

THÈSES D'ORSAY

JULIEN DUVAL

Forme de Blanchfield et cobordisme d'entrelacs bords

Thèses d'Orsay, 1985

http://www.numdam.org/item?id=BJHTUP11_1985__0173__P0_0

L'accès aux archives de la série « Thèses d'Orsay » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.



NUMDAM

*Thèse numérisée par la bibliothèque mathématique Jacques Hadamard - 2016
et diffusée dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>*

63639

ORSAY
n° d'ordre : 3865

UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

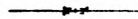
Pour obtenir

Le TITRE de DOCTEUR 3° CYCLE

SPECIALITE : Mathématiques

PAR

Monsieur Julien DUVAL



SUJET : Forme de Blanchfield et cobordisme d'entrelacs bords

soutenue le 19 mars 1985 devant la Commission d'examen

MM. J. CERF Président

J. BARGE

F. LATOUR

F. LAUDENBACH

P. VOGEL

Blanchfield duality and boundary link cobordism.

Abstract. As for knots, one can construct, for odd-multidimensional boundary links, a Blanchfield duality supported by the middle homology group of the free covering of the link complement. Any such duality can be realized by simple links. This enables us to identify the boundary link cobordism group in odd dimension $C_{2k-1}(\mathbb{F}_m)$ for $k \geq 3$ with a Witt group of linking forms.

Je voudrais remercier tout particulièrement le Professeur Jean Barge qui m'a proposé ce sujet et m'a prodigué sans compter conseils et encouragements tout au long de cette initiation à la recherche.

Je remercie également les Professeurs François Latour dont les remarques après lecture du manuscrit m'ont été utiles à la rédaction finale, Pierre Vogel avec qui j'ai eu des conversations éclairantes sur ce sujet, Jean Cerf qui a bien voulu présider ce Jury et François Laudénbach qui a accepté d'y participer.

Je voudrais enfin remercier Madame Barbichon qui, en un temps record, s'est chargée avec gentillesse et compétence de la frappe de ce texte.

0. INTRODUCTION.

Dans ce travail, nous montrons deux types de résultats concernant :

1) Les modules d'homologie du revêtement libre du complémentaire d'un entrelacs bord avec, en dimension impaire, la mise en place d'une dualité portée par le quotient \mathbb{Z} -libre de l'homologie médiane généralisant la forme de Blanchfield des noeuds ([B], [L1]) et la réalisation, par des entrelacs simples, de toutes les dualités possibles. En corollaire, nous obtenons des exemples explicites d'entrelacs non scindables, comme dans [CS1] et [Ka].

2) Le groupe de F_m -cobordisme des entrelacs bords en dimension $2k-1$ pour $k \geq 3$, $C_{2k-1}(F_m)$, que nous identifions grâce à cette forme de Blanchfield à un groupe de Witt de formes d'enlacements $W^{(-1)^{k+1}}(A, \Sigma)$. Le calcul de $C_{2k-1}(F_m)$ a déjà été effectué en termes de matrices de Seifert par J. Levine pour les noeuds ([L2]) et récemment K.H. Ko dans le cas général ([Ko]), en termes de Γ -groupes de chirurgie homologique par S.E. Cappell et J.L. Shaneson ([CS1]) et en termes de formes de Blanchfield par C. Kearton ([K]) pour les noeuds. Nous étendons donc cette dernière forme de calcul au cas général.

Notre première catégorie de résultats repose sur une généralisation directe des méthodes de Levine ([L1]) déjà entamée par N. Sato dans [S1].

La seconde emprunte à l'approche "globale" du cobordisme d'entrelacs bords et plus généralement des plongements de codimension 2 développée par Cappell et Shaneson ([CS1] [CS2]) ainsi que par J.R. Smith ([Smi]).

Précisons ce dernier point : Un m -entrelacs de dimension n , i.e. une sous-variété lisse orientée de codimension 2 dans S^{n+2} dont les m composantes connexes sont des n -sphères topologiques, est dit bord si ses composantes bordent, dans S^{n+2} , m sous-variétés orientables disjointes,

les surfaces de Seifert. L'approche "locale" du cobordisme des noeuds ([L2]) et des entrelacs bords ([Ko]) consiste à mesurer l'obstruction à rendre grandement connexes les surfaces de Seifert par une chirurgie ambiante dans S^{n+2} . Au contraire, l'approche "globale" s'intéresse directement au complémentaire X de l'entrelacs L en oubliant la sphère ambiante, quitte à reconstruire celle-ci a posteriori. On sait en effet que, si L est bord, il existe une application normale de X vers le complémentaire de l'entrelacs trivial, qui est une équivalence en homologie entière. Il s'agira alors de préciser l'obstruction à rendre cette flèche \mathbb{Z} -homologiquement cobordante (i.e. via un cobordisme qui est une équivalence d'homologie entière) à une équivalence d'homotopie, donc l'obstruction de chirurgie duale au sens de [Smi]. Ceci est traduit en deux étapes dans [CS1], ce qui débouche sur

$$C_{2k-1}(F_m) \simeq \tilde{\Gamma}_{2k+2}(\mathfrak{F}) \oplus \begin{cases} (\mathbb{Z})^m & \text{si } k \text{ est impair} \\ (\mathbb{Z}/2)^m & \text{si } k \text{ est pair} \end{cases},$$

et est également sous-jacent à [Smi] qui permet d'identifier $C_{2k-1}(F_m)$ à $D_{2k}(\mathfrak{F})$ un groupe de L -théorie algébrique de Ranicki. Nous interprétons la "forme de Blanchfield" construite ici comme l'obstruction de chirurgie duale adaptée à ce contexte, simplifiant celle de [Smi] et englobant les deux invariants de [CS1].

Ce travail est organisé de la manière suivante : Après quelques définitions (§ I), nous construisons la forme de Blanchfield d'un entrelacs bord (§ II) et réalisons toutes les formes possibles a priori par des entrelacs simples (§ III). Le § IV fournit des applications du théorème de réalisation, tandis que le § V met en place les résultats algébriques sur $W^e(A, \Sigma)$ nécessaires au calcul du F_m -cobordisme (§ VI). Nous y faisons également le lien avec le point de vue de [CS1]. Enfin, une annexe pousse plus avant la description technique de $W^e(A, \Sigma)$.

I . DEFINITIONS et NOTATIONS.

Rappelons les définitions déjà introduites : On travaille dans la catégorie différentiable. Un m-entrelacs L de dimension n est une sous-variété lisse orientée de codimension 2 dans la sphère orientée S^{n+2} , homéomorphe (ou P.L. homéomorphe, cela coïncidera dans les dimensions où l'on se place) à la somme disjointe de m sphères S^n -ses m composantes-. Il est dit bord si ses composantes bordent dans S^{n+2} m sous-variétés lisses orientables et disjointes. On note X le complémentaire d'un tube de L dans S^{n+2} .

Remarquons que le bord de X a m composantes connexes homéomorphes au produit $S^1 \times S^n$. En reliant les m cercles $(S^1 \times *)_i$, $i = 1, \dots, m$, où $*$ est un point base de S^n , à un point base de X , on construit les m méridiens de l'entrelacs, bien définis à conjugaison près. D'après [G] (voir également [Ko], [CS1]), la condition d'être bord coïncide pour L avec l'existence d'un morphisme $\theta : \pi_1(X) \rightarrow F_m$ envoyant méridiens ordonnés sur générateurs ordonnés du groupe libre à m générateurs F_m . Dans un sens, cela résulte de la construction de Thom-Pontryagin sur les surfaces de Seifert. Dans l'autre, on matérialise θ en une application de X dans le bouquet de m cercles munis de m points bases, que l'on transversalise sur ces m points. Les surfaces de Seifert sont des composantes connexes des images réciproques de ces m points.

Définition 1.1 : F_m -entrelacs [CS1]. C'est un tel couple (L, θ) .

Notons X_* le complémentaire du m-entrelacs trivialement plongé.

D'après la proposition 2.2 de [CS1], il n'y a pas d'obstruction à matérialiser θ de la manière suivante :

Définition 1.2 : Application normale. C'est une application de degré 1 $f : (X, \partial X) \rightarrow (X_*, \partial X_*)$, couverte par un morphisme des fibrés normaux

(stables), et vérifiant :

- (i) f induit θ au niveau des groupes fondamentaux ;
- (ii) $f/\partial X$ est un homéomorphisme ;
- (iii) f est une équivalence d'homologie entière, i.e. induit des isomorphismes en homologie entière.

(f peut être couverte par un morphisme de fibrés normaux car f s'étend à toute la sphère S^{n+2}).

A un F_m -entrelacs, on peut associer le revêtement libre \tilde{X} de son complémentaire, revêtement régulier de groupe F_m induit par θ . De même, on a le revêtement \tilde{X}_* de X_* . Par définition, en choisissant des points bases, on peut relever f en $\tilde{f} : \tilde{X} \rightarrow \tilde{X}_*$.

On s'intéresse à la classification des F_m -entrelacs à F_m -cobordisme près. Définissons pour commencer la notion de cobordisme la plus générale entre deux entrelacs.

Définition 1.3 : Cobordisme. Deux entrelacs (quelconques) L_0 et L_1 sont cobordants s'il existe une sous-variété lisse orientée V de codimension 2 dans $S^{n+2} \times [0,1]$ telle que :

- (i) V coïncide avec L_0 et L_1 aux niveaux 0 et 1 ;
- (ii) V est homéomorphe à $L_0 \times [0,1]$.

Cette définition nécessite d'être renforcée pour la manipulation des F_m -entrelacs en la suivante.

Définition 1.4 : F_m -cobordisme. Deux F_m -entrelacs (L_0, θ_0) et (L_1, θ_1) sont F_m -cobordants s'il existe un cobordisme V satisfaisant à la définition précédente et vérifiant en outre la condition :

- (iii) Si U est le complémentaire d'un tube de V dans $S^{n+2} \times [0,1]$ prolongeant X_0 et X_1 aux niveaux 0 et 1, il existe $\theta : \pi_1(U) \rightarrow F_m$

coïncidant, à un automorphisme intérieur de F_m près (pour résorber l'ambiguïté du point base), avec θ_i via les flèches naturelles

$$\pi_1(X_i) \rightarrow \pi_1(U) \quad , \quad i = 0, 1 .$$

Géométriquement, cela correspond à l'existence de surfaces de Seifert disjointes dans $S^{n+2} \times [0,1]$ bordant les m composantes de V (cf. [Ko]).

Notation 1.5. On note $C_n(F_m)$ l'ensemble des F_m -entrelacs de dimension n à F_m -cobordisme près.

Il existe une somme connexe pour les entrelacs bords ([Ko], prop. 1.14) mal définie à isotopie près, mais qui induit bien une structure de groupe abélien sur $C_n(F_m)$.

On la voit clairement ainsi : Plaçons notre premier entrelacs bord dans l'hémisphère Nord de S^{n+2} , et le second dans l'hémisphère Sud, ainsi que leurs surfaces de Seifert respectives. On connecte alors la i -ème composante du premier entrelacs à la i -ème composante du second via le bord d'un n -épaississement d'un arc évitant (sauf en ses extrémités) toutes les surfaces de Seifert en présence.

Remarque. D'après [CS1] (théorème 6.1), $C_{2k}(F_m) = 0$ pour $k \geq 1$.

On s'intéressera en priorité donc au cas n impair.

Notations 1.6. On note :

- . A l'anneau de groupe $\mathbb{Z}[F_m]$ à involution que l'on considèrera parfois comme l'anneau des polynômes de Laurent non commutatifs à m indéterminées sur \mathbb{Z} : $\mathbb{Z}\langle X_1, \dots, X_m, X_1^{-1}, \dots, X_m^{-1} \rangle$
- . \mathfrak{A} : $A \rightarrow \mathbb{Z}$ l'augmentation
- . Σ l'ensemble des matrices carrées T d'augmentation $\mathfrak{A}(T)$ inversible (i.e. $\det \mathfrak{A}(T) = \pm 1$)
- . $M_q(A)$ l'anneau des matrices carrées d'ordre q sur A , et T^* la matrice ${}^t \bar{T}$.

Pour un A -module à gauche (resp. à droite) M , on notera :

- . \bar{M} la A -structure à droite (resp. à gauche) induite par l'involution de A : $a \mapsto \bar{a}$
- . $t(M)$ la \mathbb{Z} -torsion de M
- . $f(M)$ le quotient de M par $t(M)$
- . $e^i(M)$ le A -module à droite (resp. à gauche) $\text{Ext}_A^i(M, A)$.

D'une manière générale, on aura tendance à mélanger, sur les A -modules libres, les notations de morphismes et de matrices. On préférera alors les A -modules à droite libres car les matrices se multiplient dans le même sens que la composition des morphismes associés.

Finalement, l'homologie entière de \tilde{X} a une structure de A -module à gauche : On la note $H_* (X, A)$, tandis que la cohomologie de \tilde{X} à valeurs dans A sera notée $H^* (X, A)$.

II . FORME de BLANCHFIELD des F_m -ENTRELACS
de DIMENSION IMPAIRE

Le but de cette section est d'établir, pour les F_m -entrelacs de dimension $2k-1$, un isomorphisme $\overline{f(H_k(X,A))} \xrightarrow{\sim} e^1(f(H_k(X,A)))$. Ce sera en fait une dualité $(-1)^{k+1}$ -symétrique généralisant la forme de Blanchfield des noeuds ([L1]). Plus généralement, on a le résultat suivant :

THEOREME 2.1. Soit (L, θ) un F_m -entrelacs de dimension $n \geq 1$; on a les isomorphismes : $e^2(t(H_{n-i}(X,A))) \xrightarrow{\sim} \overline{t(H_i(X,A))}$ pour tout i ,

et $\overline{f(H_1(X,A))} \xrightarrow{\sim} e^1(f(H_{n+1-i}(X,A)))$ pour $i \neq 0, n+1$.

Les modules $H_i(X,A)$ en-dessous de la dimension moitié déterminent donc ceux qui sont au-dessus.

1. La preuve suit celle de [L1] pour les noeuds. Elle consiste à "raffiner" algébriquement la dualité de Poincaré sur le F_m -revêtement du complémentaire de l'entrelacs. Nous précisons néanmoins les étapes de la démonstration car des précautions supplémentaires sont nécessaires, l'anneau A n'étant plus ni commutatif, ni noethérien dès que $m \geq 2$. Il conserve cependant de remarquables propriétés.

PROPOSITION 2.2. i) A est cohérent, i.e. le noyau d'un morphisme entre modules de présentation finie est lui-même de présentation finie.

ii) A est de dimension globale 2.

iii) Les A -modules projectifs de type fini sont libres.

iv) L'idéal d'augmentation I est libre de rang m : on a une suite

exacte $0 \rightarrow A^m \rightarrow A \xrightarrow{\mathfrak{F}} \mathbb{Z} \rightarrow 0$

$$e_i \longmapsto X_i - 1 .$$

De plus, $\bigcap_{n=0}^{\infty} I^n = 0$.

v) On a des propriétés semblables à iv) pour l'anneau $\mathbb{Z}_r[F_m]$ et l'augmentation $\mathbb{Z}_r[F_m] \rightarrow \mathbb{Z}_r$ avec r entier.

vi) Tous les idéaux (à droite ou à gauche) de $\mathbb{Q}[F_m]$ sont libres.
Autrement dit, $\mathbb{Q}[F_m]$ est un F.I.R. ([C1]), et en particulier $\mathbb{Q}[F_m]$ est de dimension globale 1.

La majeure partie de cette proposition est citée dans [S1]. L'égalité $\bigcap_{n=0}^{\infty} I^n = 0$ résulte d'un théorème de [F] ainsi que v) en adaptant la démonstration, tandis que la partie vi) provient de [Ba] (chap. IV, §5).

Pour éviter les problèmes dûs au bord de X et aux dimensions extrêmes 0 et $n+1$, il paraît préférable de travailler avec l'homologie H_{*} du cône désuspendu de \tilde{f} , ainsi que sa cohomologie H^{*} à coefficients A . La différence avec $H_{*}(X, A)$ n'est pas grande : En effet, f étant de degré 1, on a des suites exactes courtes scindées :

$$0 \longrightarrow H_i \longrightarrow H_i(X, A) \xrightarrow{\tilde{f}_*} H_i(X_*, A) \longrightarrow 0,$$

et, par ailleurs, $H_{*}(X_*, A)$ est nul sauf pour $H_0(X_*, A) = \mathbb{Z}$ et $H_{n+1}(X_*, A) = A^{m-1}$. On a donc des isomorphismes :

$$(1) \quad \begin{cases} t(H_i) \xrightarrow{\sim} t(H_i(X, A)) & \text{pour tout } i \\ f(H_i) \xrightarrow{\sim} f(H_i(X, A)) & \text{sauf pour } i = 0 \text{ et } n+1. \end{cases}$$

Toujours puisque f est de degré 1 (et est un homéomorphisme sur les bords), on a des isomorphismes produits par la dualité de Poincaré sur X à coefficients A :

$$D^{-1} : \bar{H}_i \xrightarrow{\sim} H^{n+2-i} \quad ([W], \text{ p. 25}).$$

Si, de plus, l'on sait que $\text{Hom}_A(H_*, A) = 0$, comme A est de dimension 2, la suite spectrale "des coefficients universels" calculant H^{*} nous fournit des suites exactes courtes :

$$0 \rightarrow e^2(H_{n-i}) \rightarrow H^{n+2-i} \rightarrow e^1(H_{n+1-i}) \rightarrow 0 \quad ([L1], \text{ th. 2.3 et p.6})$$

que l'on réinterprète via D^{-1} en :

$$(2) \quad 0 \rightarrow e^2(H_{n-i}) \rightarrow \bar{H}_i \rightarrow e^1(H_{n+1-i}) \rightarrow 0 \quad .$$

On pourra conclure en analysant les \mathbb{Z} -torsions et quotients \mathbb{Z} -libres des termes de (2) . C'est l'objet du prochain paragraphe qui étudie les propriétés d'une classe de modules analogues aux modules de type K de [L1] .

2. Modules de type L .

Ils sont introduits dans [S1] par Sato qui montre la proposition suivante :

PROPOSITION-DEFINITION 2.3. [S1] . Soit M un A-module à droite de présentation finie. On a les équivalences :

i) $\text{Tor}_q^A(M, \mathbb{Z}) = 0$ pour tout q .

ii) Le \mathbb{Z} -morphisme $\bigoplus_{i=1}^m M \rightarrow M$, $(h_1 \dots h_m) \mapsto \sum_{i=1}^m h_i(X_i - 1)$ est un isomorphisme.

iii) M a une résolution libre : $0 \rightarrow A^r \xrightarrow{U} A^s \xrightarrow{V} A^t \rightarrow M \rightarrow 0$ avec

- 1) $r + t = s$;
- 2) le p.g.c.d. des mineurs d'ordre r de $\mathfrak{F}(U)$ est 1 ;
- 3) le p.g.c.d. des mineurs d'ordre t de $\mathfrak{F}(V)$ est 1 .

Un module satisfaisant à i), ii) ou iii) sera dit de type L .

Remarque. Pour $m = 1$, on retrouve les modules de type K de [L1] , mais certaines de leurs propriétés diffèrent dès que $m \geq 2$. Tout d'abord, la condition ii) impose, si $m \geq 2$, à un module de type L d'être de rang nul ou infini sur \mathbb{Z} et d'avoir une \mathbb{Z} -torsion nulle ou infinie. Ensuite, toujours si $m \geq 2$, un module de type L n'est pas forcément de A-torsion. Regardons par exemple $\mathbb{Z} \langle X_1, X_2, X_1^{-1}, X_2^{-1} \rangle$ quotienté par l'idéal à droite engendré par

$X_1^{-1} + X_1^{-1}$. C'est un module de type L et $\text{cl}(X_2+1)$ n'est pas de A-torsion.

Si ce n'était pas le cas, on aurait une relation de dépendance

$(X_2+1)P + (X_1^{-1} + X_1^{-1})Q = 0$ avec P et $Q \neq 0$. Comme $Q \langle X_1, X_2, X_1^{-1}, X_2^{-1} \rangle$

est un F.I.R. (Proposition 2.2, vi)), on a une notion de rang bien défini

(théorème 1.1 de [C1]) et donc l'idéal à droite $(X_2+1, X_1^{-1} + X_1^{-1})_d$ dans

$Q \langle X_1, X_2, X_1^{-1}, X_2^{-1} \rangle$ serait libre et de rang plus petit que 2. Il serait alors

principal à droite ce qui est impossible comme on peut le voir en passant à

$Q[X_1, X_2, X_1^{-1}, X_2^{-1}]$ par abélianisation des variables.

L'intérêt des modules de type L réside dans le lemme suivant :

LEMME 2.4 [S1]. Les modules H_i sont de type L pour tout i .

Démonstration. Tout d'abord, par cohérence de A il est clair que les H_i sont

de présentation finie. On a, de plus, une suite exacte courte de complexes, où p

est la projection du revêtement \tilde{X} :

$$0 \longrightarrow \bigoplus_{i=1}^m \overline{C_*}(\tilde{f}) \longrightarrow \overline{C_*}(\tilde{f}) \xrightarrow{p} \overline{C_*}(f) \longrightarrow 0$$

$$(c_1, \dots, c_m) \longmapsto \sum_{i=1}^m c_i(X_i - 1) \quad .$$

On en tire une longue suite exacte d'homologie qui se casse, puisque f est une

équivalence d'homologie entière, en des isomorphismes traduisant précisément

la condition ii) de la définition 2.3 pour les modules \overline{H}_i . \square

Il restait, pour justifier la suite exacte (2), à vérifier la nullité de

$\text{Hom}_A(H_*, A)$. Cela résulte du :

LEMME 2.5. Soit M un module de type L, alors

$$\text{Hom}_A(M, A) = \text{Hom}_A(M, \mathbf{Z}_r[F_m]) = 0 \quad \text{pour } r \text{ entier.}$$

Démonstration. Montrons-le par exemple pour A. Soit φ dans $\text{Hom}_A(M, A)$.

D'après la propriété ii) vérifiée par M, h dans M s'écrit $\sum_{i=1}^n h_i(X_i - 1)$ et

donc $\varphi(h) = \sum_{i=1}^m \varphi(h_i)(X_i - 1)$. D'où l'égalité $(\text{Im } \varphi).I = \text{Im } \varphi$ qui, par itération,

donne $\text{Im } \varphi \subset \bigcap_{n=0}^{\infty} (I^n) = 0$. On opère de même pour $\mathbf{Z}_r[F_m]$ (prop. 2.2, iv).

□

Entamons l'examen des liens existant entre Ext^1 , Ext^2 , \mathbf{Z} -torsion et quotient \mathbf{Z} -libre d'un module, toujours en suivant [L1].

LEMME 2.6. i) Soit M un A-module à droite de présentation finie, alors il existe un entier r tel que $r \cdot e^2(M) = 0$, $r \neq 0$.

ii) Soit M un module de type L, alors $e^1(M)$ est sans \mathbf{Z} -torsion.

Démonstration. Regardons le i) : Tout d'abord puisque A est cohérent, de dimension 2 et M de présentation finie, M possède une résolution finie :

$$0 \longrightarrow A^r \xrightarrow{U} A^s \xrightarrow{V} A^t \longrightarrow M \longrightarrow 0 .$$

En particulier, $e^2(M) = \text{Coker}(U^*)$ est de type fini et il suffit donc de montrer que $e^2(M)$ est de \mathbf{Z} -torsion, i.e. $\mathbf{Q}[F_m] \otimes_A \text{Ext}_A^2(M, A) = 0$. Or, comme $\mathbf{Q}[F_m]$ est plat sur A et d'après l'existence de la résolution finie de M, $\mathbf{Q}([F_m] \otimes_A \text{Ext}_A^2(M, A))$ est isomorphe à $\text{Ext}_{\mathbf{Q}[F_m]}^2(M \otimes_A \mathbf{Q}[F_m], \mathbf{Q}[F_m])$ qui est nul car $\mathbf{Q}[F_m]$ est de dimension 1 (proposition 2.2, vi).

Le ii) résulte du morceau de la suite des Ext :

$$\text{Hom}_A(M, \mathbf{Z}_r[F_m]) \longrightarrow e^1(M) \xrightarrow{\times r} e^1(M)$$

tirée de la suite exacte courte $0 \rightarrow A \xrightarrow{\times r} A \rightarrow \mathbf{Z}_r[F_m] \rightarrow 0$, ainsi que du lemme 2.5. □

On déduit de ce lemme et de (2) les isomorphismes suivants :

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{f(H_i)} \xrightarrow{\sim} e^1(H_{n+1-i}) \\ e^2(H_{n-i}) \xrightarrow{\sim} \overline{t(H_i)} \end{array} \right. .$$

Remarque. Dans le cas classique, c'est-à-dire $n = 1$, on a donc $\overline{t(H_1)} \simeq e^2(H_0) = 0$. D'après (1), le module $H_1(X, A)$, qui n'est autre que l'abélianisé du noyau de θ , est isomorphe à H_1 . On peut écrire ainsi : Soient (L, θ) un F_m -entrelacs de dimension 1 et G le noyau de θ . Alors,

- 1) $G/[G, G]$ est sans \mathbb{Z} -torsion ;
- 2) dès que $m \geq 2$ et $G/[G, G] \neq 0$, alors $G/[G, G]$ n'est pas de type fini sur \mathbb{Z} et donc G n'est pas de type fini.

Les deux résultats suivants permettent de clore la démonstration du théorème 2.1 :

LEMME 2.7. i) Soit M de type L et de \mathbb{Z} -torsion, alors $e^1(M) = 0$.

ii) Soit M de type L sans \mathbb{Z} -torsion, alors $e^2(M) = 0$.

COROLLAIRE 2.8. Soit M de type L tel que $f(M)$ soit de présentation finie (et donc $t(M)$ également par cohérence de A), alors :

i) $e^1(f(M)) \xrightarrow{\sim} e^1(M)$;

ii) $e^2(M) \xrightarrow{\sim} e^2(t(M))$.

Remarque. Je ne sais pas si la condition " $f(M)$ de présentation finie" est superflue; elle est, dans tous les cas, vérifiée par les modules H_i d'un F_m -entrelacs d'après (3).

Démonstration du lemme 2.7 [L1]. Pour le i), comme M est de \mathbb{Z} -torsion et de type fini, il existe un entier r tel que $r.M = 0$, donc $r.e^1(M) = 0$, ce qui impose $e^1(M) = 0$ grâce au lemme 2.6. Regardons le ii) : Toujours d'après le lemme 2.6, il existe r tel que $r.e^2(M) = 0$. Or, par hypothèse, la multiplication par r dans M est injective et on a une suite exacte courte $0 \rightarrow M \xrightarrow{\times r} M \rightarrow M/rM \rightarrow 0$ qui induit $e^2(M) \xrightarrow{\times r} e^2(M) \rightarrow e^3(M/rM) = 0$ (puisque la dimension de A est 2). Donc, $e^2(M) = r.e^2(M) = 0$. \square

Pour le corollaire, il suffit de remarquer qu'avec les hypothèses sur M , $t(M)$ est de type L en utilisant par exemple la caractérisation ii) de la proposition 2.3. La même caractérisation nous dit, par le lemme des 5, que $f(M)$ est également de type L (cf. annexe 1). Il suffit alors d'appliquer les lemmes 2.5

et 2.7 à la suite exacte des Ext déduite de $0 \rightarrow t(M) \rightarrow M \rightarrow f(M) \rightarrow 0$:

$$\begin{array}{cccccccccccc} \text{Hom}_A(t(M), A) & \rightarrow & e^1(f(M)) & \rightarrow & e^1(M) & \rightarrow & e^1(t(M)) & \rightarrow & e^2(f(M)) & \rightarrow & e^2(M) & \rightarrow & e^2(t(M)) & \rightarrow & e^3(f(M)) \\ \parallel & & & & & & \parallel & & \parallel & & & & & & \parallel \\ 0 & & & & & & 0 & & 0 & & & & & & 0 \end{array}$$

(dim A = 2) □

On termine la preuve du théorème 2.1 grâce à ce corollaire et aux isomorphismes (3) et (1).

3. Forme de Blanchfield.

En dimension $n = 2k-1$, nous obtenons par le théorème 2.1 une dualité sur $f(H_k(X, A))$. Cette dualité possède une propriété de symétrie que l'on va traduire de deux manières équivalentes. Mais auparavant, voici un résultat montrant que $e^1(M)$ est la bonne notion de dual (avec bidualité) pour les modules M de type L sans \mathbb{Z} -torsion.

PROPOSITION-DEFINITION 2.9 : Modules de type S [L1] .

- a) Soit M de type L, on a les équivalences :
- i) M est sans \mathbb{Z} -torsion ;
 - ii) $e^2(M) = 0$;
 - iii) M est de dimension homologique 1 .

Un module de type L satisfaisant à l'une de ces propriétés sera dit de type S .

- b) Soit M de type S, alors $\overline{e^1(M)}$ est canoniquement isomorphe à M .

Remarque. D'après la condition iii) et la proposition 2.3 iii), un module M de type S aura une résolution libre courte

$$0 \rightarrow A^q \xrightarrow{T} A^q \rightarrow M \rightarrow 0 \quad \text{avec } \det(\mathfrak{F}(T)) = \pm 1 .$$

Démonstration de la proposition 2.9. Pour le a), l'implication $i \Rightarrow ii$) découle du lemme 2.7.

Pour ii) \Rightarrow iii) : Soit $0 \rightarrow F_2 \xrightarrow{U} F_1 \xrightarrow{V} F_0 \rightarrow M \rightarrow 0$ une résolution libre finie de M . Comme $e^2(M) = 0$, U^* est surjective, donc scindée puisque F_2 est libre. Donc U est scindée, ce qui entraîne iii).

Quant à iii) \Rightarrow i) : Soit $0 \rightarrow F_1 \xrightarrow{T} F_0 \rightarrow M \rightarrow 0$ une résolution libre courte de M . Comme $\text{Hom}_A(M, A) = 0$, il vient en dualisant : $0 \rightarrow F_0^* \xrightarrow{T^*} F_1^* \rightarrow \overline{e^1(M)} \rightarrow 0$. En particulier, $\overline{e^1(M)}$ est de type L (proposition 2.3 iii), donc $\text{Hom}_A(\overline{e^1(M)}, A) = 0$ et en dualisant à nouveau : $0 \rightarrow F_1^{**} \xrightarrow{T^{**}} F_0^{**} \rightarrow \overline{e^1(\overline{e^1(M)})} \rightarrow 0$. La bidualité sur les modules libres entraîne l'isomorphisme $M \simeq \overline{e^1(\overline{e^1(M)})}$; or ce dernier module est sans \mathbb{Z} -torsion (lemme 2.6).

Le b) résulte de la démonstration ci-dessus en remarquant que l'isomorphisme $M \simeq \overline{e^1(\overline{e^1(M)})}$ ne dépend pas de la résolution choisie. \square

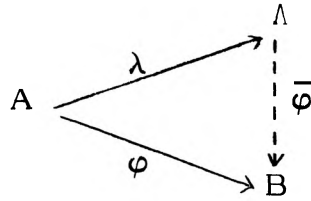
Ceci nous conduit à la définition suivante :

DEFINITION 2.10 : ϵ -forme d'enlacement. C'est un couple (M, φ) où

- i) M est de type S ;
- ii) φ est un isomorphisme entre M et $\overline{e^1(M)}$;
- iii) φ est ϵ -symétrique pour $\epsilon = \pm 1$, i. e. si $\hat{\varphi}$ est la duale de φ ($\hat{\varphi} : M \xrightarrow{\sim} \overline{e^1(\overline{e^1(M)})} \xrightarrow{\varphi^*} \overline{e^1(M)}$), alors $\hat{\varphi} = \epsilon \varphi$.

On peut retomber sur une définition plus familière de formes d'enlacement ([V1]) en faisant intervenir l'anneau Λ , localisation au sens de P.M. Cohn de l'augmentation $\mathfrak{F} : A \rightarrow \mathbb{Z}$ ([C1] théorème 2.1 ; voir aussi [C2]) :

Rappelons que Σ est l'ensemble des matrices carrées T à coefficients dans A telles que $\det(\mathfrak{F}(T)) = \pm 1$. L'anneau Λ s'obtient en inversant formellement les matrices de Σ . Il en résulte un morphisme canonique $\lambda : A \rightarrow \Lambda$ possédant la propriété universelle suivante : Soit $\varphi : A \rightarrow B$ un morphisme d'anneau Σ -inversible (i.e. $\varphi(\Sigma)$ est constitué de matrices inversibles dans B), alors φ se factorise de manière unique via λ :



On peut remarquer que, Σ étant stable par l'involution $T \mapsto T^*$, λ est un morphisme d'anneaux à involution. D'une manière générale, on ne sait pas grand chose de plus sur Λ et la détermination du noyau de λ constitue déjà un problème. Ici, on a la réponse suivante :

PROPOSITION 2.11. i) Le morphisme $\lambda : A \rightarrow \Lambda$ est injectif.

ii) Soit (M, φ) une ϵ -forme d'enlacement. Alors, $e^1(M)$ est isomorphe à $\text{Hom}_A(M, \Lambda/A)$ et φ induit une forme $\tilde{\varphi} : M \otimes_{\mathbf{Z}} M \rightarrow \Lambda/A$, ϵ -hermitienne au sens habituel pour l'involution de Λ/A et non dégénérée.

Démonstration. Pour i), d'après la propriété universelle de λ , il suffit de trouver un morphisme d'anneau $A \rightarrow B$ injectif et Σ -invertible. Or, A s'injecte dans $\mathbb{Q}[F_m]$ qui est un F.I.R. (proposition 2.2 vi)). D'après [C1] p. 283, $\mathbb{Q}[F_m]$ possède un corps des fractions universel K dans lequel il s'injecte. De plus, K a la propriété d'inverser toutes les matrices carrées pleines (i.e. ne pouvant s'écrire comme produit de matrices non carrées de taille plus petite) à coefficients A . Or, les matrices de Σ sont pleines sur $\mathbb{Q}[F_m]$ (par un argument de rang de $\mathfrak{F}(T)$, T dans Σ), et donc la composée injective $A \hookrightarrow \mathbb{Q}[F_m] \hookrightarrow K$ est Σ -invertible.

Regardons le ii) : D'après i), on a une suite exacte courte de A -modules $0 \rightarrow A \rightarrow \Lambda \rightarrow \Lambda/A \rightarrow 0$ qui induit :

$$\text{Hom}_A(M, \Lambda) \rightarrow \text{Hom}_A(M, \Lambda/A) \xrightarrow{\partial^*} e^1(M) \rightarrow \text{Ext}_A^1(M, \Lambda) .$$

Il s'agit de voir que les modules des extrémités sont nuls. Or M possède une résolution courte $0 \rightarrow A^q \xrightarrow{T} A^q \rightarrow M \rightarrow 0$ avec T dans Σ , car M est de type S . Par définition : $\text{Hom}_A(M, \Lambda) = \text{Ker}(\lambda(T^*))$
 $\text{Ext}_A^1(M, \Lambda) = \text{Coker}(\lambda(T^*)) .$

Or, T^* est également dans Σ , donc $\lambda(T^*)$ est inversible. D'où l'isomorphisme δ^* entre $\text{Hom}_A(M, \Lambda/A)$ et $e^1(M)$. L' ϵ -hermitiennité de $\tilde{\varphi}$ se déduit simplement des identifications ci-dessus. \square

Remarques. 1) On utilisera indifféremment l'une ou l'autre des définitions de formes d'enlacement (2.10 ou 2.11) suivant la commodité.

2) Dans le cas des noeuds ($m = 1$), l'anneau Λ n'est autre que la localisation commutative habituelle $S^{-1}A$ où la partie multiplicative $S = \{p \in A / p = \bar{p} \text{ et } \exists(p) = \pm 1\}$. On retombe donc sur la forme de Blanchfield des noeuds.

3) Une matrice T de Σ est forcément injective. Cela résulte de l'injectivité du morphisme $\lambda : A \rightarrow \Lambda$ ou bien de la nullité du module $\text{Hom}_A(\text{Coker}(T^*), A)$ qui se montre comme le lemme 2.5.

Nous pouvons maintenant énoncer le résultat principal de cette section :

THEOREME 2.12 : Forme de Blanchfield. Soit (L, θ) un F_m -entrelacs de dimension $2k-1$, $k \geq 1$. L'isomorphisme $\overline{f(H_k(X, A))} \xrightarrow{\sim} e^1(f(H_k(X, A)))$ obtenu dans le théorème 2.1, est une $(-1)^{k+1}$ -forme d'enlacement que l'on appellera forme de Blanchfield du F_m -entrelacs et notera $B(L, \theta)$.

Démonstration. D'après ce qui précède, il ne reste plus qu'à montrer la symétrie de la forme de Blanchfield. Pour cela, on va interpréter de manière plus géométrique l'isomorphisme que l'on a obtenu, en procédant comme pour les noeuds ($[L1]$) mais avec la différence importante que $H_k(X, A)$ n'est pas de A -torsion. Rappelons ($[L1]$ §2) que si l'on triangule X et que l'on considère X^1 le complexe dual de X , on a une forme d'intersection induisant la dualité de Poincaré en homologie :

$$C_q(\tilde{X}) \otimes_{\mathbf{Z}} C_{2k+1-q}(\tilde{X}^1) \longrightarrow A, \quad (\alpha, \beta) \longmapsto \alpha \cdot \beta,$$

A -linéaire à gauche et telle que :

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{i) } \alpha \cdot \beta = (-1)^{q(2k+1-q)} \overline{\beta \cdot \alpha} \\ \text{ii) } \partial \alpha \cdot \beta = (-1)^q \alpha \cdot \partial \beta \quad \text{où } \alpha \text{ est une } q\text{-chaîne et } \beta \text{ une} \\ \quad \quad \quad (2k+2-q)\text{-chaîne.} \end{array} \right.$$

Cette forme d'intersection produit une forme I de

$H_q(X, \Lambda/A) \otimes_{\mathbf{Z}} H_{2k+1-q}(X, A) \rightarrow \Lambda/A$ de la manière suivante : Soient σ dans $H_q(X, \Lambda/A)$, τ dans $H_{2k+1-q}(X, A)$ et α, β des cycles les représentant respectivement. On peut relever α dans $\Lambda \otimes_A C_q(\tilde{X})$ en une chaîne $\sum \lambda_i \otimes \alpha_i$ avec la condition que $\partial(\sum_{\text{finie}} \lambda_i \otimes \alpha_i)$ soit dans $C_{q-1}(\tilde{X})$ (condition de cycle pour α).

On posera $I(\sigma, \tau) = \sum_{\text{finie}} (\beta \cdot \alpha_i) \overline{\lambda_i} \pmod{A}$. On vérifie que I ne dépend pas des choix faits, et de plus les propriétés i) et ii) de la forme d'intersection permettent de montrer l'égalité :

$$(5) \quad I(\sigma, \partial_* \sigma') = (-1)^{k+1} \overline{I(\sigma', \partial_* \sigma)}$$

où σ et σ' sont dans $H_{k+1}(X, \Lambda/A)$ et ∂_* le bord en homologie associé à la suite exacte courte $0 \rightarrow C_*(\tilde{X}) \rightarrow \Lambda \otimes_A C_*(\tilde{X}) \rightarrow \Lambda/A \otimes_A C_*(\tilde{X}) \rightarrow 0$.

Il reste à voir le lien entre I et la forme de Blanchfield. Tout d'abord I induit un homomorphisme de $\overline{H_{k+1}(X, \Lambda/A)}$ dans $\text{Hom}_A(H_k(X, A), \Lambda/A)$ qui n'est autre que l'enchaînement :

$$I : \overline{H_{k+1}(X, \Lambda/A)} \rightarrow \overline{H_{k+1}(X, \partial X, \Lambda/A)} \xrightarrow[\sim]{D^{-1} \Lambda/A} H^k(X, \Lambda/A) \xrightarrow{e_*} \text{Hom}_A(H_k(X, A), \Lambda/A).$$

Par ailleurs, on a le lemme suivant :

$$\text{LEMME 2.13.} \quad H_{k+1}(X, \Lambda/A) \xrightarrow{\partial_*} H_k(X, A) \text{ est un isomorphisme.}$$

qui permet de construire une forme :

$$B' : \overline{H_k(X, A)} \xrightarrow[\sim]{\partial_*^{-1}} \overline{H_{k+1}(X, \Lambda/A)} \xrightarrow{I} \text{Hom}_A(H_k(X, A), \Lambda/A).$$

On constate alors que B' induit sur $f(H_k(X, A))$ exactement la forme de Blanchfield de l'entrelacs. La relation (5) démontre bien la $(-1)^{k+1}$ -symétrie de B. \square

Démonstration du lemme 2.13. Comme dans le paragraphe II.2, il est préférable de faire la démonstration par l'homologie du cône de \tilde{f} , et cela ne change rien au résultat (cf. (1)). Il suffit clairement de voir que $\Lambda \otimes_A C_* (\tilde{f})$ est acyclique. On sait déjà, par hypothèse sur f , que $\mathbb{Z} \otimes_A C_* (\tilde{f})$ est acyclique. On dispose donc d'une homotopie H à zéro de ce complexe. Comme $C_* (\tilde{f})$ est A -libre et que l'augmentation \tilde{f} est surjective, on peut relever H en H_1 sur $C_* (\tilde{f})$. On aura la relation $\tilde{f}(dH_1 + H_1 d) = \text{Id}_{\mathbb{Z} \otimes_A C_* (\tilde{f})}$. Par définition de Λ , $dH_1 + H_1 d$ sera inversible dans Λ d'inverse K . On vérifie que $K \circ H_1$ est une homotopie à zéro de $\Lambda \otimes_A C_* (\tilde{f})$. (Tout ceci est un cas particulier du théorème 1.13 de [V2] prouvé p. 202.) \square

III . Un THEOREME de REALISATION.

Cette section est consacrée à la réalisation de toutes les formes d'enlacement par des formes de Blanchfield d'une catégorie particulière de F_m -entrelacs : les entrelacs simples. Comme la précédente, cette section suit de près la démonstration analogue pour les noeuds de [L1]. Nous détaillerons cependant la preuve particulièrement aux endroits où elle diffère de [L1].

Définition 3.1. Entrelacs simple : C'est un F_m -entrelacs (L, θ) de dimension $2k-1$, $k \geq 2$, tel que :

ii) $\pi_i(X) = 0$ pour $1 < i < k$.

C'est donc un entrelacs dont le complémentaire a le type d'homotopie le plus proche de celui du complémentaire de l'entrelacs trivial, sans être lui-même a priori trivial (cf. le critère homotopique de non-nouage des entrelacs de [G]).

Remarque. Si (L, θ) est un entrelacs simple, il résulte de (1) et (3) que $\overline{H_k(X, A)}$ est de type S, et $B(L, \theta)$ n'est autre que l'enchaînement suivant :

$$\overline{H_k(X, A)} \xrightarrow{\sim} \overline{H_k(X, \partial X, A)} \xrightarrow[\sim]{D^{-1}} H^{k+1}(X, A) \xrightarrow{\sim} e^1(H_k(X, A)),$$

car, par le théorème d'Hurewicz appliqué à \tilde{X} , $H_i(X, A) = 0$ pour $0 < i < k$.

Définition 3.2. Isomorphisme de formes d'enlacements. Deux ϵ -formes d'enlacement (M_1, φ_1) et (M_2, φ_2) sont isomorphes s'il existe un isomorphisme $\psi: M_1 \xrightarrow{\sim} M_2$ et un diagramme commutatif

$$\begin{array}{ccc} M_1 & \xrightarrow[\sim]{\psi} & M_2 \\ \varphi_1 \downarrow \wr & & \downarrow \wr \varphi_2 \\ e^1(M_1) & \xrightarrow[\sim]{\psi^*} & e^1(M_2) \end{array} .$$

Nous pouvons maintenant énoncer le théorème de réalisation :

THEOREME 3.3. Soit (M, φ) une ϵ -forme d'enlacement. Alors pour tout entier $k \geq 3$, pair si $\epsilon = -1$ et impair si $\epsilon = +1$, il existe un entrelacs simple de dimension $2k-1$ dont la forme de Blanchfield est isomorphe à (M, φ) .

Remarque. Ce théorème, avec le théorème 2.12, permet de caractériser les A -modules à droite apparaissant comme $f(\overline{H_k(X, A)})$ d'un F_m -entrelacs de dimension $2k-1$, $k \geq 3$. Il faut et il suffit qu'ils soient de type S et supportent une $(-1)^{k+1}$ forme d'enlacement. C'est donc une extension à la dimension moitié des résultats de Sato ([S1]) caractérisant les modules $H_i(X, A)$ pour $i < k$.

Démonstration. Elle consiste à construire le complémentaire du futur entrelacs par attachements de $k+1$ anses sur un modèle standard. Mais, pour cela, nous devons disposer d'un relèvement particulièrement symétrique de φ à une résolution de M .

Définition 3.4 : Résolution ϵ -symétrique paire. Soit (M, φ) une ϵ -forme d'enlacement. Une résolution ϵ -symétrique paire de cette forme est un couple de matrices (T, S) dans $M_q(A)$ vérifiant :

(i) On a un diagramme commutatif à lignes exactes :

$$\begin{array}{ccccccc}
 0 & \longrightarrow & A^q & \xrightarrow{T} & A^q & \longrightarrow & M & \longrightarrow & 0 \\
 & & \downarrow \epsilon S^* & & \downarrow S & & \downarrow \varphi & & \\
 0 & \longrightarrow & A^q & \xrightarrow{T^*} & A^q & \longrightarrow & e^1(M) & \longrightarrow & 0
 \end{array} \tag{6}$$

(ii) ST est ϵ -symétrique paire, i.e. il existe R dans $M_q(A)$ telle que $ST = R + \epsilon R^*$.

Remarques. 1) Nécessairement, T est dans Σ (i.e. $\det(\mathfrak{F}(T)) = \pm 1$) car M est de type S et donc $M \otimes_A \mathbb{Z} = \text{Tor}_1^A(M, \mathbb{Z}) = 0$.

2) Si on a un diagramme (6) avec T dans Σ , il est clair que (M, φ) est une ϵ -forme d'enlacement. Réciproquement, on a la

PROPOSITION 3.5. Toute ϵ -forme d'enlacement possède une résolution ϵ -symétrique paire.

Ce résultat peut se montrer en transposant la démonstration de [L1] proposition 12.3 dans notre contexte ce qui fait intervenir Λ , mais on peut s'en passer de la manière suivante :

Précisons d'abord les problèmes de symétrie dans A .

LEMME 3.6. Notons $S_q^\epsilon(A)$ l'ensemble des matrices d'ordre q ϵ -symétriques, $SP_q^\epsilon(A)$ l'ensemble des matrices d'ordre q ϵ -symétriques paires, et T, U deux matrices dans $M_q(A)$.

(i) On a une suite exacte $0 \rightarrow SP_q^1(A) \rightarrow S_q^1(A) \xrightarrow{\tau} (\mathbb{Z}/2)^q \rightarrow 0$,
et, par ailleurs, $SP_q^{-1}(A) = S_q^{-1}(A)$.

(ii) Si T est dans Σ , alors la conjugaison par $T : S_q^{\pm 1}(A) \rightarrow S_q^{\pm 1}(A)$, $U \mapsto T^*UT$ induit, via τ , un isomorphisme $\tilde{T} : (\mathbb{Z}/2)^q \rightarrow (\mathbb{Z}/2)^q$.

(iii) Si T est dans Σ , a) U ϵ -symétrique $\Leftrightarrow T^*UT$ ϵ -symétrique ;
b) U ϵ -symétrique paire $\Leftrightarrow T^*UT$ ϵ -symétrique paire.

Démonstration. Le i) résulte simplement des faits suivants :

- une matrice carrée ϵ -symétrique est ϵ -symétrique paire si ses termes diagonaux sont ϵ -symétriques paires ;

- un élément de A antisymétrique s'écrit toujours $a - \bar{a}$. Un élément symétrique a de A s'écrit $b + \bar{b}$ si $\mathfrak{F}(a)$ est congru à 0 (mod 2). (De ce point de vue, A a le même comportement que l'anneau des polynômes de Laurent $\mathbb{Z}[X_1, \dots, X_m, X_1^{-1}, \dots, X_m^{-1}] = \mathbb{Z}[\mathbb{Z}^m]$). On pose alors $\tau(U) = (\mathfrak{F}(U_{ii})) \pmod{2}$.

Pour le ii), \tilde{T} s'écrit $\tilde{T}(z) = \tau(T^*UT)$ pour une matrice U telle que $\tau(U) = z$. Il est alors facile de trouver un inverse de \tilde{T} puisque $\mathfrak{F}(T)$ est inversible.

Regardons le iii) : d'après le ii), on vérifie que la partie a) entraîne la partie b). Pour le a) :

Supposons T^*UT ϵ -symétrique. On a, par injectivité de T^* qui est dans Σ (cf. la remarque après la proposition 2.11), $T^*UT = \epsilon T^*U^*T \Rightarrow UT = \epsilon U^*T$, d'où $T^*U^* = \epsilon T^*U$ et donc $U^* = \epsilon U$. \square

Montrons maintenant la proposition 3.5. Soit (M, φ) une ϵ -forme d'enlacement. Puisque M est de type S , il possède une résolution courte $0 \rightarrow A^q \xrightarrow{T} A^q \rightarrow M \rightarrow 0$, où T est dans Σ . En dualisant cette résolution, on obtient $0 \rightarrow A^q \xrightarrow{T^*} A^q \rightarrow \overline{e^1(M)} \rightarrow 0$ (cf. lemme 2.5). Soit (S_1, S_2) relevant φ à cette résolution. On a le diagramme commutatif :

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \longrightarrow & A^q & \xrightarrow{T} & A^q & \longrightarrow & M \longrightarrow 0 \\ & & \downarrow S_1 & & \downarrow S_2 & & \downarrow \varphi \\ 0 & \longrightarrow & A^q & \xrightarrow{T^*} & A^q & \longrightarrow & \overline{e^1(M)} \longrightarrow 0 \end{array} .$$

Comme φ est ϵ -symétrique, $S_2 - \epsilon S_1^*$ relève 0 et donc il existe U dans $M_q(A)$ telle que : $S_2 - \epsilon S_1^* = T^*U$. Or, U est $(-\epsilon)$ symétrique paire car $T^*UT = S_2T - \epsilon S_1^*T = S_2T - \epsilon(S_2T)^*$. D'après le lemme 3.6. Donc, U s'écrit $R - \epsilon R^*$ et, en posant $S' = S_2 - T^*R$, on constate que l'on obtient le diagramme commutatif suivant :

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \longrightarrow & A^q & \xrightarrow{T} & A^q & \longrightarrow & M \longrightarrow 0 \\ & & \downarrow \epsilon S'^* & & \downarrow S' & & \downarrow \varphi \\ 0 & \longrightarrow & A^q & \xrightarrow{T^*} & A^q & \longrightarrow & \overline{e^1(M)} \longrightarrow 0 \end{array} .$$

Il reste à satisfaire la condition ii) de parité, qui est vide si $\epsilon = -1$. Dans le cas $\epsilon = +1$, on modifie S' de la manière suivante : D'après le lemme 3.6, il existe V symétrique telle que $\tau(S'T) = \tau(T^*VT)$. Il est facile de constater alors que $S = S' - T^*V$ convient. \square

Passons à la démonstration proprement dite du théorème. Soit (T, S) une résolution ϵ -symétrique paire de (M, φ) . C'est elle que l'on va réaliser géométriquement.

LEMME 3.7. Soit $k \geq 3$, pair si $\epsilon = -1$, impair si $\epsilon = +1$. Il existe une variété N à bord de dimension $2k+1$ telle que :

i) $\pi_1(\partial N) \xrightarrow{\sim} \pi_1(N) \simeq F_m$, $\pi_i(N) = 0$ pour $1 < i < k$;

ii) On a un diagramme commutatif :

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \longrightarrow & A^q & \xrightarrow{T} & A^q & \longrightarrow & \overline{H}_k(N, A) \longrightarrow 0 \\ & & \downarrow \epsilon S^* & & \downarrow S & & \downarrow J \\ 0 & \longrightarrow & A^q & \xrightarrow{T^*} & A^q & \longrightarrow & H^{k+1}(N, A) \longrightarrow 0 \end{array} ,$$

où J est induite par la forme d'intersection. (Cf. la démonstration du théo. 2.12,

J est également la composée $\overline{H}_k(N, A) \rightarrow \overline{H}_k(N, \partial N, A) \xrightarrow{\sim} H^{k+1}(N, A)$.)

iii) Le bord ∂N de N est difféomorphe à une somme connexe $\#_{i=1}^m (S^1 \times \Sigma_i)$

où Σ_i est une sphère topologique de dimension $2k-1$.

Admettons provisoirement ce lemme. La variété N n'est pas tout à fait notre complémentaire car ∂N est connexe. On va "disjoindre" ce bord en lui attachant la variété : $Y = \#_{i=1}^m \partial_0 (S^1 \times \Sigma_i \times [0, 1])$. Ici, le symbole ∂_0 signifie que l'on fait la somme connexe des variétés $S^1 \times \Sigma_i \times [0, 1]$ dans les bords $S^1 \times \Sigma_i \times 0$. En particulier, $\partial Y = \#_{i=1}^m (S^1 \times \Sigma_i) \amalg_{i=1}^m (S^1 \times \Sigma_i)$.

Notons X la variété obtenue en identifiant ∂N à la partie du bord de Y

$\#_{i=1}^m (S^1 \times \Sigma_i)$ et en lissant les coins. Par le théorème de Van Kampen,

$\pi_1(X) \simeq \pi_1(N) \simeq F_m$. En calculant l'homologie du revêtement universel de X à

l'aide de la suite de Mayer-Vietoris, on constate que $\pi_i(X) = 0$ pour $1 < i < k$,

et que le diagramme ii) est conservé. De plus, $\partial X = \amalg_{i=1}^m (S^1 \times \Sigma_i)$. La

variété Σ obtenue de X en "rebouchant" son bord par $\amalg_{i=1}^m (D^2 \times \Sigma_i)$ est

clairement simplement connexe et a le type d'homologie entière de la sphère

S^{2k+1} . (On peut le voir par exemple grâce à la suite spectrale de Leray-Cartan

du revêtement universel de X prouvant que $H_i(X, \mathbb{Z}) = 0$ pour $2 \leq i < 2k$, puis en appliquant la suite exacte de Mayer-Vietoris.) On a donc une sphère d'homotopie et par [Sm1] ($k \geq 3$) en fait une sphère topologique. Quitte à changer la structure différentiable de X dans un petit disque, on peut donc supposer que Σ est la sphère S^{2k+1} , et X un vrai complémentaire d'un entrelacs simple dont la forme de Blanchfield a une résolution ϵ -symétrique paire identique à celle de (M, φ) , donc lui est isomorphe. \square

Montrons, pour terminer, le lemme 3.7.

Construction de N . Partons de $N_0 = \#_{i=1}^m \partial(S^1 \times D^{2k})_i$ (le symbole ∂ signifie que l'on réalise la somme connexe dans le bord, par recollement de deux $2k$ -disques des bords initiaux). On réalise la somme connexe dans le bord de N_0 et de q k -sphères épaissies : $N_1 = N_0 \#_{j=1}^q \partial(S^k \times D^{k+1})_j$. Notons que $\partial N_1 = \#_{i=1}^m (S^1 \times S^{2k-1})_i \#_{j=1}^q (S^k \times S^k)_j$, où, cette fois-ci, on utilise les sommes connexes habituelles. On vérifie que $\pi_1(\partial N_1) \cong \pi_1(N_1) \cong F_m$, $\pi_i(\partial N_1) = \pi_i(N_1) = 0$ pour $1 < i < k$, et $\pi_k(N_1) = A^q$, $\pi_k(\partial N_1) = A^{2q}$. Une base de $\pi_k(\partial N_1)$ est donnée par $e_j = [(S^k \times *)_j]$ et $f_j = [(*) \times S^k]_j$ pour $j = 1, \dots, q$, où $*$ est dans $\partial D^{k+1} = S^k$.

On veut maintenant attacher q $k+1$ -anses à N_1 le long de plongements $\psi_\ell : S^k \times D^k \hookrightarrow \partial N_1$ représentés par les éléments suivants de $\pi_k(\partial N_1)$: $a_\ell = \sum_{j=1}^q \overline{t_{j\ell}} e_j + \sum_{j=1}^q s_{\ell j} f_j$, pour $\ell = 1, \dots, q$, les éléments de A $t_{j\ell}$ et $s_{j\ell}$ ($1 \leq j, \ell \leq q$) étant bien sûr les coefficients de nos deux matrices T et S de départ. Pour cela, il faut prouver l'existence de plongements disjoints et à fibrés normaux triviaux dans ces classes.

On peut, tout d'abord, construire explicitement des plongements à fibrés normaux triviaux représentant $\sum_{j=1}^q \overline{t_{j\ell}} e_j$ et $\sum_{j=1}^q s_{\ell j} f_j$, en connectant des sphères de la forme $(S^k \times *)_j$ pour les premiers, ou $(*) \times S^k]_j$ pour les seconds par des tubes "tournant" autour des cercles $(S^1 \times *)_i$ dans ∂N_1 .

En connectant deux à deux ces plongements, on obtient une famille d'immersions pas forcément disjointes : $\psi'_\ell : S^k \times D^k \hookrightarrow \partial N_1$, $\ell = 1, \dots, q$, dont l'âme $\psi'_\ell(S^k \times 0)$ représente a_ℓ .

Par ailleurs, rappelons que l'on dispose d'une forme d'intersection sur $\pi_k(\partial N_1) = H_k(\partial N_1, A)$ à valeurs dans A ([W], p. 45) vérifiant les égalités $e_i \cdot f_j = (-1)^k f_j \cdot e_i = \delta_{i,j}$ et $e_i \cdot e_j = f_i \cdot f_j = 0$ en choisissant bien les orientations ; donc $a_\ell \cdot a_{\ell'} = \sum_{j=1}^q \overline{t_{j\ell}} \overline{s_{\ell'j}} + (-1)^k \sum_{j=1}^q s_{\ell j} \cdot t_{j\ell'} = 0$ par $(-1)^{k+1}$ symétrie de ST .

On a également (cf. [W], p. 45) une forme d'autointersection μ à valeurs dans $A/\{a + (-1)^{k+1}\bar{a}, a \in A\}$. On calcule aisément l'auto intersection des classes a_ℓ : $\mu(a_\ell) = cl \left(\sum_{j=1}^q \overline{t_{j\ell}} \overline{s_{\ell j}} \right) = 0$ puisque ST est $(-1)^{k+1}$ symétrique paire.

Comme $k \geq 3$, on peut donc, par le procédé de Whitney (cf. [M] par exemple), modifier les immersions ψ'_ℓ pour obtenir des plongements disjoints $\psi_\ell : S^k \times D^k \subset \partial N_1$ représentant les a_ℓ (quitte éventuellement à restreindre les domaines autour des âmes $S^k \times 0$). On définit la variété N par

$$N = N_1 \cup_{\psi_1 \dots \psi_\ell} \left(\bigsqcup_{\ell=1}^q (D^{k+1} \times D^k)_\ell \right).$$

Elle satisfait bien à la condition i) de l'énoncé.

Démonstration de ii). On utilise la décomposition en anses pour calculer

$H_k(N, A)$. On obtient alors $C_{k+1}(N, A) = H_{k+1}(N, N_1, A)$, et c'est un module libre dont une base est constituée par les âmes de nos $k+1$ -anses : $[(D^{k+1} \times 0)_\ell]$, $\ell = 1 \dots q$. De même, $C_k(N, A) = H_k(N_1, N_0, A)$ est également libre et a pour base les âmes des k -sphères épaissies $[(S^k \times *)_j]$, $j = 1 \dots q$. Quant au bord $\partial_* : C_{k+1}(N, A) \rightarrow C_k(N, A)$, il a, par définition des plongements ψ_ℓ , \bar{T} comme matrice dans ces bases. En passant aux modules à droite, on obtient une suite exacte courte :

$$0 \longrightarrow A^q \xrightarrow{T} A^q \longrightarrow \overline{H_k(N,A)} \longrightarrow 0 .$$

En faisant de même pour la cohomologie, on obtient :

$$0 \longrightarrow A^q \xrightarrow{T^*} A^q \longrightarrow H^{k+1}(N,A) \longrightarrow 0 ,$$

T^* étant la matrice du cobord dans les bases duales des précédentes.

Enfin, J est induit au niveau des chaînes par $\overline{C_k(N,A)} \rightarrow C^{k+1}(N,A)$,

$\sigma \mapsto (\tau \mapsto \overline{\sigma \cdot \tau})$. Ce morphisme a S pour matrice dans les bases précédentes

car :
$$\overline{[(S^k \times *)_j \cdot (D^{k+1} \times 0)_\ell]}_{\mathcal{N}} = \overline{[(S^k \times *)_j \cdot \psi_\ell(S^k \times 0)]}_{\partial N_1} = S_{\ell j} .$$

Comme on a l'égalité $\partial \sigma \cdot \sigma' = (-1)^{k+1} \sigma \cdot \partial \sigma'$ pour 2 chaînes σ et σ' dans $C_{k+1}(N,A)$, la matrice $(-1)^{k+1} S^*$ achève la commutation du diagramme ii).

Reconnaissance du bord ∂N (iii)). D'après ii) et comme φ est un isomorphisme, nécessairement J en est un aussi. On en déduit que l'enchaînement

$\overline{H_k(N,A)} \rightarrow \overline{H_k(N, \partial N, A)} \xrightarrow[\sim]{D^{-1}} H^{k+1}(N,A)$ en est un également et donc

$H_k(N,A) \xrightarrow{\sim} H_k(N, \partial N, A)$. Par ailleurs, par construction de ∂N_1 , on a une

flèche de ∂N_1 vers $\partial N_0 = \#_{i=1}^m (S^1 \times S^{2k-1})_i$. Comme on obtient ∂N par chirurgie en dimension moitié sur ∂N_1 et que ∂N_0 n'a pas d'homotopie autour de

cette dimension, on peut étendre cette flèche en une autre $g : \partial N \rightarrow \#_{i=1}^m (S^1 \times S^{2k-1})_i$.

Par construction, g induit des isomorphismes sur les i -ème groupes d'homotopie pour $i < k-1$. Pour conclure que g est une équivalence d'homotopie,

il suffit de montrer que $\pi_{k-1}(\partial N) = \pi_k(\partial N) = 0$, ou encore

$H_{k-1}(\partial N, A) = H_k(\partial N, A) = 0$. Or, on peut extraire de la longue suite exacte

d'homologie relative :

$$H_{k+1}(N, \partial N, A) \rightarrow H_k(\partial N, A) \rightarrow H_k(N, A) \xrightarrow{\sim} H_k(N, \partial N, A) \rightarrow H_{k-1}(\partial N, A) \rightarrow 0$$

car $H_{k-1}(N, A) = 0$; donc déjà $H_{k-1}(\partial N, A) = 0$.

$$\text{De plus, } \overline{H_{k+1}(N, \partial N, A)} \xrightarrow[\sim]{D^{-1}} H^k(N, A) \xrightarrow{\sim} \text{Hom}_A(H_k(N, A), A) = 0$$

puisque $H_k(N, A)$ est de type S . Donc, $H_k(\partial N, A) = 0$ et g est une équivalence

d'homotopie, ce qui permet d'appliquer un théorème de Cappell pour scinder

∂N en une somme connexe de m variétés N_i du type d'homotopie de $S^1 \times S^{2k-1}$.

([Ca], théorème 3). Par un raisonnement analogue à [L1] p.38, N_i est

difféomorphe à $(S^1 \times \Sigma_i) \# \Sigma_i'$ où Σ_i est une $2k-1$ -sphère topologique et Σ_i'

une $2k$ -sphère topologique. On peut supprimer les sphères Σ_i' : Soit

$f_i : S^1 \times D^{2k-1} \hookrightarrow N_i$ un plongement dont l'image est un tube du cercle $S^1 \times *$.

La variété obtenue à partir de N_i par chirurgie le long de f_i est précisément

Σ_i' . Donc, si l'on note V la variété obtenue par attachement de m 2-anses

sur N le long des f_i , ∂V est isomorphe à $\#_{i=1}^m \Sigma_i'$. Or, on peut vérifier

que V est contractile et ∂V est 1-connexe.

Donc, d'après [Sm2], ∂V est difféomorphe à S^{2k} . D'où les difféomorphismes :

$$\begin{aligned} \#_{i=1}^m \Sigma_i' &\simeq S^{2k}, \quad \text{et} \quad \partial N \simeq \#_{i=1}^m (S^1 \times \Sigma_i) \left(\#_{i=1}^m \Sigma_i' \right) \\ &\simeq \#_{i=1}^m (S^1 \times \Sigma_i) \quad . \quad \square \end{aligned}$$

IV. APPLICATIONS du THEOREME de REALISATION

1. Réalisation de modules et de polynômes d'Alexander.

Appelons pour simplifier "module d'Alexander" le module $H_k(X, A)$ pour un entrelacs simple de dimension $2k-1$. Le théorème 3.3 fournit des exemples explicites de tels modules d'Alexander :

COROLLAIRE 4.1. Soit $T \in M_q(A)$ une matrice de Σ (c'est-à-dire $\det(\mathfrak{F}(T)) = \pm 1$). Supposons T symétrique (resp. antisymétrique). Alors, pour tout entier $k \geq 3$ impair (resp. pair), il existe un entrelacs simple de dimension $2k-1$ dont le module d'Alexander est de présentation T .

Démonstration. Il suffit, pour appliquer le théorème, de remarquer que le module $M = \text{Coker } \bar{T}$ supporte une forme d'enlacement symétrique (resp. antisymétrique). Prenons le cas symétrique par exemple. Le diagramme commutatif suivant fournit une forme φ qui est bien un isomorphisme en vertu du lemme des 5 et symétrique (cf. la 2e remarque après la définition 3.4) :

$$\begin{array}{ccccccc}
 0 & \longrightarrow & A^q & \xrightarrow{\bar{T}} & A^q & \longrightarrow & M \longrightarrow 0 \\
 & & \downarrow \text{Id} & & \downarrow \text{Id} & & \downarrow \varphi \\
 0 & \longrightarrow & A^q & \xrightarrow{\bar{T}^*} & A^q & \longrightarrow & e^1(M) \longrightarrow 0 \quad \square
 \end{array}$$

Exemples. 1) En dimension $4q+1$, $q \geq 1$, on obtient comme modules d'Alexander tous les modules cycliques A/Aa où $a \in A$ et vérifie $\bar{a} = a$ et $\mathfrak{F}(a) = \pm 1$.

2) En dimension $4q+3$, $q \geq 1$, on obtient comme modules d'Alexander, en particulier les modules de présentation

$$\begin{pmatrix} a_1 & -1 \\ 1 & a_2 \end{pmatrix} \text{ où } a_i \in A \text{ et } \bar{a}_i = -a_i \text{ pour } i = 1, 2.$$

Les polynômes d'Alexander, eux, sont liés au revêtement abélien universel $\hat{X} \rightarrow X$ associé au noyau de l'abélianisation $\alpha: \pi_1(X) \rightarrow \mathbb{Z}^m = \pi_1(X)^{ab}$. Notons B l'anneau à involution $\mathbb{Z}[\mathbb{Z}^m] = \mathbb{Z}[X_1, \dots, X_m, X_1^{-1}, \dots, X_m^{-1}]$. L'homologie de \hat{X} a une structure de B -module via α . On la notera $H_*(X, B)$. Si L est un entrelacs simple de dimension $2k-1$, Sato a montré dans [S2] que $H_k(X, B)$ est de dimension homologique 1 et admet une présentation carrée du type $0 \rightarrow B^q \xrightarrow{T} B^q \rightarrow H_k(X, B) \rightarrow 0$ avec $\det(T)(1, \dots, 1) = \pm 1$.

Appelons polynôme d'Alexander de L le déterminant de T et notons-le $P_B(L)$. C'est un invariant de $H_k(X, B)$ bien défini à une unité de B près. Sato a également montré que $H_k(X, B)$ supportait une forme $(-1)^{k+1}$ -symétrique à valeurs dans $Q(B)/B$ (où $Q(B)$ est le corps des fractions de B). On peut donc choisir $p_B(L)$ tel que $\overline{p_B(L)} = p_B(L)$. Réciproquement, on a le

COROLLAIRE 4.2. Soit p un polynôme de B tel que $\bar{p} = p$ et $p(1, \dots, 1) = \pm 1$; alors il existe un entrelacs simple de dimension $2k-1$, $k \geq 3$ et k impair, dont p soit le polynôme d'Alexander.

Démonstration. Soit q un élément de A relevant p et tel que $\bar{q} = q$ et $\mathfrak{F}(q) = \pm 1$. (C'est toujours possible : il suffit de considérer p comme un élément de A après avoir désordonné correctement les variables X_1, \dots, X_m dans ses monômes.) D'après les exemples précédents, il existe un entrelacs simple de la bonne dimension et de module d'Alexander A/Aq . Pour conclure, on peut soit utiliser la suite spectrale d'homologie pour le revêtement $\tilde{X} \rightarrow \hat{X}$, soit passer encore par le cône de \tilde{f} : Le complexe $C_*(\tilde{f})$ vérifie que $H_i(C_*(\tilde{f})) = 0$ pour $i < k$. D'après un résultat classique (cf. par exemple [CS2] lemme 1.4), on a l'isomorphisme $H_k(B \otimes_A C_*(\tilde{f})) \simeq B \otimes_A H_k(C_*(\tilde{f}))$ qui se traduit en revenant à l'homologie de X par $H_k(X, B) \simeq B \otimes_A H_k(X, A) \simeq B/Bp$.

□

Remarque. Pour k pair, la même méthode permet de réaliser tous les déterminants p de matrices antisymétriques dans B vérifiant $p(1, \dots, 1) = \pm 1$. En particulier, on obtient les polynômes de la forme $1 + q_1 q_2$ avec $q_i = -\overline{q_i}$.

2. Exemples d'entrelacs non cobordants à des entrelacs scindés.

Un problème important de la théorie des entrelacs - resté ouvert jusqu'à l'article de Cappell et Shaneson [CS1] - a été de savoir s'il existait des entrelacs non cobordants (au sens le plus large) à des entrelacs scindés, c'est-à-dire à des entrelacs dont les composantes sont plongées dans des disques disjoints de S^{2k+1} .

En fait, il en existe beaucoup : La théorie du cobordisme des m -entrelacs est bien plus riche que la juxtaposition des théories de cobordisme pour les m composantes. On va redémontrer ce résultat grâce à nos exemples construits plus haut (cf. également [Ka]).

COROLLAIRE 4.3 [CS1]. En dimension $2k-1$, $k \geq 3$, il existe une infinité de classes de cobordisme de 2 -entrelacs ne contenant pas d'entrelacs scindés.

Avant de passer à la démonstration de ce corollaire, il nous faut un invariant de cobordisme. Prenons le plus simple possible : Considérons le revêtement $X^T \rightarrow X$ (dit "du nombre total d'enlacement" [H]) correspondant au noyau de la flèche : $\pi_1(X) \xrightarrow{ab} \mathbf{Z}^m \rightarrow \mathbf{Z}$, le dernier morphisme envoyant (n_1, \dots, n_m) sur $\sum_{i=1}^m n_i$. L'intérêt de X^T réside dans le fait que l'anneau $C = \mathbb{Q}[\mathbf{Z}] = \mathbb{Q}[X, X^{-1}]$ est principal. L'homologie de X^T à coefficients \mathbb{Q} sera un C -module noté $H_*(X, C)$. Pour tout entrelacs (pas forcément bord) de dimension $2k-1$, $k \geq 2$, on voit facilement que $H_k(X, C)$ et $H_{k+1}(X, C)$ sont de C -torsion. En particulier, $H_k(X, C)$ admet une présentation carrée (par principalité) dont le déterminant sera noté $p_C(L)$. On en déduit aussi que

$H^{k+1}(X, C) \xleftarrow{\sim} \text{Ext}_C^1(H_k(X, C), C)$ par la suite des coefficients universels.

On note $Q(C)$ le corps des fractions de C ; on peut identifier

$\text{Hom}_C(H_k(X, C), Q(C)/C)$ à $\text{Ext}_C^1(H_k(X, C), C)$, et donc définir une forme de

Blanchfield $B_C(L)$ à coefficients C , tout à fait analogue à celle des noeuds.

PROPOSITION 4.4. Soient L_i , $i = 0, 1, 2$ m-entrelacs de dimension $2k-1$,

$k \geq 2$, et cobordants. Alors, il existe q dans C et une unité u tels que

$$p_C(L_1) p_C(L_0) = u q \bar{q} .$$

Démonstration. On peut le déduire de techniques de matrices de Seifert comme

dans [SS] , ou bien le relier aux formes de Blanchfield. Grâce à un résultat

classique (cf. [H] p. 119), il suffit de montrer que $B_C(L_1) \oplus B_C(L_0)$ est

neutre, c'est-à-dire qu'il existe un sous-module I de $H_k(X_1, C) \oplus H_k(X_0, C)$

qui vérifie $I^\perp = I$. On vérifie que , si U est le complémentaire de

notre cobordisme, on a un diagramme commutatif :

$$\begin{array}{ccccc} \text{Hom}_C(H_k(U, C), Q(C)/C) & \rightarrow & \text{Hom}_C(H_k(X_1, C) \oplus H_k(X_0, C), Q(C)/C) & \rightarrow & \text{Hom}_C(H_{k+1}(U, \partial U, C), Q(C)/C) \\ & & \uparrow B_C(L_1) \oplus B_C(L_0) & & \uparrow \\ \text{Hom}_C(H_{k+1}(U, \partial U, C), Q(C)/C) & \xrightarrow{\partial_*} & \text{Hom}_C(H_k(X_1, C) \oplus H_k(X_0, C), Q(C)/C) & \longrightarrow & \text{Hom}_C(H_k(U, C), Q(C)/C) \end{array}$$

On en déduit que $I = \text{Im } \partial_*$ satisfait bien à l'égalité $I^\perp = I$.

Démonstration du corollaire 4.3. On va construire une infinité de 2-entrelacs

simples brunnien (i.e. dont les composantes sont triviales) non cobordants

entre eux et non cobordants à l'entrelacs trivial, ce qui démontrera le résultat.

D'après le corollaire 4.2 et la remarque qui le suit, pour $k \geq 3$ et p premier

dans \mathbb{N} , on peut construire un 2-entrelacs simple L_p tel que

$$p_B(L_p)(X_1, X_2) = 1 + p(X_1 - X_1^{-1})(X_2 - X_2^{-1}) .$$

Ces entrelacs sont brunnien car leurs composantes sont des noeuds simples de polynôme d'Alexander égal à

$p_B(L_p)(X, 1)$ ou $p_B(L_p)(1, X)$ c'est-à-dire à 1 . Ces composantes ont donc le

type d'homotopie du noeud trivial. Par le théorème de non nouage des noeuds [L3], elles sont triviales.

Enfin, par des arguments similaires à ceux de la démonstration de la proposition 4.2, on a l'égalité $p_C(L_p)(X) = p_B(L_p)(X, X) = 1 + p(X - X^{-1})^2$. On voit par identification que ces polynômes sont irréductibles dans $\mathbb{Z}[\mathbb{Z}]$ donc dans \mathbb{C} . En particulier, on ne peut avoir $p_C(L_p)p_C(L_{p'}) = uq\bar{q}$ dans \mathbb{C} pour $p \neq p'$, et donc les entrelacs L_p ne sont pas cobordants entre eux. Finalement, l'égalité $p_C(L_p) = uq\bar{q}$ est impossible, ce qui montre que les entrelacs L_p ne sont pas cobordants à l'entrelacs trivial. \square

V. Le GROUPE de WITT $W^\epsilon(A, \Sigma)$.

Afin d'obtenir, à partir de la forme de Blanchfield (§ II), un invariant de F_m -cobordisme, il est indispensable de définir une relation d'équivalence adéquate sur les ϵ -formes d'enlacement. On construit ainsi un groupe de Witt, du type de ceux de [V1] par exemple, dont on précise ici quelques propriétés.

1. Définition 5.1. Soit (M, φ) une ϵ -forme d'enlacement (cf. § II).

a) Soit I un sous-module de M et $i : I \rightarrow M$ l'injection canonique.

Par définition, l'orthogonal I^\perp de I pour φ sera le sous-module $\varphi^{-1}(\text{Ker } i^*)$ de M . C'est donc le noyau de la composée $M \xrightarrow{\varphi} e^1(M) \xrightarrow{i^*} e^1(I)$.

b) La forme (M, φ) est neutre s'il existe un sous-module I de M vérifiant les deux conditions suivantes :

i) I et M/I sont de type S (cf. § II) ;

ii) $I^\perp = I$.

Un tel sous-module I de M sera appelé un lagrangien de (M, φ) .

Remarque. En utilisant la définition des formes d'enlacement faisant intervenir l'anneau Λ (proposition 2.11), on retrouve les notions habituelles d'orthogonalité et de neutralité de [V1] .

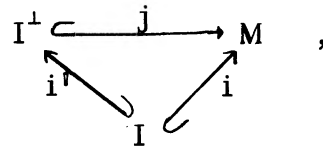
PROPOSITION-DEFINITION 5.2. La relation \sim sur les ϵ -formes d'enlacement donnée par $(M_1, \varphi_1) \sim (M_2, \varphi_2) = (M_1 \oplus M_2, \varphi_1 \oplus -\varphi_2)$ est neutre est une relation d'équivalence compatible avec la somme orthogonale des ϵ -formes d'enlacement. On note $W^\epsilon(A, \Sigma)$ le groupe quotient du monoïde pour la somme orthogonale des ϵ -formes d'enlacement par cette relation.

La seule difficulté de cette proposition réside dans la démonstration de la transitivité de \sim . Classiquement, il suffit de montrer qu'une forme stablement neutre est neutre. Pour les détails, un peu techniques, on se reportera à l'annexe 3. On a, par ailleurs, un critère bien utile de neutralité pour une forme :

PROPOSITION 5.3. Soient (M, φ) une ϵ -forme d'enlacement et I un sous-module de type S de M . On suppose de plus que I est contenu dans son orthogonal I^\perp et que I^\perp/I est de \mathbb{Z} -torsion. Alors, (M, φ) est neutre.

Démonstration. On se propose de prouver que I^\perp est un lagrangien de (M, φ) . Tout d'abord, le fait que I^\perp et M/I^\perp sont de type S provient de résultats de l'annexe 1. Il en découle également que I^\perp/I est de type L et donc $e^1(I^\perp/I) = 0$ par le lemme 2.7.

Prouvons l'égalité $I^{\perp\perp} = I^\perp$. Si l'on note les inclusions des modules en présence de la manière suivante :



par définition, on a :

$$I^\perp = \varphi^{-1}(\text{Ker } i^*) = \varphi^{-1}(\text{Ker}(i^\perp{}^* \circ j^*))$$

et $I^{\perp\perp} = \varphi^{-1}(\text{Ker } j^*)$.

Il suffit donc de montrer l'injectivité de $i^\perp{}^*$. Or, en dualisant la suite exacte courte $0 \rightarrow I \xrightarrow{i^\perp} I^\perp \rightarrow I^\perp/I \rightarrow 0$, on obtient la suite exacte $e^1(I^\perp/I) \rightarrow e^1(I^\perp) \xrightarrow{i^\perp{}^*} e^1(I)$, ce qui conclut puisque $e^1(I^\perp/I) = 0$. \square

2. Une suite exacte de localisation.

Le groupe $W^{\epsilon}(A, \Sigma)$ s'insère naturellement dans une suite exacte de groupes de chirurgie. Géométriquement, elle nous permettra d'interpréter la forme de Blanchfield d'un F_m -entrelacs (L, θ) comme l'obstruction de chirurgie duale associée à l'application normale $(f, c) : X \rightarrow X_*$ correspondant à θ . (Pour plus de précisions, cf. [Smi] et la section suivante.)

Rappelons pour commencer la suite exacte relative des groupes de chirurgie de Wall induite par la localisation $A \rightarrow \Lambda$. On obtient (théorème 7.4 de [W]) :

$$(7) \quad L_{2k+2}^h(A) \rightarrow L_{2k+2}^h(\Lambda) \rightarrow L_{2k+2}^h(A \rightarrow \Lambda) \rightarrow L_{2k+1}^h(A) .$$

Or, par le théorème 1.6 de [V1], $L_{2k+2}^h(A \rightarrow \Lambda)$ est isomorphe à $W^{(-1)^{k+1}}(A, \Sigma)$.

Il faut prendre néanmoins quelques précautions dans cette identification car

Vogel suppose l'hypothèse suivante remplie : Les éléments ε -symétriques de Λ/A sont ε -symétriques pairs, ou encore :

$$(*) \quad \{ \lambda \in \Lambda/A / \lambda = \varepsilon \bar{\lambda} \} / \{ \lambda + \varepsilon \bar{\lambda}, \lambda \in \Lambda/A \} = 0 .$$

En fait, cette condition est inutile dans notre cas précis, car il suffit de remarquer que la démonstration de la proposition 3.1 de [V1], seul endroit où intervient l'hypothèse (*), peut se faire avec des méthodes semblables à celles employées pour montrer notre proposition 3.5. Par ailleurs, le théorème principal de [V2] permet d'identifier $L_{2k+2}^h(\Lambda)$ à $\Gamma_{2k+2}^h(\mathfrak{F})$ un groupe de chirurgie homologique de Cappell et Shaneson [CS2] (cf. également l'annexe 4 pour la définition de $\Gamma_{2k+2}^h(\mathfrak{F})$). Enfin, comme le groupe de Whitehead $Wh(F_m)$ est nul ([Ba]), et d'après la proposition 2.2 iii), il n'y a pas de différence entre modules de type fini libres, libres basés et projectifs sur A .

On peut donc omettre le h en exposant pour les groupes $L(A)$ et $\Gamma(\mathfrak{F})$. Finalement, on obtient à partir de (7) la :

PROPOSITION 5.4. On a une suite exacte :

$$(8) \quad L_{2k+2}(F_m) \xrightarrow{i} \Gamma_{2k+2}(\mathfrak{F}_m) \xrightarrow{\partial} W^{(-1)^{k+1}}(A, \Sigma) \xrightarrow{j} L_{2k+1}(F_m) .$$

Nous renvoyons à l'annexe 4 pour la description explicite des trois flèches.

Cette suite (8) possède l'agréable propriété d'être naturelle par rapport aux obstructions de chirurgies classique et homologique ainsi que par rapport à la forme de Blanchfield.

Plus précisément, si l'on considère un entrelacs simple de dimension $2k-1$, (L, θ) , son complémentaire X et une application normale $(f, c) : X \rightarrow X_*$ induisant θ sur les groupes fondamentaux, on peut associer d'une part à (L, θ) la classe de sa forme de Blanchfield $B(L, \theta)$ dans $W^{(-1)^{k+1}}(A, \Sigma)$, d'autre part à (f, c) son obstruction de chirurgie classique $\sigma_\varrho(f, c)$ dans $L_{2k+1}(F_m)$. On a l'égalité dans $L_{2k+1}(F_m)$:

$$(9) \quad j(\text{cl}(B(L, \theta))) = \sigma_\varrho(f, c) \quad .$$

Supposons de plus que l'on ait un cobordisme U de X à X_1 avec une application normale :

$$(F, C) : (U, X, X_1, \partial_0 U) \rightarrow (X_* \times [0, 1], X_* \times 0, X_* \times 1, \partial X_* \times [0, 1])$$

avec les hypothèses suivantes : F est $(k+1)$ -connexe, induit (f, c) sur X et une équivalence d'homotopie sur X_1 et $\partial_0 U$. Comme $F/\partial U$ est une équivalence d'homologie entière, (F, C) définit bien une obstruction de chirurgie homologique $\sigma_\gamma(F, C)$ dans $\Gamma_{2k+2}(\mathfrak{F})$ ([CS2]). On a l'égalité dans $W^{(-1)^{k+1}}(A, \Sigma)$:

$$(10) \quad \partial(\sigma_\gamma(F, C)) = \text{cl}(B(L, \theta)) \quad .$$

Les deux égalités peuvent se montrer directement à partir des définitions explicites de ∂ et j (cf. l'annexe 4), ou bien se déduire de l'identification de la suite (8) avec la suite 4.1 de [Smi] exprimée en termes de groupes de Ranicki :

$$L_{2k+2}(F_m) \rightarrow \Gamma_{2k+2}(\mathfrak{F}_m) \rightarrow D_{2k+1}(\mathfrak{F}_m) \rightarrow L_{2k+1}(F_m)$$

qui possède également ces propriétés de "naturalité géométrique" ([Smi] p.439).

Enfin si, de plus, dans le contexte de l'égalité (10), l'application normale restreinte à X , $F/X (= f)$ est une équivalence d'homotopie, alors on peut définir l'obstruction de chirurgie classique $\sigma_\varrho(F, C)$ également, et l'on a l'égalité évidente dans $\Gamma_{2k+2}(\mathfrak{F})$:

$$(11) \quad i(\sigma_\varrho(F, C)) = \sigma_\gamma(F, C) \quad .$$

VI . CALCUL du F_m -COBORDISME

Il s'agit du calcul, déjà effectué dans [CS1] et [Ko], du groupe de F_m -cobordisme des F_m -entrelacs de dimension $2k-1$, $k \geq 3$. Nous identifions ce groupe à $W^{(-1)^{k+1}}(A, \Sigma)$.

THEOREME 6.1. Pour $k \geq 3$, la forme de Blanchfield produit un isomorphisme de groupes abéliens $B : C_{2k-1}(F_m) \xrightarrow{\sim} W^{(-1)^{k+1}}(A, \Sigma)$, $cl(L, \theta) \mapsto cl(B(L, \theta))$.

1. Démonstration.

Remarquons pour commencer que la surjectivité de B résulte directement du théorème de réalisation 3.3.

Montrons que B est bien définie : Considérons (L_0, θ_0) et (L_1, θ_1) deux F_m -entrelacs de dimension $2k-1$ dans la même classe de F_m -cobordisme. Il s'agit de voir que $B(L_0, \theta_0) \oplus -B(L_1, \theta_1)$ est neutre. Soit U le complémentaire du tube dans $S^{2k+1} \times [0, 1]$ d'un F_m -cobordisme de L_0 à L_1 . On dispose d'un morphisme $\theta : \pi_1(U) \rightarrow F_m$ coïncidant avec θ_0 et $\alpha \circ \theta_1$ via les inclusions respectives, α étant un automorphisme intérieur de F_m . Or, on a le lemme suivant :

LEMME 6.2. Soit (L, θ) un F_m -entrelacs et α un automorphisme intérieur de F_m donné par $\alpha(h) = ghg^{-1}$; alors, $B(L, \theta)$ et $B(L, \alpha \circ \theta)$ sont isomorphes donc a fortiori équivalentes.

Démonstration. Notons encore α l'extension de l'automorphisme intérieur à l'anneau de groupe A , A_α la structure de A -module sur A (à droite ou à gauche) induite par α , $C_*(X, A_\alpha), C_*(X, \partial X, A_\alpha)$ (resp. $C_*(X, A), C_*(X, \partial X, A)$) les complexes simpliciaux du revêtement régulier de X correspondant à $\alpha \circ \theta$ (resp. θ) et relevant une même triangulation de X . Par définition,

de type L pour $i = k, k+1$. Par ailleurs, comme le revêtement \tilde{U} au-dessus de $\partial_0 U$ (homéomorphe à $\bigsqcup_{i=1}^m (S^1 \times S^{2k-1})_i \times [0, 1]$) est composé de copies de la forme $\mathbb{R} \times [0, 1] \times$ une $(2k-1)$ -sphère topologique, on constate par la suite exacte de Mayer-Vietoris que :

$$H_k(\partial U, A) = H_k(X_0, A) \oplus H_k(X_1, A) \quad \text{et} \quad H^{k+1}(\partial U, A) = H^{k+1}(X_0, A) \oplus H^{k+1}(X_1, A) .$$

Le diagramme (12) s'interprète donc, avec les méthodes du § II, en un diagramme commutatif à lignes "presque" exactes (i.e. par exemple $\text{Ker } i_* / \text{Im } \partial_*$ est de \mathbb{Z} -torsion) :

$$\begin{array}{ccccc} e^1(f(H_k(U, A))) & \xrightarrow{i_*} & e^1(f(H_k(X_0, A))) \oplus e^1(f(H_k(X_1, A))) & \xrightarrow{\partial_*} & e^1(f(H_{k+1}(U, \partial U, A))) \\ \uparrow \wr & & \uparrow \wr B(L_0, \theta_0) \oplus -B(L_1, \theta_1) = \varphi & & \uparrow \wr \\ \overline{f(H_{k+1}(U, \partial U, A))} & \xrightarrow{\partial_*} & \overline{f(H_k(X_0, A))} \oplus \overline{f(H_k(X_1, A))} & \xrightarrow{i_*} & \overline{f(H_k(U, A))} . \end{array}$$

On vérifie alors que le module $I = \text{Im } \partial_*$ est de type S (cf. annexe 1) et que son orthogonal I^\perp pour φ n'est autre que $\varphi^{-1}(\text{Ker } \partial_*) = \text{Ker } i_*$. Donc I^\perp contient I et I^\perp / I est de \mathbb{Z} -torsion. On en déduit (proposition 5.3) que la forme $B(L_0, \theta_0) \oplus -B(L_1, \theta_1)$ est neutre.

Montrons maintenant l'additivité de B par rapport à la somme connexe des F_m -entrelacs (cf. § I) : Il suffit de montrer que la forme de Blanchfield d'une somme connexe (L, θ) de 2 entrelacs simples (L_0, θ_0) et (L_1, θ_1) est équivalente à la somme orthogonale $B(L_0, \theta_0) \oplus B(L_1, \theta_1)$. (En effet, on peut voir par des techniques de chirurgie homologique (propositions 1.8 et 2.1 de [CS2] et également le lemme 1.11 de [Ko]) que chaque classe de F_m -cobordisme contient un entrelacs simple.) Le problème est donc de relier le complémentaire de L aux complémentaires de L_0 et L_1 .

Pour cela, il est commode d'associer à L_0 et L_1 des entrelacs de disques de codimension 2 de la manière suivante : Prenons par exemple (L_0, θ_0) et un point base x_0 dans l'extérieur de l'entrelacs $S^{2k+1} - L_0$.

L'isomorphisme $\theta_0 : \pi_1(S^{2k+1} - L_0, x_0) \xrightarrow{\sim} F_m$ fournit un choix privilégié de méridiens (cf. § I) et donc d'arcs c_i , $i = 1 \dots m$, de x_0 à chaque composante de L_0 , disjoints et évitant L_0 en dehors de leurs extrémités. On considère ensuite un petit $(2k+1)$ -disque d autour de x_0 , évitant L_0 et $D^{2k+1} = S^{2k+1} - \text{Int}(d)$. En connectant dans D^{2k+1} les composantes de L_0 au bord $S^{2k} = \partial D^{2k+1}$ via les bords de $(2k-1)$ -épaississements des arcs c_i tronqués, on construit bien m plongements de $(2k-1)$ -disques dans D^{2k+1} , à bords trivialement plongés dans S^{2k} (cf. figure 1).

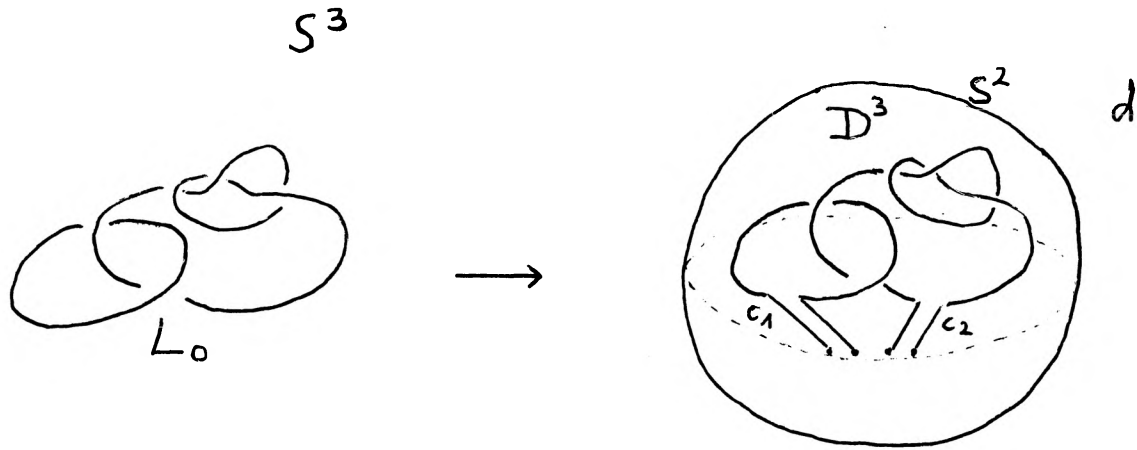


Figure 1 : Construction de l'entrelacs de disques pour $k = 1$, $m = 2$.
On a choisi x_0 à l'infini.

Notons M_0 le complémentaire d'un voisinage tubulaire de ces m $(2k-1)$ -disques plongés dans (D^{2k+1}, S^{2k}) . On a également M_1 obtenu par cette méthode à partir de (L_1, θ_1) . Après lissage des coins, M_0 et M_1 sont des variétés dont les bords contiennent, par construction, un exemplaire du complémentaire Y_* de l'entrelacs trivial de dimension $2k-2$. (Y_* est difféomorphe à $\#_{i=1}^m (S^1 \times D^{2k-1})_i$.) On constate alors que le complémentaire X de la somme connexe L de L_0 et L_1 suivant des arcs choisis en fonction des arcs c_i (et $c_i^!$ pour L_1) n'est autre que $M_0 \cup_{Y_*} M_1$. Par ailleurs, si Z_* est le complémentaire d'un voisinage tubulaire de l'entrelacs trivial de disques en dimension $2k-1$, on a les difféomorphismes :

$$M_j \cup_{Y_*} Z_* \simeq X_j \quad (j = 0, 1)$$

(Z_* est difféomorphe à la somme connexe dans le bord $\#_{i=1}^m (S^1 \times D^{2k})_i$).

De ces difféomorphismes, on déduit que les variétés M_j sont très proches des complémentaires X_j :

- Par le théorème de Van Kampen, les isomorphismes

$$\theta_j \text{ induisent des isomorphismes : } \tilde{\theta}_j : \pi_1(M_j) \xrightarrow{\sim} F_m .$$

- Par la suite exacte de Mayer-Vietoris appliquée aux revêtements universels de M_0 et M_1 , on obtient la nullité des groupes d'homotopies $\pi_i(M_j)$ pour $1 < i < k$ et $j = 0, 1$ (car $k \geq 3$).

- Par dualité de Poincaré à coefficients A sur M_0 et M_1 , on obtient des $(-1)^{k+1}$ -formes d'enlacements :

$$\overline{H_k(M_j, A)} \xrightarrow{\sim} \overline{H_k(M_j, \partial M_j, A)} \xrightarrow{\sim} H^{k+1}(M_j, A) \xrightarrow{\sim} e^1(H_k(M_j, A))$$

isomorphes à $B(L_j, \theta_j)$ pour $j = 0, 1$.

Grâce au difféomorphisme $X \simeq M_0 \cup_{Y_*} M_1$ et par des arguments analogues, l'entrelacs L est un entrelacs simple muni d'un isomorphisme $\theta : \pi_1(X) \xrightarrow{\sim} F_m$ induit par les $\tilde{\theta}_j$ et $B(L, \theta)$ est isomorphe (donc a fortiori équivalente) à $B(L_1, \theta_1) \oplus B(L_2, \theta_2)$.

Terminons par l'injectivité de B : Puisque B est additive et comme chaque classe de F_m -cobordisme contient un entrelacs simple (page 39), il suffit de voir qu'un entrelacs simple (L, θ) dont la forme de Blanchfield est neutre est F_m -cobordant à l'entrelacs trivial. Le lemme suivant ramène ce problème à un énoncé de chirurgie duale : Notons, comme d'habitude, X le complémentaire de L .

LEMME 6.3 (cf. [CS1] p. 35 et [Ko] lemme 1.12). Soit F un cobordisme

$$\text{normal : } (U, X, X_1, \partial X \times [0, 1]) \rightarrow (X_* \times [0, 1], X_* \times 0, X_* \times 1, \partial X_* \times [0, 1])$$

tel que :

i) F/X matérialise le morphisme θ au sens de la définition 1.2.

ii) F/X_1 et $F/\partial X \times [0, 1]$ sont des équivalences d'homotopie.

iii) F est une équivalence d'homologie entière (de degré 1) .

Alors, le F_m -entrelacs (L, θ) est F_m -cobordant à l'entrelacs trivial.

Démonstration. Il s'agit de voir que le cobordisme U est bien le complémentaire d'un F_m -cobordisme dans $S^{2k+1} \times [0, 1]$. Pour cela, bouchons les "trous" de U pour obtenir une variété $V = U \cup_{\partial X \times [0, 1]} (L \times D^2 \times [0, 1])$. On vérifie par le théorème de Van Kampen et la suite exacte de Mayer-Vietoris que V est un h-cobordisme. Comme $k \geq 3$, V est difféomorphe au produit $S^{2k+1} \times [0, 1]$. En particulier, X_1 est le complémentaire d'un entrelacs L_1 muni du morphisme $\theta_1 : \pi_1(X_1) \rightarrow F_m$ induit par la restriction de F au niveau 1 , et (L, θ) est F_m -cobordant à (L_1, θ_1) . Or, d'après ii), le complémentaire de L_1 a le type d'homotopie du complémentaire de l'entrelacs trivial. Grâce au critère de non-nouage de $[G]$, on en conclut que L_1 est trivial. \square

Il suffit donc maintenant de construire un cobordisme normal F possédant les propriétés du lemme 6.3. Comme dans le théorème 3.5 de $[Smi]$, on procède en deux temps : Tout d'abord, puisque $B(L, \theta)$ est neutre, la naturalité de j (9) impose la nullité de $\sigma_\rho(f, c)$. On peut donc construire, par chirurgie dans l'intérieur de X , un cobordisme normal :

$(G, C) : (W, X, X_2, \partial X \times [0, 1]) \longrightarrow (X_* \times [0, 1], X_* \times 0, X_* \times 1, \partial X_* \times [0, 1])$
 vérifiant toutes les hypothèses du lemme 6.3 sauf peut-être la iii). On peut toujours supposer G $(k+1)$ -connexe (par chirurgie en-dessous de la dimension moitié dans l'intérieur de W) et, puisque la restriction de G au bord de W est une équivalence d'homologie entière, on peut associer à (G, C) une obstruction de chirurgie homologique $\sigma_\gamma(G, C)$ dans $\Gamma_{2k+2}(\mathfrak{F})$. Par naturalité de ∂ (10), on a : $\partial(\sigma_\gamma(G, C)) = B(L, \theta) = 0$ et donc, grâce à l'exactitude de (8) , il existe α dans $L_{2k+2}(F_m)$ tel que $i(\alpha) = \sigma_\gamma(G, C)$. Grâce au théorème 6.5 de $[W]$, on peut réaliser $(-\alpha)$ comme l'obstruction de chirurgie classique

d'un cobordisme normal (de degré 1)

$(H, D) : (W^1, X_2, X_1, \partial X \times [0, 1]) \rightarrow (X_* \times [0, 1], X_* \times 0, X_* \times 1, \partial X_* \times [0, 1])$
 coïncidant avec (G, C) sur X_2 et tel que H/X_2 , H/X_1 et $H/\partial X \times [0, 1]$ sont
 des équivalences d'homotopie. Le recollement sur X_2 de ces deux cobordismes
 en fournit un troisième dont l'obstruction de chirurgie homologique est nulle
 (par construction et naturalité de i (11)). On peut donc "chirurgiser" ce
 cobordisme dans son intérieur pour en faire une équivalence d'homologie
 entière qui convient. \square

2. Lien avec le calcul de Cappell et Shaneson.

Nous montrons pour finir la commutativité d'un diagramme indiquant de
 quelle manière la forme de Blanchfield inclut les deux invariants de [CS1].
 Dans cet article, Cappell et Shaneson montrent la suite exacte scindée suivante :

$$0 \rightarrow \tilde{\Gamma}_{2k+2}(\mathfrak{F}) \xrightarrow{\gamma} C_{2k-1}(F_m) \xrightarrow{\Delta} (p_{2k})^m \rightarrow 0$$

valable pour $k \geq 3$ et où $\tilde{\Gamma}_{2k+2}(\mathfrak{F}) = \text{Coker } i$ (cf. § V la suite exacte (8)) et
 $p_{2k} = \mathbb{Z}_2$ (resp. \mathbb{Z}) si k est pair (resp. impair).

Précisons les flèches :

• Δ s'obtient en prenant les invariants d'Arf (resp. les signatures) des
 composantes de l'entrelacs pour k pair (resp. impair). Autrement dit, Δ est
 la composée suivante :

$$\Delta : C_{2k-1}(F_m) \xrightarrow{\sigma_\ell} L_{2k+1}(F_m) \xrightarrow{\psi} (p_{2k})^m,$$

où ψ se déduit des isomorphismes :

$$L_{2k+1}(F_m) \approx \bigoplus_{i=1}^m (L_{2k+1}(\mathbb{Z}))_i \quad ([Ca])$$

$$L_{2k+1}(\mathbb{Z}) \approx L_{2k}(e) \quad ([Sh])$$

et $L_{2k}(e) \approx p_{2k} \quad ([W] \text{ § 13.A})$.

Remarquons que la naturalité géométrique de j (9) impose :

$$\Delta = \psi \circ j \circ B \quad .$$

• La flèche γ est moins naturelle. Partons d'un élément σ de $\Gamma_{2k+2}(\mathfrak{F})$. D'après le théorème 1.8 de [CS2], on peut réaliser σ comme obstruction d'un cobordisme normal (de degré 1) :

$(F, C) : (U, X_*, X_1, \partial X_* \times [0, 1]) \rightarrow (X_* \times [0, 1], X_* \times 0, X_* \times 1, \partial X_* \times [0, 1])$
avec donc $\sigma_\gamma(F, C) = \sigma$, $F/X_* = \text{Id}_{X_*}$, F/X_1 est une équivalence d'homologie entière et F est $(k+1)$ -connexe. En rebouchant le bord de X_1 , on obtient une variété fermée $\Sigma = X_1 \cup_{\partial X_1} [\coprod_{i=1}^m (S^{2k-1} \times D^2)_i]$. Par le théorème de Van Kampen et la suite exacte de Mayer-Vietoris, Σ est clairement une $(2k+1)$ -sphère d'homotopie donc topologique [Sm1]. Quitte à changer un des difféomorphismes d'attache de $S^{2k-1} \times D^2$ sur ∂X_1 , on peut supposer que Σ est une vraie sphère S^{2k+1} [KM]. On obtient ainsi un entrelacs simple L dont X_1 est le complémentaire, muni du morphisme θ induit par la restriction de F à X_1 . On pose :

$$(L, \theta) = \gamma(\text{cl}(\sigma)) .$$

Si l'on note $\tilde{\delta} : \tilde{\Gamma}_{2k+2}(\mathfrak{F}) \rightarrow W^{(-1)^{k+1}}(A, \Sigma)$ le morphisme produit par ∂ (cf. la suite exacte (8)) sur le quotient, la naturalité de ∂ impose :

$$B \circ \gamma = \tilde{\delta} .$$

En résumé, nous obtenons donc le théorème :

THEOREME 6.4. On a un diagramme commutatif de lignes exactes :

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \longrightarrow & \tilde{\Gamma}_{2k+2}(\mathfrak{F}) & \xrightarrow{\gamma} & C_{2k-1}(F_m) & \xrightarrow{\Delta} & (p_{2k})^m \longrightarrow 0 \\ & & \parallel & & \downarrow B & & \downarrow \psi \\ 0 & \longrightarrow & \tilde{\Gamma}_{2k+2}(\mathfrak{F}) & \xrightarrow{\tilde{\delta}} & W^{(-1)^{k+1}}(A, \Sigma) & \xrightarrow{j} & L_{2k+1}(F_m) \longrightarrow 0 \end{array} .$$

La suite exacte du bas provient de la suite exacte (8), la surjectivité de j se déduisant de la commutativité du diagramme. Elle peut se montrer également en prolongeant (8) de la manière suivante : (par exemple, par comparaison avec la suite 4.1 de [Smi]) $L_{2k+2}(F_m) \rightarrow \Gamma_{2k+2}(\mathfrak{F}) \rightarrow W^{(-1)^{k+1}}(A, \Sigma) \rightarrow L_{2k+1}(F_m) \rightarrow \Gamma_{2k+1}(\mathfrak{F})$ et en remarquant que $\Gamma_{2k+1}(\mathfrak{F})$ s'injecte dans $L_{2k+1}(e)$ ([CS2]) qui est nul ([W], § 13.A).

ANNEXES

LE GROUPE DE WITT $W^\epsilon(A, \Sigma)$ (suite)

Il s'agit de résultats techniques sur les modules de types L et S et les formes d'enlacement (annexes 1, 2 et 3). Nous précisons également dans l'annexe 4 les flèches de la suite exacte (8) après un rappel de la définition du groupe $\Gamma_{2k+2}(\mathfrak{F})$.

Annexe 1. STABILITE des CLASSES de MODULES L et S.

PROPOSITION. i) Soit $f: M_1 \rightarrow M_2$ un A-morphisme entre 2 modules de type L. Alors, $\text{Ker } f$, $\text{Im } f$, $\text{Coker } f$ et $\text{Coim } f$ sont de type L.

ii) Soient M un module de type L et I, J deux sous-modules de M également de type L. Alors $I + J$ et $I \cap J$ sont de type L.

iii) Soient (M, φ) une ϵ -forme d'enlacement et I un sous-module de type S dans M. Alors, I^\perp et M/I^\perp sont de type S.

iv) Reprenons les hypothèses de iii) avec en plus $I \subset I^\perp$ et M/I de type S. Alors, I^\perp/I est de type S.

Démonstration. Pour la propriété i), montrons par exemple que $\text{Ker } f$ est de type L en employant le critère ii) de la définition des modules de type L (proposition-définition 2.3) : Il suffit d'appliquer le lemme des 5 au diagramme :

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \longrightarrow & (\text{Ker } f)^m & \longrightarrow & M_1^m & \longrightarrow & M_2^m \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 0 & \longrightarrow & \text{Ker } f & \longrightarrow & M_1 & \longrightarrow & M_2 \end{array},$$

où les flèches verticales sont de la forme $h_1, \dots, h_m \mapsto \sum_{i=1}^m h_i(X_i - 1)$. La présentation finie de $\text{Ker } f$ résulte de la cohérence de A (proposition 2.2).

On procède de même pour les autres modules en utilisant également que le quotient d'un module de présentation finie par un sous-module de type fini est de présentation finie.

La partie ii) résulte de ce qui précède : par exemple $I \cap J$ est le noyau de la flèche différence : $I \oplus J \rightarrow M$, $h \oplus k \rightarrow h - k$. Intéressons-nous à la propriété iii) : Par définition, I^\perp est le noyau de $i^* \circ \varphi : M \rightarrow \overline{e^1(I)}$ (définition 5.1). Par le i), I^\perp est donc de type L et sans \mathbb{Z} -torsion comme sous-module de M . Toujours d'après i), M/I^\perp est de type L et s injecte, par définition de I^\perp , dans $\overline{e^1(I)}$ qui est sans \mathbb{Z} -torsion (lemme 2.6).

Quant à la partie iv) : Le quotient I^\perp/I est de type L d'après les propriétés i) et iii). Par ailleurs, en dualisant la suite exacte courte $0 \rightarrow I \rightarrow M \rightarrow M/I \rightarrow 0$, on obtient la suite $0 \rightarrow e^1(M/I) \rightarrow e^1(M) \rightarrow e^1(I) \rightarrow 0$, qui est exacte car I et M/I sont de type S, et donc $\text{Hom}_A(I, A) = e^2(M/I) = 0$ (lemmes 2.5 et 2.7).

L'inclusion de I dans I^\perp permet d'écrire le diagramme commutatif :

$$\begin{array}{ccccccc}
 0 & \longrightarrow & I & \longrightarrow & M & \longrightarrow & M/I \longrightarrow 0 \\
 & & \downarrow \psi & & \downarrow \varphi & & \downarrow \psi^\dagger \\
 0 & \longrightarrow & \overline{e^1(M/I)} & \longrightarrow & \overline{e^1(M)} & \longrightarrow & \overline{e^1(I)} \longrightarrow 0
 \end{array}$$

Par définition, I^\perp/I est isomorphe à $\text{Coker } \psi \simeq \text{Ker } \psi^\dagger$ (lemme du Serpent) qui, comme sous-module de M/I , est sans \mathbb{Z} -torsion. \square

Annexe 2. ORTHOGONALITE et BIORTHOGONALITE.

PROPOSITION. Soit (M, φ) une ϵ -forme d'enlacement.

i) Soit I un sous-module de type S dans M , alors $I^{\perp\perp} \supset I$ et $I^{\perp\perp}/I$ est de \mathbb{Z} -torsion. Si de plus, M/I est de type S, alors $I^{\perp\perp} = I$.

ii) Soient I, J deux sous-modules de type S dans M , alors $(I + J)^\perp = I^\perp \cap J^\perp$.

iii) Si on rajoute aux hypothèses de ii) les conditions M/I et M/J de type S , alors $(I \cap J)^\perp \supset I^\perp + J^\perp$ et $(I \cap J)^\perp / I^\perp + J^\perp$ est de \mathbf{Z} -torsion.

Démonstration. Pour la partie i), l'inclusion $I \subset I^{\perp\perp}$ résulte trivialement de l' ϵ -symétrie de φ si on utilise la définition de φ faisant intervenir Λ/A .
Evaluons $I^{\perp\perp}/I$: Par définition, on a la suite exacte

$$0 \rightarrow I^\perp \rightarrow M \xrightarrow{i^* \circ \varphi} \overline{e^1(I)} \xrightarrow{\partial} \overline{e^2(M/I)} \rightarrow 0$$

(la dernière surjectivité résulte de la nullité de $e^2(M)$, lemme 2.7). En notant F le noyau de ∂ , cette suite se casse en deux suites exactes courtes :

$$0 \rightarrow I^\perp \rightarrow M \rightarrow F \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad 0 \rightarrow F \rightarrow \overline{e^1(I)} \rightarrow \overline{e^2(M/I)} \rightarrow 0 .$$

Dualisons-les, on obtient :

$$0 \rightarrow e^1(F) \rightarrow e^1(M) \rightarrow e^1(I^\perp) \rightarrow 0 \quad (*) \quad (\text{car } F \text{ et } I^\perp \text{ sont de type } S) ,$$

$$\text{et} \quad 0 = e^1(\overline{e^2(M/I)}) \rightarrow e^1(\overline{e^1(I)}) \rightarrow e^1(F) \rightarrow e^2(\overline{e^2(M/I)}) \rightarrow 0$$

car $e^2(M/I)$ est de type L et de \mathbf{Z} -torsion (par applications répétées du i) de l'annexe 1 et du lemme 2.6), et $e^1(I)$ est de type S .

On déduit alors facilement le diagramme commutatif :

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & \longrightarrow & I & \longrightarrow & I^{\perp\perp} & \longrightarrow & I^{\perp\perp}/I & \longrightarrow & 0 \\ & & \downarrow \wr & & \downarrow \wr & & \downarrow \wr & & \\ 0 & \longrightarrow & \overline{e^1(I)} & \longrightarrow & \overline{e^1(F)} & \longrightarrow & \overline{e^2(M/I)} & \longrightarrow & 0 \end{array} ,$$

où l'isomorphisme central provient de (*), celui de gauche de la proposition 2.9 et celui de droite du lemme des 5. Donc, $I^{\perp\perp}/I$ est de \mathbf{Z} -torsion (lemme 2.6). Si, de plus, M/I est de type S , $e^2(M/I) = 0$ (lemme 2.7), ce qui conclut.

La partie ii) résulte directement de la définition de l'orthogonalité si l'on emploie le formalisme utilisant Λ/A .

La partie iii) se déduit alors de la suite d'égalités :

$$\begin{aligned} (I^\perp + J^\perp)^{\perp\perp} &= (I^{\perp\perp} \cap J^{\perp\perp})^\perp && \text{(d'après le ii)} \\ &= (I \cap J)^\perp && \text{(d'après le i)} \end{aligned} .$$

On termine en appliquant encore le i). \square

Annexe 3. NEUTRALITE et STABLE NEUTRALITE.

Définition. Une ϵ -forme d'enlacement (M, φ) est dite stablement neutre s'il existe une forme neutre (N, ψ) telle que la somme orthogonale $(M \oplus N, \varphi \oplus \psi)$ soit neutre.

PROPOSITION. Une forme stablement neutre est neutre.

Démonstration. Cela résulte classiquement du lemme suivant :

LEMME. Soit (N, φ) une ϵ -forme d'enlacement neutre. On suppose qu'il existe un sous-module I de type S dans N , inclus dans son orthogonal I^\perp et tel que N/I soit de type S . Alors :

i) I^\perp/I est de type S et supporte une ϵ -forme d'enlacement φ_1 induite par φ .

ii) $(I^\perp/I, \varphi_1)$ est neutre.

Démonstration du lemme. Pour le i) : D'après l'annexe 1. iv), I^\perp/I est de type S . Par ailleurs, en regardant φ comme une forme à valeurs dans Λ/A , on constate facilement qu'elle induit une forme φ_1 sur I^\perp/I , ϵ -symétrique, et non dégénérée précisément parce que $I^{\perp\perp} = I$ (annexe 2.i)).

Passons à la partie ii) : Soit I' un lagrangien de N et p la projection $I^\perp \rightarrow I^\perp/I$. Posons $K = p(I' \cap I^\perp)$. C est un sous-module de type L (annexe 1) de I^\perp/I , donc de type S . Comme $I' = I'^\perp$, on vérifie que $K \subset K^{\perp 1}$ par définition de φ_1 . Toujours parce que φ_1 provient de φ via p , $K^{\perp 1} = p((I' \cap I^\perp)^\perp \cap I^\perp)$. Or, d'après l'annexe 2.iii), $(I' \cap I^\perp)^\perp / (I' + I)$ est de \mathbb{Z} -torsion. Il en est de même pour : $(I' \cap I^\perp)^\perp \cap I^\perp / (I' + I) \cap I^\perp$ et pour $p((I' \cap I^\perp)^\perp \cap I^\perp) / p(I' \cap I^\perp) = K^{\perp 1} / K$.

On obtient donc un sous-module K de type S dans I^\perp/I , tel que $K \subset K^{\perp 1}$ et $K^{\perp 1} / K$ est de \mathbb{Z} -torsion. La proposition 5.3 conclut. \square

Annexe 4. Les FLECHES de la SUITE EXACTE (8).

a) Le groupe $\Gamma_{2k+2}(\mathfrak{F})$. Nous rappelons ici, pour le confort du lecteur, la définition du groupe de chirurgie de Cappell et Shaneson en dimension paire ([CS2]).

Définition : η -forme spéciale sur \mathfrak{F} . C'est un triplet (H, λ, μ) où H est A -libre à droite, $\lambda : H \times H \rightarrow A$ est \mathbb{Z} -bilinéaire et $\mu : H \rightarrow A/I_\eta$ où $I_\eta = \{a - \eta \bar{a}, a \in A\}$ vérifiant les propriétés suivantes :

$$Q1 \quad \lambda(x, y a) = \lambda(x, y) a$$

$$Q2 \quad \lambda(x, y) = \eta \overline{\lambda(y, x)}$$

$$Q3 \quad \lambda(x, x) = \mu(x) + \eta \overline{\mu(x)}$$

$$Q4 \quad \mu(x + y) - \mu(x) - \mu(y) \equiv \varphi(x, y) \text{ mod } I_\eta$$

$$Q5 \quad \mu(x a) = \bar{a} \mu(x) a$$

$$Q6 \quad \lambda \text{ induit une forme non dégénérée sur } H \otimes_A \mathbb{Z} = H_{\mathbb{Z}}$$
 notée

$$\lambda_{\mathbb{Z}} : H_{\mathbb{Z}} \rightarrow \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(H_{\mathbb{Z}}, \mathbb{Z}) .$$

Une η -forme spéciale α est dite fortement équivalente à zéro (on note $\alpha \approx 0$) s'il existe un sous-module K de H tel que :

$$i) \quad \lambda/K \times K = 0 \text{ et } \mu/K = 0 ;$$

ii) $K \otimes_A \mathbb{Z}$ est un sous-noyau au sens de Wall ([W] p. 47) de $(H_{\mathbb{Z}}, \varphi_{\mathbb{Z}}, \mu_{\mathbb{Z}})$.

Le groupe $\Gamma_{2k+2}(\mathfrak{F})$ est le quotient du monoïde, pour la somme orthogonale, des $(-1)^{k+1}$ -formes spéciales sur \mathfrak{F} , par la relation d'équivalence engendrée par : $\alpha \sim \beta = \alpha \perp -\beta \approx 0$.

Rappelons également qu'au § V, nous avons obtenu la suite exacte :

$$L_{2k+2}(F_m) \xrightarrow{i} \Gamma_{2k+2}(\mathfrak{F}) \xrightarrow{\partial} W^{(-1)^{k+1}}(A, \Sigma) \xrightarrow{j} L_{2k+1}(F_m) .$$

Voici la description des morphismes :

b) Définition de i . C'est la flèche naturelle consistant à regarder une forme spéciale $(-1)^{k+1}$ hermitienne au sens de Wall ([W] p. 47) comme une $(-1)^{k+1}$ forme spéciale non dégénérée dans $\Gamma_{2k+2}(\mathfrak{F})$.

c) Définition de ∂ . Soit (H, λ, μ) une $(-1)^{k+1}$ -forme spéciale sur \mathfrak{F} . Oublions la forme quadratique μ . La forme λ induit un morphisme $H \rightarrow \overline{\text{Hom}}_A(H, A)$ qui a pour matrice T dans une base de H . La condition Q6 nous dit que T est dans Σ (et donc est injective), les conditions Q2 et Q3 traduisant le fait que T est $(-1)^{k+1}$ -symétrique paire. Le couple (T, Id) sera donc la résolution $(-1)^{k+1}$ -symétrique paire d'une $(-1)^{k+1}$ -forme d'enlacement : l'image par ∂ de (H, λ, μ) par définition.

d) Définition de j . Partons d'une $(-1)^{k+1}$ -forme d'enlacement. On lui associe, par la proposition 3.5, une résolution $(-1)^{k+1}$ -symétrique paire (T, S) dans $M_q(A)$. Soit maintenant $H_{(-1)k}(A^q)$ la structure $(-1)^k$ -hyperbolique standard sur $A^q \times A^q$.

LEMME. L'image de $\begin{pmatrix} T \\ S^* \end{pmatrix} : A^q \rightarrow A^q \times A^q$ est un sous-noyau de $H_{(-1)k}(A^q)$.

Démonstration. Tout d'abord, l'inclusion $\text{Im} \begin{pmatrix} T \\ S^* \end{pmatrix} \subset \text{Im} \begin{pmatrix} T \\ S^* \end{pmatrix}^\perp$ résulte de la $(-1)^{k+1}$ -symétrie de ST . Réciproquement, soit (t, s) dans $A^q \times A^q$ orthogonal à $\text{Im} \begin{pmatrix} T \\ S^* \end{pmatrix}$. Cela se traduit par l'égalité :

$$(**) \quad St = (-1)^{k+1} T^* s .$$

Or, (T, S) relève une forme non dégénérée. Cela impose (par le lemme du serpent par exemple dans le diagramme (6)) des isomorphismes :

$$\text{Coker } S^* \xrightarrow{\sim} \text{Coker } S \text{ induit par } T^* \text{ et } \text{Ker } S^* \xrightarrow{\sim} \text{Ker } S \text{ par } T .$$

L'égalité $(**)$ impose que $T^* s = 0 \text{ mod}(\text{Im } S)$, donc $s = 0 \text{ mod}(\text{Im } S^*)$

soit $s = S^* s'$; $(**)$ s'écrit alors $St = STs'$, donc $t - Ts'$ est dans $\text{Ker } s$ d'où $t = Tt'$. \square

L'image par j de notre forme de départ n est autre que la classe dans $L_{2k+1}(\mathbb{F}_m)$ d'un automorphisme α de $SU(A)$ envoyant $\text{Im} \begin{pmatrix} T \\ S^* \end{pmatrix}$ sur le sous-noyau standard $A^q \times 0$ dans $H_{(-1)k}(A^q)$ ([W] corollaire 5.3.1).

BIBLIOGRAPHIE

- [Ba] H. BASS, Algebraic K-theory, W.A. Benjamin, Inc., New-York, 1968 .
- [B] R. BLANCHFIELD, Intersection theory of manifolds with operators with applications to knot theory, *Annals of Math.* 65 (1957), 340-356.
- [Ca] S.E. CAPPELL, A splitting theorem for manifolds, *Invent. Math.* 33 (1976), 69-170.
- [CS1] S.E. CAPPELL et J.L. SHANESON, Link cobordism, *Comment. Math. Helv.* 55 (1980), 20-49.
- [CS2] S.E. CAPPELL et J.L. SHANESON, The codimension two placement problem and homology equivalent manifolds, *Ann. of Math.* 99 (1974), 277-348.
- [C1] P.M. COHN, Free rings and their relations, London, New-York, Academic Press, 1971.
- [C2] P.M. COHN, Inversive localization in noetherian rings, *Comm. Pure Appl. Math.* 26 (1973), 679-691.
- [Co] F.-X. CONNOLLY, Linking numbers and surgery, *Topology* 12 (1973), 389-409.
- [F] R.H. FOX, Free differential calculus, *Ann. of Math.* 57 (1953), 547-560.
- [G] M.A. GUTIERREZ, Boundary links and an unlinking theorem, *Trans. Amer. Math. Soc.* 171 (1972), 491-499.
- [H] J.A. HILLMAN, Alexander ideals of links, *Lecture notes in Math.*, n° 967, Springer-Verlag.
- [Ka] A. KAWAUCHI, On links not cobordant to split links, *Topology* 19 (1980), 321-334.
- [K] C. KEARTON, Cobordism of knots and Blanchfield duality, *J. London Math. Soc.* (2) 10 (1975), 406-408.
- [Ke] M.A. KERVAIRE, Les noeuds de dimensions supérieures, *Bull. Soc. Math. France* 93 (1965), 225-271.
- [KM] M.A. KERVAIRE et J.W. MILNOR, Groups of homotopy spheres I, *Ann. of Math.* 77 (1963), 504-537.
- [Ko] K.H. KO, Seifert matrices and boundary links, Ph. D. Thesis.
- [L1] J. LEVINE, Knot modules I, *Trans. Amer. Math. Soc.* 229 (1977), 1-50.

- [L2] J. LEVINE, Knot cobordism in codimension two,
Comm. Math. Helv. 44 (1968), 229-244.
- [L3] J. LEVINE, Unknotting spheres in codimension two,
Topology 4 (1965), 9-16.
- [M] J.W. MILNOR, Lectures on the h-cobordism theorem, Notes by
L. Siebenmann and J. Sondow, Princeton, 1965.
- [P] W. PARDON, The exact sequence of a localization of Witt groups,
Proc. of the Evanston Conference on Algebraic K-theory,
Lecture notes in Math. 551 (1976), 336-379, Springer Verlag.
- [R] A. RANICKI, The algebraic theory of surgery I, Foundations,
Proc. London Math. Soc. 40 (1980), 87-192.
- [S1] N. SATO, Free coverings and modules of boundary links,
Trans. Amer. Math. Soc. 264 (1981), 499-505.
- [S2] N. SATO, Algebraic invariants of boundary links,
Trans. Amer. Math. Soc. 265 (1981), 359-374.
- [Sh] J.L. SHANESON, Wall's surgery obstruction groups for $\mathbb{Z} \times G$,
Ann. of Math. 90 (1969), 296-334.
- [SS] Y. SHINOHARA et D.W. SUMMERS, Homology invariants of cyclic
coverings with applications to links, Trans. Amer. Math. Soc.
163 (1972), 101-121.
- [Sm1] S. SMALE, Generalized Poincaré's conjecture in dimensions greater
than 4, Ann. of Math. 74 (1961), 391-406.
- [Sm2] S. SMALE, On the structure of manifolds, Amer. J. Math. 84 (1962),
387-399.
- [Smi] J.R. SMITH, Complements of codimension two submanifolds, III,
Cobordism theory, Pacific J. Math. 94 (1981), 423-484.
- [V1] P. VOGEL, Localisation non commutative de formes quadratiques,
Algebraic K-theory, Proc. Oberwolfach 1980, part II,
Lecture notes in Math., 376-389, Springer-Verlag.
- [V2] P. VOGEL, On the obstruction group in homology surgery,
Publ. Math. IHES, 55 (1982), 165-206.
- [V3] P. VOGEL, Une nouvelle famille de groupes in L-theorie algébrique,
à paraître.
- [W] C.T.C. WALL, Surgery on compact manifolds, New-York, London,
Academic Press, 1970.