AST

Sur la cohomologie équivariante des variétés différentiables - Pages préliminaires

Astérisque, tome 215 (1993), p. 1-3

<http://www.numdam.org/item?id=AST_1993__215__1_0>

215 ASTÉRISQUE

1993

SUR LA COHOMOLOGIE ÉQUIVARIANTE DES VARIÉTÉS DIFFÉRENTIABLES

Michel DUFLO, Shrawan KUMAR, Michèle VERGNE

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

A.M.S. Subjects Classification : 19L47 • 22E45 • 57R91

Table des matières.

II. S. Kumar and M. Vergne. Equivariant cohomology with generalized coefficients

Introduction

Soit G un groupe de Lie réel opérant dans une variété M. Le complexe de de Rham équivariant et sa cohomologie $H_G^*(M)$ ont été introduits par H. Cartan. Si l'action de G sur M est libre, $H_G^*(M)$ est la cohomologie $H^*(G\backslash M)$ de l'espace des orbites et si M est le point $\bullet$, $H_G^*(\bullet)$ est l'algèbre des fonctions polynomiales invariantes sur l'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$ de G. A chaque fibré G-équivariant sur M muni d'une connection G-invariante sont associées des classes de Chern équivariantes. Il s'est avéré indispensable de considérer des objets cohomologiques plus généraux tels que l'algèbre $H_G^\infty(M)$ de cohomologie équivariante à coefficients C^∞ qui est une algèbre sur $H_G^\infty(\bullet) = C^\infty(\mathfrak{g})^G$, et l'espace $H_G^{-\infty}(M)$ de cohomologie équivariante à coefficients $C^{-\infty}$ qui est un module pour $H_G^\infty(M)$, et pour laquelle $H_G^{-\infty}(\bullet)$ est l'espace des fonctions généralisées invariantes $C^{-\infty}(\mathfrak{g})^G$.

Le premier des deux articles réunis ici, *Cohomologie équivariante et descente, par Michel Duflo et Michèle Vergne*, étudie une généralisation, notée $\mathcal{K}_G(M)$, de la cohomologie $H_G^\infty(M)$. C'est une algèbre sur $\mathcal{K}_G(\bullet) = C^\infty(G)^G$. On peut la considérer comme un analogue global de $H_G^\infty(M)$ et comme une version à la de Rham de la K-théorie équivariante de M. La construction de $\mathcal{K}_G(M)$ est basée sur la considération des points fixes dans M des éléments de G contenus dans un sous-groupe compact. Tout au moins lorsque G lui-même est compact, et sous certaines conditions d'orientation, "l'intégrale" sur M d'un élément de $\mathcal{K}_G(M)$ est une fonction G-invariante sur G.

Le deuxième article, *Equivariant cohomology with generalized coefficients, par Shrawan Kumar et Michèle Vergne*, entreprend une étude systématique des espaces $H_G^{-\infty}(M)$. On découvre des classes remarquables qui n'ont pas d'équivalent dans la théorie C^∞. En particulier lorsque l'action de G sur M est libre, l'intégrale sur M d'un élément de $H_G^{-\infty}(M)$ est une fonction généralisée sur $\mathfrak{g}$ de support 0. Lorsque G est compact, une suite spectrale permet de comparer $H_G^{-\infty}(M)$ et la cohomologie équivariante $H_G^*(M)$.

Les deux articles, bien qu'ayant des motivations communes, peuvent être lus indépendamment.