

# *Astérisque*

AST

**Colloque en l'honneur de Laurent Schwartz - Volume 1 -  
École Polytechnique, 30 mai-3 juin 1983 : Pages préliminaires**

*Astérisque*, tome 131 (1985), p. 1-11

[http://www.numdam.org/item?id=AST\\_1985\\_\\_131\\_\\_1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=AST_1985__131__1_0)

© Société mathématique de France, 1985, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

131

ASTÉRISQUE

1985

COLLOQUE EN L'HONNEUR  
DE  
LAURENT SCHWARTZ

Volume 1

Ecole Polytechnique, 30 mai-3 juin 1983



SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

Publié avec le concours du CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



## INTRODUCTION

Le colloque international en l'honneur de Laurent Schwartz s'est tenu à l'Ecole Polytechnique du 30 mai au 3 juin 1983 et a rassemblé environ 300 mathématiciens. Le premier jour a débuté par une matinée d'ouverture où trois orateurs (Henri Cartan, Bernard Malgrange et Bernard Maurey) ont rendu un hommage amical et scientifique à Laurent Schwartz.

Les activités du colloque étaient divisées en dix conférences d'intérêt général qui se déroulaient le matin en séance plénière, et en séminaires ayant lieu simultanément l'après-midi et portant sur des thèmes chers à Laurent Schwartz : Equations aux Dérivées Partielles, Géométrie des Espaces de Banach, Probabilités et Martingales sur les Variétés, Analyse non linéaire et Mathématiques Appliquées, Physique Mathématique et Analyse sur les Variétés.

Certaines conférences ont soulevé un véritable enthousiasme chez les auditeurs. Tous ont senti la grande vitalité et la forte cohérence des recherches récentes en Analyse et l'influence des idées de Laurent Schwartz sur ces recherches.

Les organisateurs tiennent à remercier tous ceux qui les ont aidés et particulièrement les secrétaires du Centre de Mathématiques, ainsi que les participants pour leur active contribution à cet hommage.

M.R.HERMAN

et

B.TEISSIER

Le Colloque a été organisé par le Centre de Mathématiques de l'Ecole Polytechnique avec le concours des organismes suivants :

Ministère des Armées, Ministère de la Recherche et de l'Industrie, Ministère des Relations Extérieures, Ministère de la Culture, Centre National de la Recherche Scientifique, Société Mathématique de France, Institut des Hautes Etudes Scientifiques, Universités Paris VI et Paris XI, I.B.M., ELF Aquitaine, et la participation de l'Ecole Polytechnique.

TABLE DES MATIÈRES

VOLUME I

	page
CONFÉRENCES D'OUVERTURE	
H. CARTAN - Quelques souvenirs d'une longue amitié.	15
B. MALGRANGE - L. Schwartz et la théorie des distributions.	25
B. MAUREY - Le séminaire rouge.	35
CONFÉRENCES GÉNÉRALES	
M.F. ATIYAH - Circular symmetry and stationary-phase approximation.	43
<p>Duistermaat et Heckman ont montré que l'approximation de la phase stationnaire des intégrales oscillatoires est exacte sous certaines hypothèses de symétrie. Witten a appliqué cet argument de manière formelle à l'espace des lacets d'une variété et a montré qu'il conduit au théorème de l'indice pour l'opérateur de Dirac. Ces idées sont expliquées dans cet article.</p> <p><i>Classification AMS : 58.</i></p>	
J.M. BISMUT - Transformations différentiables du mouvement brownien.	61
<p>In this expository paper, we present a few properties of Brownian motion, which makes it the typical representative of a much wider class of processes. In particular, a class of transformations under which the Brownian measure is invariant or quasi invariant is described, as well as a few techniques of the stochastic calculus of variations.</p>	

- L. HÖRMANDER - Between distributions and hyperfunctions. 89  
 Pour chaque classe de Denjoy-Carleman  $C^L$ , on définit un espace de "distributions"  $\mathcal{D}'_L$ . Quand  $C^L$  est la classe analytique, alors  $\mathcal{D}'_L$  est l'espace des hyperfonctions de M. Sato. Dans le cas non quasi-analytique,  $\mathcal{D}'_L$  est le dual du sous-espace de  $C^L$  des fonctions à support compact. Il y a une bonne notion de support pour les éléments de  $\mathcal{D}'_L$  pour chaque  $L$ . Le faisceau correspondant est flasque si et seulement si  $C^L$  est quasi-analytique.  
*Classification AMS* : 46 F.
- P.A. MEYER - Géométrie différentielle stochastique. 107  
 This paper contains an exposition of the ideas of L. Schwartz on the use of second order calculus to provide a convenient formalism for stochastic integration on manifolds.  
*Classification AMS* : 60 H 05, 53 C 65.
- Y. MEYER - Le lemme de Cotlar et Stein et la continuité  $L^2$  115  
 des opérateurs définis par des intégrales singulières.  
 For non-convolution operators associated to a kernel which satisfies certain size and smoothness properties comparable to those of the kernels of the Riesz transforms, the major question is if they are bounded on  $L^2$ .  
 In 1983, G. David and J.L. Journé found a remarkable boundedness criterion which is described in the first paper ("Le lemme de Cotlar ...") and proved in the second one.  
*Classification AMS* : 47 G.
- S. MIZOHATA - On the meromorphic propagation of singularities 127  
 and the Levi condition.  
 Il s'agit des équations aux dérivées partielles kowalewskiennes à coefficients analytiques, à multiplicité constante. Pour ces équations, on sait que si les données initiales sont des fonctions méromorphes, les solutions sont ou bien méromorphes ou bien ont des singularités essentielles. Cet article montre que, si pour toutes les données méromorphes les solutions correspondantes sont toujours méromorphes, alors les solutions doivent satisfaire la condition de Levi. La réciproque est connue.  
*Classification AMS* : 35 G 10.
- A. PEŁCZYNSKI - Norms of classical operators in function 137  
 spaces.  
 On examine les résultats sur les meilleures constantes de certaines inégalités classiques telles que : les inégalités de Riesz et Kolmogorov pour la transformation de Hilbert, l'inégalité de Khinchine et Kahane-Khinchine pour les fonctions de Rademacher et les variables indépendantes de Steinhaus, les résultats de Burkholder sur l'inégalité de Paley-Marcinkiewicz pour le système de Haar, l'inégalité de Grothendieck, etc.  
 Les meilleures constantes pour ces inégalités peuvent être interpré-

tées comme normes d'applications linéaires continues appropriées entre espaces  $L^p$ . La dépendance des normes, relativement au paramètre  $p$ , est discutée.

*Classification AMS* : 47A 30, 26A 82, 26A 86, 26A 87.

- G. PISIER - Sur les opérateurs  $p$ -sommants et  $p$ -radonifiants pour  $p < 1$ . 163

In his theory of radonifying maps, L. Schwartz has shown that, if  $p \geq 1$ , every  $p$ -summing operator is  $p$ -radonifying with values in the bidual, and also if  $0 < p < 1$ , but assuming the metric approximation property. In this article, we construct an example to show that this assumption cannot be avoided in the case  $0 < p < 1$ .

*Classification AMS* : 47B 10, 46B 99, 46E 30, 46E 40.

- A.S. WIGHTMAN - Une perspective sur la théorie quantique des champs. 175

The known bounds on the scale invariant dimensionless coupling constant for the  $\phi_4^4$  theory in  $\nu$ -dimensional space time suggest that there are solutions beyond the ultra-violet phase transition which violate the bounds. It is proposed here to investigate this possibility for dimension  $\nu=0, 1$ , and a preliminary account is given of the joint work on the problem by G.A. Baker Jr. and the author. Solutions are displayed for  $\nu=0$  which violate the bounds, but for  $\nu=1$  the existence question is open.

*Classification AMS* : 81E 10.

## I - ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES

- M.S. BAOUENDI, L.P. ROTHSCILD - Analytic approximation for homogeneous solutions of invariant differential operators on Lie groups. 189

On montre que toute solution homogène d'un opérateur différentiel invariant sur un groupe de Lie est limite locale de solutions analytiques homogènes du même opérateur.

*Classification AMS* : 35A 20, 58G 35.

- L. BOUTET DE MONVEL - Systèmes presque-elliptiques : une autre démonstration de la formule de l'indice. 201

An extension of ellipticity is defined, which holds for elliptic and holonomic  $\mathcal{D}$ -modules and is preserved in an embedding. This is used to prove the index theorem for almost elliptic  $\mathcal{D}$ -modules.

*Classification AMS* : 58G 05, 58G 10.

*Mots clés* : elliptic systems, index-theorem,  $\mathcal{D}$ -modules.



- M. KURANISHI - Some estimates in  $\bar{\partial}_b$  Neumann boundary value problem for strongly pseudo-convex CR structures. 217

Nous donnons une majoration a priori pour le problème de Neumann pour l'opérateur  $\bar{\partial}_b$  d'une structure CR strictement pseudoconvexe sous certaines conditions sur la frontière. Cette majoration sert à donner un plongement local dans l'espace euclidien complexe qui permet de réaliser la structure CR en tant que structure induite.

*Classification AMS* : 32 F 15.

- Y. MEYER - Les nouveaux opérateurs de Calderón-Zygmund. 237  
Voir le résumé du 1er article.

- A. UNTERBERGER - L'opérateur de Laplace-Beltrami du demi-plan et les quantifications linéaire et projective de  $SL(2, \mathbb{R})$ . 255

Two homogeneous spaces of the group  $SL(2, \mathbb{R})$  can serve as phase spaces for a calculus of operators similar to the Weyl calculus of pseudo-differential operators. The first one is the space of horocycles of the half-plane, together with the restriction of the Weyl calculus to, say, odd functions. The second one is the Poincaré half-plane itself, on which a quantization depending on a parameter  $\lambda$  has been described recently by the author in a joint paper with J. Unterberger. When  $\lambda = 1/2$ , there are connections between the two calculi which give various integral formulas related to some results of Helgason on the Radon transformation. Other values of  $\lambda$  suggest possible generalizations of the Weyl calculus.

*Classification AMS* : 47 G , 22 E .

## II - GÉOMETRIE DES ESPACES DE BANACH

- J. BOURGAIN - Some results on the bidisc algebra. 279

Le sujet de l'exposé est l'existence de certaines fonctions bornées bianalytiques sur le bidisque, appartenant à l'espace  $A(D \times D)$  ou  $H^\infty(D \times D)$ . La méthode est indirecte et repose sur des arguments de dualité, semblables à ceux utilisés pour démontrer la propriété de cotype 2 du dual  $A^*$  de l'algèbre du disque.

On a indiqué plusieurs problèmes non-résolus qui apparaissent dans ce contexte.

Dans la dernière section, on étudie le dual des algèbres  $A(D^d)$  et on démontre le non-isomorphisme des espaces  $A(D^2)$  et  $A(D^3)$ .

*Classification AMS* : 46 J 15, 46 E 05.

- J. HOFFMANN-JØRGENSEN - The law of large numbers for non-measurable and non-separable random elements. 299

Dans cet article, nous donnons quelques conditions suffisantes pour

la loi des grands nombres pour des variables aléatoires non-mesurables et prenant leur valeur dans un espace de Banach non-séparable. La dernière partie de l'article contient des applications diverses aux processus aléatoires.

*Classification AMS* : 60 B 12, 60 F 15.

- J. LINDENSTRAUSS, A. SZANKOWSKI - Non-linear perturbations of isometries. 357

Soit  $T$  une application (non linéaire) d'un espace de Banach  $X$  dans un espace de Banach  $Y$ . Pour  $t \geq 0$ , on pose

$$\varphi_T(t) = \sup\{ \|Tu - Tv\| - \|u - v\|, \|u - v\| \leq t \text{ ou } \|Tu - Tv\| \leq t \}.$$

On démontre que si  $T$  est surjective, si  $T0=0$  et si  $\int_0^\infty \varphi_T(t)t^2 dt < \infty$  alors il existe une isométrie (nécessairement linéaire)  $U$  de  $X$  dans  $Y$  telle que  $\|Tx - Ux\| = o(\|x\|)$  quand  $\|x\| \rightarrow \infty$ . En particulier,  $X$  est isométrique à  $Y$ . De plus, on démontre que la condition intégrale ne peut pas être affaiblie. Si une fonction  $\psi$  satisfaisant une condition naturelle de monotonie vérifie  $\int_0^\infty \psi(t)t^{-2} dt = \infty$ , il existe deux espaces de Banach  $X$  et  $Y$ , non isométriques et une application continue  $T$  de  $X$  dans  $Y$  telle que  $\varphi_T(t) \leq \psi(t)$  pour tout  $t$ .

- V.D. MILMAN - Geometrical inequalities and mixed volumes in the local theory of Banach spaces. 373

Plusieurs problèmes de la théorie locale des espaces normés (décomposition euclidienne ; projections sur les sections euclidiennes, etc.) sont étudiés dans cet article en utilisant des inégalités géométriques classiques sur les corps convexes. L'article contient une présentation des résultats de théorie locale et de convexité utilisés ici, et une approche pour estimer les volumes mixtes.

*Classification AMS* : 46 B, 52.

- A. PAJOR - Volumes mixtes et sous-espaces  $\ell_1^n$  des espaces de Banach. 401

New volumic methods involving mixed volumes techniques and combinatorial lemmas are used to construct  $\ell_k^k$ -balls in canonical projections of "great dimension" of a convex subset of  $\mathbb{R}^n$ . This gives by duality, a new approach in the problem of embedding  $\ell_1^k$  in Banach spaces.

*Classification AMS* : 52 A 22, 46 A.

VOLUME 2

III - PROBABILITÉS, MARTINGALES SUR LES VARIÉTÉS

- J.R. BAXTER, G.A. BROSAMLER - Recurrence of Brownian motions on compact manifolds. 15

We consider the random measure induced on a compact manifold by a Brownian path, and discuss its asymptotic behaviour in the framework of potential theory and Sobolev spaces.

*Classification AMS* : 58G11 , 60J45.

- M. EMERY - Convergence des martingales dans les variétés. 47

To what extent do manifold-valued martingales share properties of real-valued continuous local martingales ? We present three questions ; each of them gives rise to a conjecture and a partial answer. First, denoting by  $X$  a martingale with values in a Riemannian manifold  $V$ , when can one assert that

$$(\lim_{t \rightarrow \infty} X_t \text{ exists}) \Leftrightarrow (\langle X, X \rangle_{\infty} = \lim_n \sum_k d^2(X_{k2^{-n}}, X_{(k+1)2^{-n}}) \text{ is finite}) ?$$

Answer :  $V$  complete with bounded curvature is sufficient. Conjecture : Boundedness can be replaced by boundedness from below. (Proved : see the Addendum).)

Second, what about the same problem for  $t \rightarrow -\infty$  ?

Third, if  $X$  and  $Y$  are martingales in a "small" manifold, does equality at time 1 ( $X_1 = Y_1$  a.s.) imply  $X = Y$  on  $[0, 1]$  ? Answer : Yes if the curvature of  $V$  is non positive. Conjecture : Yes, always.

*Classification AMS* : 58G32, 60G17, 53B20.

*Mots clef* : Géométrie différentielle stochastique, martingales.

- C. KIPNIS, S.R.S. VARADHAN - Central limit theorems for additive functionals of reversible Markov chains and applications. 65

This article deals with applications of a central limit theorem for general additive functions of reversible Markov chains.

- E. PARDOUX - Sur les équations aux dérivées partielles stochastiques, de type parabolique. 71

We review a series of results concerning the existence and regularity of solutions to Stochastic Differential Equations of Parabolic type. We consider successively the semi-group approach to linear equations, the variational approach to equations of monotone type, the "martingale-problem" approach, and then, specializing to Zakai equation of non linear filtering, we review results obtained under both ellipticity and hypoellipticity conditions.

*Classification AMS* : 60H15, 30R60, 60G35

M.A.PINSKY - Brownian motion on a small geodesic ball. 89

Soit  $(M, g)$  une variété riemannienne et  $\{X_t, t \geq 0\}$  le mouvement brownien engendré par l'opérateur de Laplace-Beltrami. On obtient des développements limités des espérances  $E_m^{(M, g)}(T_\varepsilon)$  et  $E_m^{(M, g)}(T_\varepsilon^2)$  pour  $\varepsilon \downarrow 0$ ,  $m \in M$ , où  $T_\varepsilon$  est le temps de sortie de la boule géodésique de rayon  $\varepsilon$ . Par conséquent, on a le corollaire que si pour tout  $m \in M$ ,

$$E_m^{(M, g)}(T_\varepsilon) - E_m^{(R^n, g_0)}(T_\varepsilon) = O(\varepsilon^8) \text{ et } E_m^{(M, g)}(T_\varepsilon^2) - E_m^{(R^n, g_0)}(T_\varepsilon^2) = O(\varepsilon^{10})$$

lorsque  $\varepsilon \downarrow 0$ , alors  $(M, g) \cong (R^n, g_0)$  au sens de l'isométrie locale.

*Classification AMS* : 58G 32, 60J 65.

M. YOR - Une décomposition asymptotique du nombre de tours du mouvement brownien complexe. 103

A theorem of Spitzer asserts that, if  $(\theta_t, t \geq 0)$  denotes the continuous total angle wound around 0 by a complex-valued Brownian motion  $(Z_t, t \geq 0)$  starting away from 0, then  $\theta_t / ((1/2) \log t)$  converges in distribution, as  $t \rightarrow \infty$ , to a Cauchy variable with parameter 1. In the present paper, the joint convergence in distribution of variables  $\theta_{H_t} / ((1/2) \log t)$  is shown, and the limits are described, when  $(H_t)$

belongs to a large class of functionals of the radial part of  $(Z_t, t \geq 0)$ . The main ingredients of Williams decomposition for Brownian paths are featured in these limits. For the proof, use is made either of D. Williams pinching method, or of direct Bessel processes computations.

*Classification AMS* : 60J 65.

#### IV - ANALYSE NON LINÉAIRE ET MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES

R. GLOWINSKI, P. LE TALLEC - Numerical solution of partial differential equation problems in nonlinear mechanics by quadratic minimization methods. 129

On dispose à l'heure actuelle de méthodes numériques puissantes pour la résolution des problèmes linéaires elliptiques et paraboliques. L'objet de cet article est de montrer que l'on peut utiliser efficacement ces méthodes pour résoudre des problèmes d'équations aux dérivées partielles non linéaires, stationnaires ou d'évolution ; ceci peut se faire, en particulier, par l'intermédiaire de formulations de type moindres carrés fonctionnels ou de lagrangiens augmentés, associés à des méthodes itératives de type gradient conjugué préconditionné, en particulier, et à des méthodes d'approximation par élément finis.

Dans cet article, ces méthodes générales sont appliquées -avec succès- à la résolution des équations d'évolution de Navier-Stokes pour les fluides visqueux incompressibles, ainsi qu'à la résolution de problèmes d'élasticité non linéaire. Des résultats d'expériences numériques illustrent les méthodes présentées.

*Classification AMS* : 35, 49, 65, 73, 76.

- P.L. LIONS - Solutions de viscosité des équations elliptiques du second ordre complètement non linéaires. 167
- In this paper, we present the notion of viscosity solutions for fully non linear second order elliptic equations and we give some examples of existence and uniqueness results.
- Classification AMS* : 35 J 60, 35 D 05, 35 L 60.
- V - PHYSIQUE MATHÉMATIQUE
- S. ALBEVERIO, Ph. BLANCHARD, R. HØEGH-KROHN - Diffusions sur une variété riemannienne : barrières infranchissables et applications. 181
- We discuss a class of symmetric diffusions on manifolds of the stochastic mechanical type, whose drift coefficient has singularities acting as barriers for the process.
- We discuss the ergodic decomposition of such processes and indicate applications to such disparate phenomena as the formation of planetary systems, the morphology of galaxies, the wind structure of planets and the formation of spokes in Saturn's rings.
- Classification AMS* : 60 H XX, 85 XX, 62 P 99, 60 J 60, 60 J 70.
- G. JONA-LASINIO - Stochastic processes and quantum mechanics. 203
- Dans ce rapport on discute quelques applications de la théorie des processus stochastiques à la mécanique quantique non relativiste. On donne en particulier une description probabiliste du spin dans l'esprit de la mécanique stochastique à la Nelson et une extension de la formule de Feynman-Kac à des systèmes avec degrés de liberté internes. Dans les deux cas, le processus à sauts joue un rôle important.
- Classification AMS* : 60 G,H,J ; 81 B, C.
- L. MICHEL - L'unification de la physique. 217
- This paper surveys the present state of fundamental physics. The great unification which has recently been developed is essentially based on extension of Maxwell and Dirac equations with non Abelian Gauge groups. This large symmetry of physics is spontaneously broken in our universe.
- Classification AMS* : 78.20, 83.20.
- D. RUELLÉ - Du problème de la turbulence développée et de quelques obstacles à la solution. 231
- In spite of recent progress, hydrodynamic turbulence remains -from a fundamental point of view- a still poorly understood phenomenon. If one tries to reach a scaling theory à la Kolmogorov starting from the Navier-Stokes equation, a succession of conceptual problems are met, which have not been solved. An assessment of these problems is presented here in the light of our present experimental and mathematical understanding of the subject.
- Classification AMS* : 76 F.

TABLE DES MATIÈRES

- C.H. TAUBES - Long range forces and topology of instanton moduli spaces. 243  
 Cet article décrit le théorème de l'auteur qui dit "Les espaces de modules pour les connexions autoduales sur  $S^4$  sont connexes".  
*Classification AMS* : 35 Q 20, 58 G 20, 81 E 10.
- VI - ANALYSE SUR LES VARIÉTÉS
- Y. COLIN de VERDIÈRE - Théorie spectrale des surfaces de Riemann d'aire infinie. 259  
 We give a simple proof of the relation between the Poincaré-exponent of a Fuchsian group  $\Gamma$  and the spectral theory of  $\Gamma$ -automorphic functions. After that, we use that result and give some asymptotic estimation of the orbital counting function.  
*Classification AMS* : 10 D 05, 58 G 25, 58 G 35.
- P. LI - Function theory on complete Riemannian manifolds. 277  
 On a complete Riemannian manifold  $M$ , we consider the Laplace equation for harmonic functions and the heat equation. In the first case, conditions for nonexistence of nonconstant  $L^p$  ( $p \in (0, \infty]$ ) harmonic functions are discussed. In the latter, uniqueness of solutions and of heat semi-groups on various  $L^p$  spaces are established.  
*Classification AMS* : 53 C 55.
- E.A. RUH - Almost homogeneous spaces. 285  
 On généralise la courbure de Cartan pour introduire une notion d'espaces presque homogènes. On construit une déformation qui, au même temps, change la connexion et l'algèbre de Lie utilisée dans la définition de la courbure. Ainsi, on trouve une structure localement homogène sur une classe d'espaces presque homogènes.  
*Classification AMS* : 53 C 20, 53 C 05.

-----