# Analyse complexe, systèmes dynamiques, sommabilité des séries divergentes et théories galoisiennes (II)

*Astérisque*, tome 297 (2004), p. I-XXII
<http://www.numdam.org/item?id=AST_2004__297__R1_0>

ASTÉRISQUE 297

# ANALYSE COMPLEXE, SYSTÈMES DYNAMIQUES, SOMMABILITÉ DES SÉRIES DIVERGENTES ET THÉORIES GALOISIENNES (II)

## VOLUME EN L'HONNEUR DE JEAN-PIERRE RAMIS

édité par

Michèle Loday-Richaud

Société Mathématique de France 2004

Publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique

*M. Loday-Richaud*
Université d'Angers – UFR Sciences, LAREMA, UMR 6093, 2 boulevard Lavoisier, 49 045 Angers Cedex 01 (France).
*E-mail :* michele.loday@univ-angers.fr

***Classification mathématique par sujets* (2000).** — 14F10, 14H70, 32D20, 32Gxx, 32S65, 33E17, 34C08, 34C10, 34D20, 34D23, 34Exx, 34Mxx, 35Q53, 37D30, 37Jxx, 37K10, 37K20.

***Mots clefs.*** — Feuilletages analytiques singuliers réels ou complexes, séparabilité, enlacement, formes normales d'un nœud-col ; tores invariants associés à des EDP ; connexions et équations différentielles dans le champ complexe, monodromie, asymptotique, analyse WKB, géométrie de Stokes, équations de Painlevé ou de type Painlevé, espaces de modules ; applications symplectiques, stabilité de Lyapounov, diffusion d'Arnold.

# ANALYSE COMPLEXE, SYSTÈMES DYNAMIQUES, SOMMABILITÉ DES SÉRIES DIVERGENTES ET THÉORIES GALOISIENNES (II)

## VOLUME EN L'HONNEUR DE JEAN-PIERRE RAMIS

### édité par Michèle Loday-Richaud

***Résumé.*** — Cet ouvrage en deux volumes rassemble les actes du colloque *Analyse complexe, systèmes dynamiques, sommabilité des séries divergentes et théories galoisiennes* organisé à Toulouse du 22 au 26 septembre 2003 à l'occasion du soixantième anniversaire de Jean-Pierre Ramis.

En introduction, le premier volume propose deux textes de souvenirs et trois textes de synthèse des travaux de J.-P. Ramis en analyse complexe, en théorie des équations différentielles linéaires et en théorie des équations différentielles non-linéaires. Suivent des textes essentiellement consacrés aux théories galoisiennes, à l'arithmétique et à l'intégrabilité : analogies entre théories différentielles et théories arithmétiques, équations aux $q$-différences classiques ou $p$-adiques, problème de Riemann-Hilbert et renormalisation, $b$-fonctions, problèmes de descente, modules de Krichever, lieu d'intégrabilité, théorie de Drach et équation de Painlevé VI.

Le deuxième volume rassemble des textes plutôt liés à des questions d'analyse et de géométrie : stabilité de Lyapounov, analyse asymptotique et dynamique pour des pinceaux de trajectoires, analyse WKB et géométrie de Stokes, équations de Painlevé I et II, formes normales des singularités de type nœud-col, tores invariants d'équations aux dérivées partielles.

***Abstract* (Complex analysis, dynamical systems, summability of divergent series and Galois theories (II), Volume in honnor of Jean-Pierre Ramis)**

These two bound volumes present the proceedings of the conference *Complex Analysis, Dynamical Systems, Summability of Divergent Series and Galois Theories* held in Toulouse from September $22^{\mathrm{nd}}$ to September $26^{\mathrm{th}}$ 2003, on the occasion of J.-P. Ramis' $60^{\mathrm{th}}$ birthday.

The first volume opens with two texts composed of recollections and three texts on J.-P. Ramis' works on Complex Analysis and Ordinary Differential Equations Theory, both linear and non-linear. This introduction is followed by papers concerned with Galois Theories, Arithmetic or Integrability: analogies between differential and arithmetical theories, $q$-difference equations, classical or $p$-adic, the Riemann-Hilbert problem and renormalisation, $b$-functions, descent problems, Krichever modules, the set of integrability, Drach theory and the $\mathrm{VI}^{\mathrm{th}}$ Painlevé equation.

The second volume contains papers dealing with analytical or geometrical aspects: Lyapunov stability, asymptotic and dynamical analysis for pencils of trajectories, monodromy in moduli spaces, WKB analysis and Stokes geometry, first and second Painlevé equations, normal forms for saddle-node type singularities, invariant tori for PDEs.

# TABLE DES MATIÈRES

**Résumés des articles** .................... xiii

**Abstracts** .................... xvii

**Avant-Propos** .................... xxi

F. Cano, R. Moussu & F. Sanz — *Pinceaux de courbes intégrales d'un champ de vecteurs analytique* .................... 1
- 0. Introduction .................... 1
- 1. Enlacement asymptotique et pinceau intégral .................... 4
- 2. Pinceau intégral hyperbolique .................... 13
- 3. Pinceau intégral central de type I .................... 15
- 4. Pinceau intégral final de type II .................... 20
- 5. Le cas général .................... 28
- Références .................... 33

B. Dubrovin — *On analytic families of invariant tori for PDEs* .................... 35
- 1. Introduction .................... 35
- 2. Can one see the shape of a Riemann surface looking at the water waves? . 42
- 3. Infinite genus theta-functions of Riemann surfaces without Riemann surfaces .................... 56
- References .................... 63

N. Joshi, K. Kajiwara & M. Mazzocco — *Generating Function Associated with the Determinant Formula for the Solutions of the Painlevé II Equation* ... 67
- 1. Introduction .................... 67
- 2. Hankel Determinant Formula and Isomonodromic Problem .................... 69
- 3. Solutions of Isomonodromic Problems and Determinant Formula .................... 73
- 4. Summability of the generating function .................... 76
- References .................... 77

V. Kaloshin, J.N. Mather & E. Valdinoci — *Instability of resonant totally elliptic points of symplectic maps in dimension* 4 .... 79
1. Introduction .... 79
2. Suspension of a symplectic map near totally elliptic points of a time periodic fiber-convex Hamiltonian .... 84
3. Scheme of construction of diffusing trajectories using Mather action functional .... 87
4. Mather diffusion theorem .... 91
5. Averaged mechanical systems corresponding to single and double resonances 93
6. Definition of $U^s_{\delta(\ell_0,\Gamma)}$ .... 95
7. Definition of $W^s_{\delta(\ell_0,\Gamma)}$ using type 2 non-degeneracy (of Barrier functions) .. 101
8. Variational principle and restatement of Mather diffusion theorem .... 105
9. Application .... 106
Appendix A. Mather minimal sets .... 108
Appendix B. Proofs of auxiliary lemmas .... 111
References .... 114

T. Kawai, T. Koike, Y. Nishikawa & Y. Takei — *On the Stokes geometry of higher order Painlevé equations* .... 117
0. Introduction .... 118
1. $P_J$-hierarchy with a large parameter ($J =$ I, II-1 or II-2) .... 122
2. Relations between the Stokes geometry of the $(P_J)$-hierarchies and that of their underlying Lax pairs .... 129
3. The inevitability of the Nishikawa phenomenon .... 140
4. Introduction of a new Stokes curve to explain the Nishikawa phenomenon 144
5. Examples of Stokes geometry .... 154
Appendix A. Some properties of $\mathcal{K}_j$ and $K_j$ .... 160
Appendix B. Another formulation of the $P_{\mathrm{I}}$-hierarchy .... 163
References .... 165

F. Loray — *Versal deformation of the analytic saddle-node* .... 167
Introduction and results .... 167
1. Martinet-Ramis' invariants .... 170
2. Proof of Theorem 1 .... 173
3. Gluing Lemmae .... 175
4. Proof of Theorem 2 .... 178
5. Proof of Theorem 4 .... 184
References .... 186

C. Simpson — *Asymptotics for general connections at infinity* .... 189
1. Introduction .... 189
2. The compactified moduli space of connections .... 193
3. Curves going to infinity .... 194
4. Genericity results for the spectral data .... 196

5. Pullback to a ramified covering and gauge transformations . . . . . . . . . . . . . . . . 198
6. Laplace transform of the monodromy operators . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 202
7. Analytic continuation of the Laplace transform . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 206
8. Description of cells using trees . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 210
9. Remoteness of points . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 213
10. Calculations of gradient flows . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 214
11. Choice of the vector fields $W_{ij}$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 217
12. Results on the dynamics of our flowing maps . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 219
13. Proofs . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 225
14. Conclusion . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 227
References . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 229

# TABLE DES MATIÈRES DU VOLUME I


**Résumés des articles** ..... xiii

**Abstracts** ..... xvii

**Avant-Propos** ..... xxi

B. MALGRANGE — *Les premiers travaux de Jean-Pierre Ramis* ..... 1

G. RUGET — *Témoignage* ..... 7

D. BERTRAND — *Travaux de J.-P. Ramis sur les équations différentielles linéaires* ..... 11
  Acte I. Filtrations Gevrey *Dijon, 1976* ([R1]) ..... 11
  Acte II. (Re)sommation et groupes de Galois différentiels *Les Houches (1979)* ([R2]), *Rio (1985)* ([R4]), *Strasbourg (1991)* ([Mr-R6]) ..... 13
  Acte III. La conjecture d'Abhyankar différentielle *Toulouse (Nuit de la musique, 1993)* ([R10]) ..... 16
  Références ..... 19

D. CERVEAU — *Travaux de J.-P. Ramis sur les équations différentielles non linéaires* ..... 21
  1. Systèmes hamiltoniens (Morales-Ramis) ..... 21
  2. Perturbations singulières ..... 24
  3. Feuilletages holomorphes ..... 26
  Références ..... 31

M. LODAY-RICHAUD — *Souvenirs strasbourgeois* ..... 33

Y. ANDRÉ — *Galois representations, differential equations, and q-difference equations : sketch of a p-adic unification* ..... 43
  Introduction ..... 43
  1. A mysterious analogy : linear complex differential equations and coverings in characteristic $p$, tame and wild ..... 44

2. The $p$-adic analog of this analogy. An equivalence of categories. .......... 46
3. Another analogy : linear differential equations and $q$-difference equations ; confluence .......... 50
4. The $p$-adic analog of this analogy. Another equivalence of categories [**AdV**] 51
References .......... 53

Y. ANDRÉ & L. DI VIZIO — *q-difference equations and p-adic local monodromy* 55
Introduction .......... 55
Part I. Rank 1 .......... 57
1. Generalities on $p$-adic $q$-difference equations of rank 1 .......... 57
2. An example : the $q$-exponential function .......... 61
3. Solvability (at the boundary) .......... 65
4. A characterization of solvability .......... 67
5. Reduction to the case of $q$-difference equations with polynomial coefficient 70
6. Frobenius structure in rank 1 : existence criterion .......... 73
7. $q$-deformation of differential equations with strong Frobenius structure ... 78
8. The group of isomorphism classes of $q$-difference equations of rank 1 admitting a Frobenius structure .......... 80
Appendices to part I .......... 82
9. Frobenius structure of $d_q y(x) = \pi_q y(x)$ .......... 82
10. $p$-adic $q$-exponential and Koblitz' Gamma function .......... 84
Part II. Higher rank .......... 87
11. Preliminaries : unramified extensions of $\mathcal{E}^\dagger$ .......... 87
12. $q$-difference modules and Frobenius structures .......... 89
13. "Unit-root" $q$-difference modules .......... 98
14. Quasi-unipotence .......... 104
15. Applications .......... 108
References .......... 110

A. CONNES — *Renormalisation et ambiguïté galoisienne* .......... 113
1. Introduction .......... 114
2. Renormalisation, position du problème .......... 116
3. Structure algébrique des graphes de Feynman .......... 122
4. Renormalisation et problème de Riemann-Hilbert .......... 127
5. Le groupe de renormalisation .......... 132
6. Le groupe G et les difféomorphismes formels .......... 134
7. Le groupe de renormalisation et la théorie de Galois .......... 136
Références .......... 141

Y. LAURENT — *b-functions and integrable solutions of holonomic $\mathcal{D}$-module* .. 145
Introduction .......... 145
1. $V$-filtration and $b$-functions .......... 146
2. Reductive Lie algebras .......... 153
References .......... 164

A. Lins Neto — *Curvature of pencils of foliations* ..... 167
1. Introduction ..... 167
2. Proofs ..... 172
References ..... 189

M. van der Put — *Skew differential fields, differential and difference equations* 191
Introduction ..... 191
1. The construction of skew differential fields ..... 192
2. Skew differential fields over $\mathbf{R}(\{x\})$ ..... 192
3. Descent for $q$-difference equations ..... 200
4. Descent for ordinary difference equations ..... 202
References ..... 205

M. van der Put & M. Reversat — *Krichever modules for difference and differential equations* ..... 207
Introduction ..... 207
1. Abelian differential equations ..... 208
2. Abelian difference equations ..... 217
References ..... 225

J. Sauloy — *Algebraic construction of the Stokes sheaf for irregular linear q-difference equations* ..... 227
1. Introduction and general conventions ..... 227
2. Local analytic classification ..... 231
3. Algebraic summation ..... 240
4. The $q$-Gevrey filtration on the Stokes sheaf ..... 247
References ..... 250

H. Umemura — *Monodromy preserving deformation and differential Galois group I* ..... 253
1. Introduction ..... 253
2. Review of R. Fuchs' paper ..... 256
3. Infinite dimensional differential Galois theory ..... 257
4. Proof of Theorem 1.1 ..... 260
5. Framework of proving Theorem 1.3 ..... 264
6. Questions ..... 266
7. Appendix : Extract from a letter of B. Malgrange to D. Bertrand ..... 267
References ..... 269

# RÉSUMÉS DES ARTICLES

*Pinceaux de courbes intégrales d'un champ de vecteurs analytique*
FELIPE CANO, ROBERT MOUSSU & FERNANDO SANZ ........................ 1

Soit $\gamma_0$ une courbe intégrale d'un champ de vecteurs analytique $X$ dans une variété réelle de dimension trois. Supposons que $\gamma_0$ ait un seul point limite et qu'elle possède des tangentes itérées. Le pinceau intégral $\mathrm{PI}(\gamma_0)$ est l'ensemble des courbes intégrales de $X$ qui ont les mêmes tangentes itérées (orientées) que $\gamma_0$. Nous montrons que les courbes de $\mathrm{PI}(\gamma_0)$ sont, soit deux à deux sous-analytiquement séparables, soit deux à deux asymptotiquement enlacées. Dans ce dernier cas, $\mathrm{PI}(\gamma_0)$ possède un axe formel qui est divergent si et seulement si les courbes de $\mathrm{PI}(\gamma_0)$ sont non oscillantes.

*On analytic families of invariant tori for PDEs*
BORIS DUBROVIN ........................................................... 35

Nous proposons d'appliquer la méthode des développements de Stokes à la construction perturbative de tores invariants associés à des solutions d'EDP quasi-périodiques en les variables d'espace et de temps. Pour les EDP intégrables, nous nous intéressons à la compensation de presque tous les petits diviseurs apparaissant dans l'analyse pertubative, *i.e.*, la compensation de tous sauf un nombre fini. Nous traitons de cette compensation en détail sur l'exemple de l'équation KP et nous montrons que dans ce cas, sous des hypothèses faibles portant sur la décroissance de l'amplitude des modes de Fourier, toutes les familles analytiques à tores invariants de dimension finie sont données par la construction de Krichever en termes de fonctions théta de surfaces de Riemann. Nous donnons une construction explicite de fonctions théta réelles de dimension infinie et des solutions de KP quasi-périodiques correspondantes comme somme d'une infinité d'ondes planes en interaction.

*Generating Function Associated with the Determinant Formula for the Solutions of the Painlevé II Equation*
NALINI JOSHI, KENJI KAJIWARA & MARTA MAZZOCCO ...................... 67

On s'intéresse à la formule déterminant de Hankel pour les solutions génériques de l'équation de Painlevé II. On établit une relation reliant les fonctions génératrices des coefficients des déterminants de Hankel aux solutions asymptotiques à l'infini du problème linéaire dont les déformations isomonodromiques sont décrites par cette équation de Painlevé II.

*Instability of resonant totally elliptic points of symplectic maps in dimension* 4
VADIM KALOSHIN, JOHN N. MATHER & ENRICO VALDINOCI .................. 79

Un théorème célèbre de Moser établit la stabilité au sens de Lyapounov des points fixes elliptiques génériques des applications qui conservent l'aire. On étudie la stabilité de Lyapounov des points fixes totalement elliptiques résonnants d'applications symplectiques en dimension 4. On montre que, génériquement, un point totalement elliptique résonnant convexe d'une application symplectique est instable au sens de Lyapounov. La démonstration s'appuie de façon essentielle sur celle donnée par J. Mather pour l'existence d'une diffusion d'Arnold pour les hamiltoniens convexes à 2,5 degrés de liberté. Celle-ci, annoncée dans [**Ma5**], n'est pas encore publiée.

*On the Stokes geometry of higher order Painlevé equations*
TAKAHIRO KAWAI, TATSUYA KOIKE, YUKIHIRO NISHIKAWA & YOSHITSUGU TAKEI ........................................................ 117

Nous exhibons plusieurs propriétés fondamentales liant, d'une part, la géométrie de Stokes (*i.e.*, la configuration des courbes de Stokes et des points tournants) d'une équation de Painlevé d'ordre supérieur à grand paramètre et, d'autre part, la géométrie de Stokes de l'une des paires de Lax sous-jacentes. L'équation de Painlevé d'ordre supérieur à grand paramètre considérée est l'une des équations de la hiérarchie $P_J$ pour $J = \mathrm{I}$, II-1 ou II-2 que nous détaillons dans le paragraphe 1. Les équations étant d'ordre supérieur leurs lignes de Stokes peuvent se croiser et l'anomalie connue sous le nom de « phénomène de Nishikawa » peut se produire aux points de croisement. Nous analysons le mécanisme par lequel ce phénomène de Nishikawa apparaît. Plusieurs exemples de géométrie de Stokes sont donnés dans le paragraphe 5 en vue d'une visualisation de la partie centrale de nos résultats.

*Versal deformation of the analytic saddle-node*
FRANK LORAY ........................................................ 167

Dans la continuité de [**10**], nous construisons une forme normale simple pour un feuilletage analytique au voisinage d'une singularité de type nœud-col dans le plan réel ou complexe. Nous obtenons une telle forme en recollant des variétés complexes feuilletées. Nous en déduisons une déformation analytique miniverselle dans un cas simple. Nous donnons une forme unique pour un nœud-col possédant une variété centrale analytique. Nous retrouvons ainsi géométriquement et nous généralisons des résultats obtenus par J. Écalle à l'aide de la théorie des moules. Ce travail répond partiellement à des questions ouvertes posées par J. Martinet et J.-P. Ramis à la fin de [**11**].

*Asymptotics for general connections at infinity*
CARLOS SIMPSON .......................................................... 189

Pour une courbe standard allant vers un point général à l'infini dans l'espace des modules $M_{\mathrm{DR}}$ des connexions sur une surface de Riemann compacte, nous montrons que le transformé de Laplace de la famille des matrices de monodromie admet un prolongement analytique avec ramification localement finie. En particulier, l'ensemble convexe qui représente la croissance exponentielle est un polygone dont les sommets sont dans un ensemble qu'on peut expliciter en termes de la courbe spectrale. Malheureusement, nous n'obtenons pas d'information sur la taille des singularités du transformé de Laplace et donc pas de développement asymptotique pour la monodromie.

# ABSTRACTS

*Pinceaux de courbes intégrales d'un champ de vecteurs analytique*
FELIPE CANO, ROBERT MOUSSU & FERNANDO SANZ .......................... 1

Let $\gamma_0$ be an integral curve of an analytic vector field $X$ in a real three dimensional manifold. Suppose that $\gamma_0$ has a single limit point and that it has all iterated tangents. The integral pencil $\mathrm{PI}(\gamma_0)$ is the set of all integral curves of $X$ having the same (oriented) iterated tangents as $\gamma_0$. We prove that two arbitrary curves in $\mathrm{PI}(\gamma_0)$ are either subanalytically separated or asymptotically linked. In this last case, $\mathrm{PI}(\gamma_0)$ has a formal axis which is divergent if and only if the curves of $\mathrm{PI}(\gamma_0)$ are not oscillatory.

*On analytic families of invariant tori for PDEs*
BORIS DUBROVIN ............................................................ 35

We propose to apply a version of the classical Stokes expansion method to the perturbative construction of invariant tori for PDEs corresponding to solutions quasiperiodic in space and time variables. We argue that, for integrable PDEs all but finite number of the small divisors arising in the perturbative analysis cancel. As an illustrative example we establish such cancellations for the case of KP equation. It is proved that, under mild assumptions about decay of the magnitude of the Fourier modes all analytic families of finite-dimensional invariant tori for KP are given by the Krichever construction in terms of theta-functions of Riemann surfaces. We also present an explicit construction of infinite dimensional real theta-functions and of the corresponding quasiperiodic solutions to KP as sums of an infinite number of interacting plane waves.

*Generating Function Associated with the Determinant Formula for the Solutions of the Painlevé II Equation*
NALINI JOSHI, KENJI KAJIWARA & MARTA MAZZOCCO ...................... 67

In this paper we consider a Hankel determinant formula for generic solutions of the Painlevé II equation. We show that the generating functions for the entries of the Hankel determinants are related to the asymptotic solution at infinity of the linear problem of which the Painlevé II equation describes the isomonodromic deformations.

*Instability of resonant totally elliptic points of symplectic maps in dimension* 4
VADIM KALOSHIN, JOHN N. MATHER & ENRICO VALDINOCI ................. 79

A well known Moser stability theorem states that a generic elliptic fixed point of an area-preserving mapping is Lyapunov stable. We investigate the question of Lyapunov stability for 4-dimensional resonant totally elliptic fixed points of symplectic maps. We show that generically a convex, resonant, totally elliptic point of a symplectic map is Lyapunov unstable. The proof heavily relies on a proof of J. Mather of existence of Arnold diffusion for convex Hamiltonians in 2.5 degrees of freedom. The latter proof is announced in [**Ma5**], but still unpublished.

*On the Stokes geometry of higher order Painlevé equations*
TAKAHIRO KAWAI, TATSUYA KOIKE, YUKIHIRO NISHIKAWA & YOSHITSUGU TAKEI ................................................................ 117

We show several basic properties concerning the relation between the Stokes geometry (*i.e.*, configuration of Stokes curves and turning points) of a higher order Painlevé equation with a large parameter and the Stokes geometry of (one of) the underlying Lax pair. The higher-order Painlevé equation with a large parameter to be considered in this paper is one of the members of $P_J$-hierarchy with $J =$ I, II-1 or II-2, which are concretely given in Section 1. Since we deal with higher order equations, the Stokes curves may cross; some anomaly called the Nishikawa phenomenon may occur at the crossing point, and in this paper we analyze the mechanism why and how the Nishikawa phenomenon occurs. Several examples of Stokes geometry are given in Section 5 to visualize the core part of our results.

*Versal deformation of the analytic saddle-node*
FRANK LORAY ........................................................ 167

In the continuation of [**10**], we derive simple forms for saddle-node singular points of analytic foliations in the real or complex plane just by gluing foliated complex manifolds. We give a miniversal analytic deformation of the simplest model. We also derive a unique analytic form for those saddle-node having an analytic central manifold. By this way, we recover and generalize results earlier proved by J. Écalle by using mould theory and partially answer to some questions asked by J. Martinet and J.-P. Ramis at the end of [**11**].

*Asymptotics for general connections at infinity*
CARLOS SIMPSON ........................................................ 189

For a standard path of connections going to a generic point at infinity in the moduli space $M_{\mathrm{DR}}$ of connections on a compact Riemann surface, we show that the Laplace transform of the family of monodromy matrices has an analytic continuation with locally finite branching. In particular, the convex subset representing the exponential growth rate of the monodromy is a polygon whose vertices are in a subset of points described explicitly in terms of the spectral curve. Unfortunately, we don't get any information about the size of the singularities of the Laplace transform, which is why we can't get asymptotic expansions for the monodromy.

# AVANT-PROPOS

Ce colloque a bénéficié du soutien financier des organismes suivants :
- Centre National de la Recherche Scientifique,
- Ministère de l'Education Nationale,
- Ministère des Affaires Étrangères,
- Conseil Régional Midi-Pyrénées,
- Ville de Toulouse,
- Université d'Angers,
- Université de Bourgogne,
- Université Rennes I,
- Université de La Rochelle,
- Université Strasbourg I,
- Université Toulouse I,
- Université Toulouse III,
- Laboratoire Paul Painlevé (Lille I),
- IRMA (Strasbourg I),
- Laboratoire GRIMM (Toulouse II),
- Institut de Mathématique (Toulouse III),
- PICS France-Mexique,

du soutien matériel de l'Institut de Mathématique de Toulouse III
et du patronage de la Société Mathématique de France.

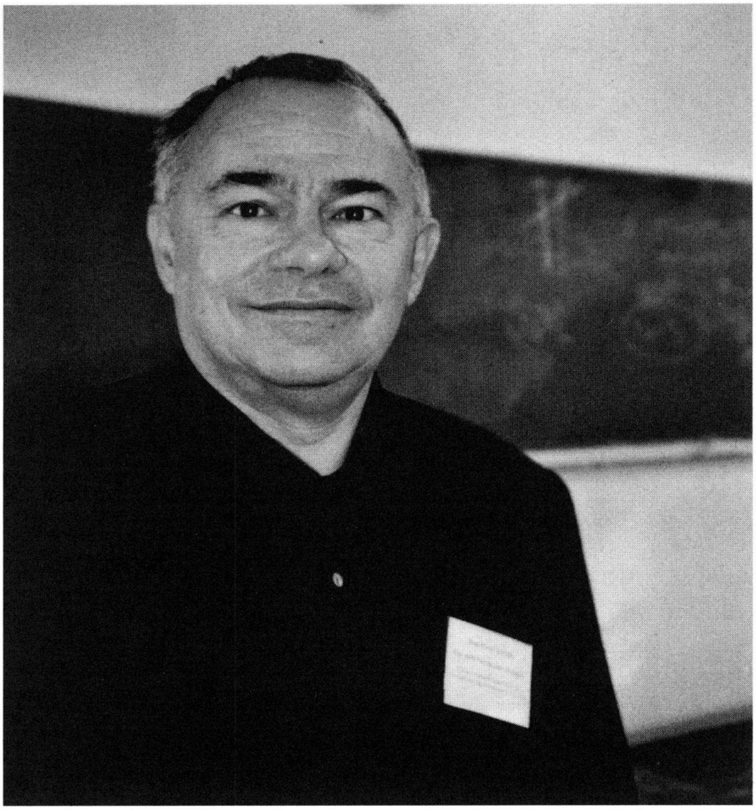
*Comité Scientifique* : Daniel BERTRAND, Dominique CERVEAU, Alain CHENCINER, Bernard MALGRANGE, Jean-Christophe YOCCOZ.

*Comité d'organisation* : Anne DUVAL, Frédéric FAUVET, Martine KLUGHERTZ, Michèle LODAY-RICHAUD, Emmanuel PAUL, Laurent STOLOVITCH.

Nous adressons nos remerciements à tous ceux qui ont contribué au succès du colloque : donateurs, conférenciers, participants,... Nous formulons une mention paticulière à l'intention des personnels administratifs et techniques de l'Université Toulouse III qui nous ont apporté leur aide avec dévouement et compétence.

## Jean-Pierre Ramis

Jean-Pierre Ramis, né le 26 mars 1943 à Montpellier, a été élève de l'École Normale Supérieure d'octobre 1962 à septembre 1966. Assistant à la Faculté des Sciences de Paris puis attaché de recherches au CNRS il a soutenu, en mars 1969, un doctorat d'état préparé sous la direction de Henri Cartan (*Sous-ensembles analytiques d'une variété analytique banachique*). Maître de conférences à la Faculté des Sciences de Paris en 1968-69 puis à Tunis d'octobre 1969 à septembre 1971, il est nommé ensuite à l'Université Louis Pasteur à Strasbourg où il reste jusqu'en 1994, d'abord, comme maître de conférences puis, rapidement, comme professeur. Il est, depuis septembre 1994, professeur à l'Université Paul Sabatier à Toulouse et, depuis 1996, membre de l'Institut Universitaire de France. Il a reçu le prix Doisteau-Blutel de l'Académie des Sciences en 1982 et le prix A. Joannidès de l'Académie des Sciences en 2002. Il a été nommé chevalier des palmes académiques en 1999.



Strasbourg, novembre 2004