). — *Nouvelle démonstration de l'existence des racines complexes dans une équation algébrique.* (5 p.; all.)

Neumann (C.). — *Note sur le pendule cycloïdal.* (2 p.; all.)

Considérons un pendule cycloïdal, et soient α, γ les points entre lesquels oscille le mobile. Construisons un cercle qui touche, à la fois, la droite horizontale $\alpha\gamma$ et la cycloïde au point le plus bas β. Si l'on projette horizontalement le mobile m sur le cercle en m', le mobile projection m' se déplacera d'une manière uniforme sur le cercle. Cette construction géométrique donne donc d'une manière très-simple la loi du mouvement sur la cycloïde.

Durège (H.). — *Sur une série de tangentes menées successivement à une courbe du troisième ordre ayant un point double ou un point de rebroussement.* (24 p.; all.)

Imaginons qu'on mène une tangente en un point A_1 d'une courbe du troisième ordre. Cette tangente va couper la courbe en un nouveau point A_2; on mène une tangente en ce nouveau point qui va couper la courbe en un point A_3, etc., etc. En continuant indéfiniment ces constructions, on obtiendra une suite de points A_1, A_2, A_3, ..., A_n, ... On peut se demander si le point A_n approche d'une position limite quand n augmente indéfiniment; si, dans certains cas,

(*) Fonctions de Bessel satisfaisant à l'équation

$$\frac{d^2R}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dR}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right)R = 0.$$

(**) *Theorie der Bessel'schen Functionen.* Leipzig, Teubner, 1867.

(***) *Studien über die Bessel'schen Functionen.* Leipzig, Teubner, 1868.

(****) Depuis, M. Neumann a publié sur cette question un nouveau travail inséré dans les *Mémoires de l'Académie de Saxe.*

il pourra coïncider avec A_1 (on aurait dans ce cas un polygone de degré n à la fois inscrit et circonscrit à la courbe), etc., etc. On peut encore mener d'un point pris sur la courbe une tangente quelconque, du nouveau point de contact une nouvelle tangente, etc. M. Durège fait l'étude de toutes ces questions dans le cas particulier où la courbe a un point double ou un point de rebroussement.

STURM (R.). — *Le problème de l'homographie, et son application aux surfaces du second ordre.* (42 p.; all.)

BELTRAMI (E.). — *Sur la théorie de la courbure des surfaces.* (8 p.; all.)

Cet élégant article contient plusieurs expressions nouvelles de la courbure d'une surface et de la courbure géodésique.

JORDAN (C.). — *Sur les équations de la division des fonctions abéliennes.* (9 p.; fr.)

Extrait du *Traité des équations algébriques et des substitutions.* L'auteur arrive à d'importants résultats, dont voici l'énoncé : La résolution de l'équation qui donne la division des périodes dans les fonctions abéliennes à $2n$ périodes se ramène à celle d'une suite d'équations simples, qui auront toutes pour ordre un nombre premier (et par suite seront abéliennes), sauf une seule, dont l'ordre est égal à $\frac{(p^{2n}-1)p^{2n-1}\ldots(p^2-1)p}{2}$, ou au double de ce nombre si $p=2, n>2$.

KORNDÖRFER (G.). — *De la représentation sur le plan d'une surface du quatrième ordre, avec un ou plusieurs points singuliers* (*). (35 p.; all.)

MÜLLER (H.). — *Étude synthétique d'un faisceau de surfaces du second ordre.* (7 p.; all.)

CLEBSCH (A.). — *Remarques sur la géométrie des surfaces gauches du troisième ordre.* (3 p.; all.)

Classification simple et intuitive des courbes tracées sur ces surfaces.

(*) *Voir*, au sujet de ces problèmes, la Note que nous avons mise, p. 129, à la suite d'un Memoire de M. Clebsch.