Astérisque

GUY HENNIART

Les conjectures de Langlands locales pour $GL(n)$

Astérisque, tome 94 (1982), p. 67-85
<http://www.numdam.org/item?id=AST_1982__94__67_0>

LES CONJECTURES DE LANGLANDS LOCALES POUR GL(n)

par

Guy HENNIART

-:-:-:-

Résumé. - On exprime, en termes de fonctions L et de facteurs ε, les conjectures de Langlands locales pour GL(n). Celles-ci relient, pour un corps localement compact non archimédien F, les représentations de degré n du groupe de Weil-Deligne de F aux représentations admissibles irréductibles du groupe localement compact GL(n, F). On dit dans quels cas et dans quelle mesure ces conjectures ont été établies.

Abstract. - Using L-functions and ε-factors, one gives the local Langlands conjectures for GL(n). These conjectures give, for a locally compact non archimedean field F, a correspondence between degree n representations of the Weil-Deligne group of F and admissible irreducible representations of the locally compact group GL(n, F). One points out in which cases and to what extent these conjectures have been verified.

1. - Avertissement

La "philosophie" de Langlands s'attache à comprendre les représentations des groupes réductifs sur les corps locaux et globaux. Pour l'arithméticien, elle offre l'intérêt immédiat de généraliser, de façon considérable, les théories locale et globale du corps de classes. Nous allons illustrer ce fait en présentant les conjectures de Langlands pour GL(n), dans le cas local. Qu'il nous soit permis néanmoins de signaler quelques faits saillants du cas global.

Les conjectures de Langlands pour le cas global ont en particulier pour conséquence la conjecture d'Artin relative aux représentations du groupe de Galois d'un corps de nombres. Par exemple, on a pu prouver récemment [La, Tu 2] le résultat suivant :

THÉORÈME 1. - Soient F un corps de nombres, $\bar{F}$ une clôture algébrique de F et ρ : $\mathrm{Gal}(\bar{F}/F) \rightarrow GL(2, \mathbb{C})$ une représentation continue irréductible de degré 2 du groupe de Galois absolu de F. On suppose que l'image de $\mathrm{Gal}(\bar{F}/F)$ dans $PGL(2, \mathbb{C})$ n'est pas isomorphe au groupe alterné sur cinq éléments. Alors la fonction L d'Artin attachée à ρ est entière.

L'idée est d'associer à toute représentation complexe σ de $\mathrm{Gal}(\bar{F}/F)$, continue et de degré n, une représentation automorphe $\pi(\sigma)$ de $GL(n, \mathbb{A}_F)$, où $\mathbb{A}_F$ désigne le groupe des adèles de F (les représentations automorphes généralisent les formes automorphes classiques, qui sont considérées comme attachées au groupe $SL(2)$). Pour $n = 1$, ce lien est donné par la théorie globale du corps de classes. Pour n quelconque, on peut généraliser la classique transformation de Mellin, et associer à toute représentation automorphe π de $GL(n, \mathbb{A}_F)$ une fonction $L(\pi, s)$ d'un paramètre complexe s, qui est entière si π est uspidale, ce qui est le cas pour $\pi(\sigma)$ quand σ est irréductible, et vérifie une équation fonctionnelle. On a alors $L(s, \pi(\sigma)) = (L(s, \sigma)$, d'où la conjecture d'Artin pour σ.

Les outils employés sont des outils assez sophistiqués d'analyse harmonique sur $GL(n, \mathbb{A}_F)$: théorie de Hecke généralisée [J L, J P S 1], formule des traces de Selberg [J L, La]. La théorie locale se formule pourtant de manière assez simple, et on peut espérer prouver les conjectures locales de manière purement locale. Le lecteur doit néanmoins savoir qu'une technique qui s'est révélée très efficace consiste à obtenir des renseignements globaux à partir de renseignements locaux faciles à rassembler (en les places de F, où, par exemple, la représentation σ considérée plus haut est non ramifiée), et à en déduire des informations en les autres places (les "mauvaises" places).

Plaçons-nous désormais dans le cas local, i. e. celui où le corps de base F est un corps commutatif localement compact non archimédien. Les conjectures de Langlands associent à toute représentation complexe continue de degré n du groupe de Galois absolu de F, une représentation admissible irréductible du groupe $GL(n, F)$. De façon plus précise, si on considère, au lieu du groupe de Galois absolu de F, le groupe de Weil-Deligne, on obtient une bijection entre représentations de degré n de ce groupe, et représentations admissibles irréductibles de $GL(n, F)$. Pour $n = 1$ cette bijection est celle donnée par la théorie locale du corps de classes. L'existence de la correspondance conjecturée a été prouvée pour $n = 2$ par Ph. Kutzko en 1979 [Ku] et par l'auteur en 1981 [He 1], pour $n = 3$.

Dans la suite de cet article, nous examinons tout d'abord (§ 2) la théorie du corps de classes, selon l'éclairage particulier à la philocophie de Langlands (et qui, en l'occurence, est celui inaugurée par la thèse de Tate [C F]), puis nous précisons les objets qui font l'objet des conjectures, tout d'abord du côté galoisien (§ 3), puis sur le versant automorphe (§ 4). On énonce ensuite (§ 5) les conjectures de Langlands et les résultats obtenus jusqu'ici (*), et on termine (§ 6) par l'exposé de problèmes afférents à ces conjectures.

2. - La théorie locale du corps de classes

On fixe un corps de base F, commutatif, localement compact, et non archimédien. On fixe également une clôture séparable algébrique $\overline{F}$ de F, un caractère additif non trivial ψ de F. Nous fixerons également sur le groupe additif de F la mesure de Haar auto-duale pour ψ. Nous noterons q le nombre d'éléments du corps résiduel de F, $|\ |$ la valeur absolue de F qui prend la valeur q^{-1} sur les uniformisantes. On note G_F le groupe de Galois de $\overline{F}$ sur F, qu'on munit de sa topologie de Krull : c'est un groupe topologique profini. Le groupe d'inertie I_F est le sous-groupe topologique de G_F formé des éléments qui fixent l'extension non ramifiée maximale de F dans $\overline{F}$. Le quotient G_F/I_F est isomorphe au groupe de Galois absolu du corps résiduel de F, donc à $\hat{\mathbb{Z}}$, et possède un générateur topologique privilégié, la substitution de Frobenius, qui agit comme la puissance $q^{\text{ème}}$ sur le corps résiduel de $\overline{F}$. On note W_F et on appelle groupe de Weil de $\overline{F}$ sur F (ou de F) le sous-groupe de G_F formé

(*) Nous énonçons ici ces conjectures de façon plus précise que dans [He 1], où le lecteur prendra garde que dans l'énoncé de la conjecture au § 4, il faut supposer que la mesure de Haar dx sur le groupe additif F est auto-duale pour ψ.

des éléments dont l'image dans G_F/I_F est une puissance entière de la substitution de Frobenius (*). On munit W_F de la topologie pour laquelle le sous-groupe I_F, muni de la topologie induite par celle de G_F, est ouvert dans W_F, et le quotient W_F/I_F discret. On a donc une injection continue à image dense de W_F dans G_F, et le diagramme commutatif suivant, où les lignes sont des suites exactes de groupes topologiques :

$$\begin{tikzcd} 1 \arrow[r] & I_F \arrow[r] \arrow[d, equal] & W_F \arrow[r] \arrow[d, hook] & \mathbb{Z} \arrow[r] \arrow[d, hook] & 1 \\ 1 \arrow[r] & I_F \arrow[r] & G_F \arrow[r] & \hat{\mathbb{Z}} \arrow[r] & 1 . \end{tikzcd}$$

La théorie locale du corps de classes se traduit par l'existence d'une application continue $\tau : W_F \to F^*$ (que nous normaliserons de façon que les inverses des substitutions de Frobenius correspondent aux uniformisantes de F), qui, par passage au quotient, induit un isomorphisme avec $F^\times$ du groupe topologique abélianisé W_F^{ab} de W_F (i.e. le quotient de W_F par la fermeture de son groupe des commutateurs). Autrement dit, il existe une bijection canonique entre, d'une part les caractères de W_F, i.e. les homomorphismes continus de W_F dans $\mathbb{C}^\times$, et d'autre part les caractères de $GL(1,F) = F^\times$. Cette bijection associe à un caractère χ de W_F l'unique caractère $\pi(\chi)$ de $F^\times$ vérifiant $\pi(\chi) \circ \tau = \chi$.

On sait qu'on peut définir, pour tout caractère η de W_F, une fonction $L(\eta, s)$ du paramètre complexe s, qui est une fonction rationnelle en q^{-s}, par la formule

$$L(\eta, s) = (1 - \eta(Fr)\, q^{-s})^{-1}$$

si η est trivial sur I_F, et Fr n'importe quelle substitution de Frobenius.

$$L(\eta, s) = 1 \quad \text{sinon.}$$

D'un autre côté, on va définir pour tout caractère χ de $F^\times$ une fonction $L(\chi, s)$. Notons $\mathcal{S}(F)$ l'espace vectoriel des fonctions sur F, localement constantes et à support compact. Pour $\Phi \in \mathcal{S}(F)$ définissons sa transformée de Fourier $\hat{\Phi}$ (par rapport à ψ) par la formule

(*) On appellera aussi substitutions de Frobenius les éléments de W_F qui se projettent dans W_F/I_F sur la substitution de Frobenius.

$$\hat{\Phi}(y) = \int_F \Phi(x)\ \psi(xy)\ dx \quad \text{pour} \quad y \in F\ .\ (^*)$$

Fixons une mesure de Haar quelconque $d^\times g$ sur $F^\times$.

THÉORÈME 2. - Soit χ un caractère de $F^\times$.

i) Pour tout $\Phi \in \mathcal{S}(F)$, l'intégrale $\int_{F^\times} \chi(g)\ |\,g\,|^s\ \Phi(g)\ d^\times g$ converge pour $s \in \mathbb{C}$ de partie réelle assez grande et se prolonge analytiquement en une fonction $Z(\chi\,,s,\Phi)$ qui est une fraction rationnelle en q^{-s} : $Z(\chi\,,s,\Phi) \in \mathbb{C}(q^{-s})$.

ii) Quand Φ parcourt $\mathcal{S}(F)$, les fonctions $Z(\chi\,,s\,,\Phi)$ engendrent un idéal fractionnaire de $\mathbb{C}[q^{-s}, q^s]$, idéal qui possède un unique générateur de la forme $P(q^{-s})^{-1}$, où P est un polynôme à coefficients complexes, vérifiant $P(0) = 1$. On note $L(\chi\,,s)$ ce générateur.

iii) Pour tout $\Phi \in \mathcal{S}(F)$, on a

$$\frac{Z(\chi^{-1}, 1-s\,, \hat{\Phi})}{L(\chi^{-1}, 1-s)} = \varepsilon(\chi\,,\ s\,,\ \psi\,,\ dx)\ \frac{Z(\chi\,,\ s\,,\ \Phi)}{L(\chi\,,\ s)}\ ,$$

où ε est une fonction de s indépendante de Φ. C'est un monôme non nul en q^{-s} .

Ce théorème, dû à Tate [C F], nous permet de définir, pour tout caractère η de W_F , un facteur ε , par la formule

$$\varepsilon(\eta\,, s, \psi\,, dx) = \varepsilon(\pi(\eta)\,, s, \psi\,, dx)\ .$$

Dans les paragraphes suivants, nous allons généraliser les définitions des facteurs $L(\chi\,,s)$ et $\varepsilon(\chi\,,s,\psi\,,dx)$, d'une part aux représentations de degré quelconque du groupe de Weil de F , et même du groupe de Weil-Deligne (le cas des représentations de degré 1 correspondant aux caractères de W_F), et d'autre part aux représentations admissibles irréductibles de $GL(n,F)$ (le cas où $n=1$ correspondant aux caractères de $F^\times = GL(1,F)$), et même aux paires de telles représentations. La correspondance conjecturée par Langlands s'exprime en termes de ces facteurs L et ε .

(*) La mesure dx a été choisie auto-duale pour ψ , i.e. on a :

$$\hat{\hat{\Phi}}(x) = \Phi(-x) \quad \text{pour} \quad x \in F\ .$$

3. - Le versant galoisien [De , Ta]

Une représentation de degré n de W_F sera pour nous une représentation continue de W_F sur un espace vectoriel complexe de dimension n. Si on note V l'espace d'une telle représentation σ, le groupe W_F/I_F agit sur l'espace V^{I_F} des points de V fixés par $\sigma(I_F)$, et on définit le facteur L de σ par la formule

$$L(\sigma, s) = \det(1-\sigma(Fr)q^{-s} | V^{I_F})^{-1}$$

où Fr est n'importe quelle substitution de Frobenius. Ce facteur $L(\sigma, s)$ ne change pas si on remplace σ par une représentation équivalente (au sens usuel) ; on peut donc attacher un tel facteur $L(\sigma, s)$ à une classe d'équivalence σ de représentations de W_F de degré fini. En degré 1, les classes d'équivalences de représentations de W_F s'identifient aux caractères de W_F, et cette nouvelle définition coïncide avec celle donnée au § 2.

Considérons l'ensemble X des quadruplets (K, ψ_K, d_Kx, ρ) où K parcourt les extensions finies de F dans $\overline{F}$, ψ_K les caractères additifs non triviaux de K, d_Kx les mesures de Haar sur K, et ρ les représentations de degré fini de W_K. Alors un théorème célèbre de Langlands et Deligne [De] affirme qu'il existe une fonction et une seule de X dans $\mathbb{C}(q^{-s})$

$$(K, \psi_K, d_Kx, \rho) \longmapsto \varepsilon_K(\rho, s, \psi_K, dx) ,$$

qui vérifie les conditions suivantes :

1. - Additivité sur les suites exactes

Si ρ est extension d'une représentation ρ'' de W_K par une autre représentation ρ', on a

$$\varepsilon_K(\rho, s, \psi_K, d_Kx) = \varepsilon_K(\rho', s, \psi_K, d_Kx)\ \varepsilon_K(\rho'', s, \psi_K, d_Kx) .$$

En particulier $\varepsilon_K(\rho, \psi_K, d_Kx)$ ne dépend que de la semi-simplifiée de ρ et les fonctions $\varepsilon_K(\rho, s, \psi_K, d_Kx)$ s'étendent par additivité au groupe de Grothendieck des représentations virtuelles (de dimension finie) de W_K.

2. - Homogénéité

Si a est un réel positif, et ρ une représentation virtuelle de W_K, on a

$$\varepsilon_K(\rho, s, \psi_K, a\, d_Kx) = a^{\dim \rho}\ \varepsilon_K(\rho, s, \psi_K, d_Kx) .$$

Si ρ est de dimension 0 , $\varepsilon_K(\rho, s, \psi_K, d_K x)$ est donc indépendant de $d_K x$, qu'on pourra ôter de la notation.

3. - Inductivité en degré 0

Si L est une extension finie de K dans $\overline{F}$, on note $Tr_{L/K}$ la trace de L à K . Si ρ' est une représentation (virtuelle) de W_L , on note $\mathrm{Ind}_L^K \rho'$ la représentation de W_K induite de ρ' . Pour ρ' de dimension 0 , on demande

$$\varepsilon_K(\mathrm{Ind}_L^K \rho', s, \psi_K) = \varepsilon_L(\rho', s, \psi_K \circ Tr_{L/K}) .$$

4. - Donnée en degré 1

Si ρ est une représentation de degré 1 de W_K , correspondant à un caractère de W_K encore noté ρ , on demande

$$\varepsilon_K(\rho, s, \psi_K, d_K x) = \varepsilon(\rho, s, \psi_K, d_K x)$$

où $d_K x$ est la mesure de Haar auto-duale pour ψ_K , et où le membre de droite est celui défini au paragraphe précédent (en remplaçant par K le corps de base F).

Remarques

1) Ce facteur ε ne change pas si on remplace ρ par une représentation équivalente. On associe donc à une classe d'équivalence de représentations de W_K un facteur ε, que l'on note de la même façon. C'est un monôme non nul en q^{-s} .

2) Les facteurs L définis plus haut peuvent être caractérisés comme donnés par l'unique fonction $(K, \psi_K, d_K x, \rho) \longmapsto L(s,\rho)$ de X dans $\mathbb{C}(q^{-s})$ qui soit

i) additive sur les suites exactes
ii) indépendante des choix de $d_K x$ et ψ_K
iii) inductive en degré quelconque
iv) telle que $L(s,\rho)$ soit la fonction définie au § 2 si ρ est de degré 1 .

Le problème naturel du point de vue arithmétique serait en fait d'étudier les représentations continues de W_F dans des espaces vectoriels de dimension finie sur $\mathbb{Q}_\ell$ (où ℓ est un nombre premier distinct de la caractéristique résiduelle de F) (*). On est alors amené à définir un groupe de Weil-Deligne W'_F, et des représentations complexes de W'_F, qui reflètent l'étude des représentations ℓ-adiques. Pour la définition de W'_F et la passage de représentations ℓ-adiques à représentations complexes, nous renvoyons à [De] et [Ta]. Cette omission n'a aucune influence sur la suite de l'article, puisque nous nous intéressons uniquement aux représentations de W'_F et non à ses diverses définitions. Pour nous, une représentation de degré n de W'_F sera un couple (ρ, N) formé d'une représentation continue ρ de W_F, semi-simple, (i.e. somme directe de représentations irréductibles ou simples) dans un espace vectoriel complexe $V(\rho)$ de dimension n, et d'un endomorphisme (nilpotent) N de $V(\rho)$ tel que

$$\rho(w) N \rho(w)^{-1} = |\tau(w)| N \quad \text{pour } w \in W_F .$$

Deux telles représentations (ρ, N) et (ρ', N') sont dites équivalentes s'il existe un isomorphisme $\sigma : V(\rho) \to V(\rho')$ des espaces de ρ et ρ', vérifiant

$$\sigma N = N'\sigma \quad \text{et} \quad \sigma \rho(w) = \rho'(w)\sigma \quad \text{pour tout } w \in W_F .$$

On a des notions évidentes de sous-représentations, de sommes directes, de représentations indécomposables, etc. Nous identifierons une représentation (ρ, N) de W'_F pour laquelle $N = 0$, à la représentation continue semi-simple ρ de W_F. Si ρ est irréductible, on a forcément $N = 0$. De plus toute représentation de W'_F est somme directe de représentations indécomposbbles, chaque représentation indécomposable étant équivalente à une représentation irréductible type $\rho \otimes Sp(d)$ (**), où ρ est une représentation irréductible de W_F et Sp(d) la représentation "spéciale" de degré d [Ta, 41.4 et 41.5].

A toute représentation (ρ, N) de W'_F, on associe son déterminant $\det\rho$ défini par $(\det\rho)(w) = \det_{V(\rho)} \rho(w)$ où $\det_{V(\rho)}$ est l'application déterminant sur

---

(*) De telles représentations apparaissent, par exemple dans la cohomologie ℓ-adique de variétés, sur un corps global.

(**) Le produit tensoriel $\sigma \otimes \sigma'$ de deux représentations $\sigma = (\rho, N)$ et $\sigma' = (\rho', N')$ de W'_F est le couple $(\rho \otimes \rho', N \otimes 1 + 1 \otimes N')$, (agissant sur l'espace $V(\rho) \otimes_{\mathbb{C}} V(\rho')$). Il est compatible aux classes d'équivalence et on note de la même manière $\sigma \otimes \sigma'$ le produit tensoriel de deux classes d'équivalence σ et σ' de représentations de W'_F. Si σ est de la forme $\chi \circ \tau$, où χ est un caractère de $F^\times$, on note aussi $\chi\sigma'$ au lieu de $\sigma \otimes \sigma'$.

le groupe des endomorphismes de l'espace $V(\rho)$. Le déterminant $\det \rho$ est ainsi un caractère de W_F et on note $\operatorname{Det} \rho$ le caractère de $F^\times$ tel que $\operatorname{Det} \rho \circ \tau = \det \rho$. On définit également la contragrédiente $(\check{\rho}, \check{N})$ de (ρ, N) qui est le couple formé de la représentation $\check{\rho}$ sur le dual $V(\rho)^*$ de $V(\rho)$, contragrédiente de ρ (c'est-à-dire qu'on a

$$<\check{\rho}(w)(v^\times), v> = <v^\times, \rho(w^{-1})v>$$

pour $w \in W_F$, $v \in V(\rho)$, $v^\times \in V(\rho)^*$, $<\ >$ désignant l'accouplement canonique entre $V(\rho)^*$ et $V(\rho)$), et de l'endomorphisme $\check{N}$ de $V(\rho)^*$ vérifiant

$$<\check{N}(v^\times), v> = <v^\times, Nv> \quad \text{pour } v \in V(\rho),\ v^\times \in V(\rho)^* .$$

Si deux représentations de W'_F sont équivalentes, leurs contragrédientes le sont aussi. On peut donc parler de la contragrédiente σ d'une classe d'équivalence $\check{\sigma}$ de représentations de W'_F.

A une représentation $\sigma = (\rho, N)$ de W'_F, on associe des facteurs L et ε :

$$L(\sigma, s) = \det(1 - \mathrm{Fr}\, q^{-s} \mid V(\rho)_N^{I_F})^{-1}$$

où $V(\rho)_N^{I_F}$ est le sous-espace $\operatorname{Ker} N \cap V(\rho)^{I_F}$ de $V(\rho)^{I_F}$, et

$$\varepsilon(\sigma, s, \psi, dx) = \varepsilon(\rho, s, \psi, dx)\ \det(-\mathrm{Fr} \mid V(\rho)^{I_F} / V(\rho)_N^{I_F}).$$

A nouveau, ces facteurs ne dépendent que de la classe d'équivalence de σ et peuvent donc être attachés à une telle classe avec la même notation.

4. - Le versant automorphe [Ct]

Pour tout entier $n \geq 1$, on considère le groupe $GL(n, F)$ muni de la topologie induite par celle de F : c'est ainsi un groupe localement compact totalement discontinu. Une représentation admissible π de $GL(n, F)$ est un homomorphisme $\pi : GL(n, F) \longrightarrow GL(W)$, où W est un espace vectoriel sur $\mathbb{C}$ (de dimension finie ou infinie) et $GL(W)$ le groupe de ses automorphismes linéaires, qui vérifie les deux conditions suivantes :

(i) Tout vecteur w de W a un stabilisateur ouvert.

(ii) Pour tout sous-groupe compact ouvert K de $GL(n, F)$, l'espace W^K des vecteurs de W fixés par K est de dimension finie.

Pour les représentations admissibles de $GL(n,F)$, les notions d'équivalence et d'irréductibilité sont les notions algébriques usuelles. Si π est une représentation admissible irréductible de $GL(n,F)$, le centre de $GL(n,F)$, formé des matrices scalaires et donc isomorphe à $F^\times$, agit à travers un caractère de $F^\times$ qu'on appelle le caractère central de π et qu'on note $\omega_\pi : F^\times \longrightarrow \mathbb{C}^\times$. Des représentations dans la même classe d'équivalence π' ont même caractère central, noté $\omega_{\pi'}$. Pour $n=1$, les classes d'équivalence de représentations admissibles irréductibles de $GL(1,F)=F^\times$ s'identifient aux caractères de $F^\times$. Si π est une classe d'équivalence de représentations admissibles de $GL(n,F)$, et χ un caractère de $F^\times$, on note $\chi\pi$ la classe définie par la représentation $g \longmapsto \chi\circ\det(g).\omega(g)$ où ω est un quelconque représentant de π .

Soit $\pi : GL(n,F) \longrightarrow GL(W)$ une représentation admissible de $GL(n,F)$. Alors $GL(n,F)$ agit naturellement sur l'espace vectoriel dual W^* de W par la représentation transposée π^* : $\pi^*(g)$ est l'endomorphisme transposé de $\pi(g^{-1})$.

On note $\widetilde{W}$ le sous-espace de W^* formé des vecteurs fixés par un sous-groupe compact ouvert de $GL(n,F)$, et $\check{\pi}$ la restriction de π^* à $\widetilde{W}$. C'est une représentation admissible de $GL(n,F)$, appelée contragrédiente de π . La représentation $\check{\check{\pi}}$ est canoniquement équivalente à π . Deux représentations admissibles équivalentes ont des contragrédientes équivalentes ; on peut donc parler de contragrédiente d'une classe d'équivalence de représentations admissibles de $GL(n,F)$ qu'on notera encore par le signe $\vee$.

Comme dans le paragraphe 2 précédent, on généralise les définitions des facteurs L et ε [GoJ].

Soit $\mathcal{S}(M_n(F))$ l'espace des fonctions localement constantes à support compact dans $M_n(F)$. Pour $\Phi\in\mathcal{S}(M_n(F))$, on définit sa transformée $\hat{\Phi}$ (par rapport à ψ) par la formule

$$\hat{\Phi}(y) = \int_{M_n(F)} \Phi(x)\ \psi\circ tr(xy)\ dx \quad \text{pour } y\in M_n(F),$$

où dx désigne la mesure de Haar sur $M_n(F)$ canoniquement associée à la mesure de Haar sur F , et tr désigne la trace des matrices (de $M_n(F)$ à F). Fixons une mesure de Haar quelconque $d^\times g$ sur $GL(n,F)$.

Soit π une représentation admissible irréductible de $GL(n,F)$, dans un espace W .

Un coefficient f de π est une fonction sur $GL(n, F)$ de la forme $g \mapsto \langle \pi(g)v, \tilde{v}\rangle$ avec $v \in W$, $\tilde{v} \in \widetilde{W}$. La fonction $\check{f} : g \mapsto f(g^{-1})$ est un coefficient de $\check{\pi}$.

On prouve alors les assertions suivantes :

i) Pour tout $\Phi \in \mathcal{S}(M_n(F))$ et tout coefficient f de π, l'intégrale

$$\int_{GL(n,F)} f(g) \, |\det g|^s \, \Phi(g) \, d^\times g$$

converge pour $s \in \mathbb{C}$ de partie réelle assez grande, et se prolonge analytiquement en une fonction $Z(f, s, \Phi)$ qui est une fraction rationnelle en q^{-s}.

ii) Quand Φ parcourt $\mathcal{S}(M_n(F))$ et f l'ensemble des coefficients de π, les fonctions $Z(f, s, \Phi)$ engendrent un idéal fractionnaire de $\mathbb{C}[q^{-s}, q^{s}]$, idéal qui possède un unique générateur de la forme $P(q^{-s})^{-1}$, où P est un polynôme à coefficients complexes, vérifiant $P(0) = 1$. On note $L(\pi, s)$ ce générateur.

iii) Pour tout $\Phi \in \mathcal{S}(M_n(F))$ et tout coefficient f de π, on a

$$\frac{Z(\check{f}, 1-s+\frac{1}{2}(n-1), \hat{\Phi})}{L(\check{\pi}, 1-s)} = \varepsilon(\pi, s, \psi, dx) \frac{Z(f, s+\frac{1}{2}(n-1), \Phi)}{L(\pi, s)}$$

où ε est une fonction de s indépendante de Φ et f ; c'est un monôme non nul en q^{-s}.

Les facteurs L et ε ainsi obtenus ne dépendent que de la classe d'équivalence ω de π ; on pose

$$L(\omega, s) = L(\pi, s)$$

$$\varepsilon(\omega, s, \psi, dx) = \varepsilon(\pi, s, \psi, dx) \quad .$$

Pour des raisons qui paraîtront claires à l'énoncé de la conjecture au paragraphe suivant, il est nécessaire de généraliser ces définitions des facteurs ε et L au cas où on se donne des représentations admissibles irréductibles π_1 et π_2 de $GL(n_1, F)$ et $GL(n_2, F)$ respectivement. La définition étant pour l'instant de nature tout à fait différente des précédentes, nous renvoyons le lecteur à l'article de Jacquet, Piatetski-Shapiro et Shalika, où ces définitions sont exprimées [JPS 2] . (*)

(*) Dans cet article, les facteurs L et ε ne sont définis que pour π_1 et π_2 "génériques" (voir plus haut pour la signification de ce terme), mais on peut les définir en général (cf. [JPS 3 et JPS 4]).

Soient donc pour $i=1,2,\dots$, une classe d'équivalence π_i de représentations admissibles irréductibles de $GL(n_i)$. On leur associe un facteur $L(\pi_1 \times \pi_2, s)$ qui est de la forme $P(q^{-s})^{-1}$ où $P \in \mathbb{C}[X]$, $P(0)=1$, et un facteur $\varepsilon(\pi_1 \times \pi_2, s, \psi, dx)$, monôme non nul en q^{-s}. On a :

$$L(\pi_1 \times \pi_2, s) = L(\pi_2 \times \pi_1, s)$$

$$L(\chi\pi_1 \times \pi_2, s) = L(\pi_1 \times \chi\pi_2, s)$$

pour tout caractère χ de $F^\times$

$$L(\alpha^t \pi_1 \times \pi_2, s) = L(\pi_1 \times \pi_2, s+t)$$

pour tout $t \in \mathbb{C}$, α^t désignant le caractère $x \longmapsto |x|^t$ de $F^\times$

$$L(\pi_1, s) = L(\pi_1 \times 1, s)$$

où 1 est le caractère trivial de $F^\times$.

On a les propriétés parallèles pour les facteurs ε.

5. - La conjecture : énoncé et résultats

On note $\mathcal{A}_n$ l'ensemble des classes d'équivalence de représentations admissibles irréductibles de $GL(n,F)$, $\mathcal{A}_n^o$ le sous-ensemble des classes de représentations cuspidales (celles dont les coefficients sont à support compact modulo le centre de $GL(n,F)$), $\mathcal{A}_n^2$ le sous-ensemble des classes de représentations essentiellement de carré intégrable (les représentations π pour lesquelles il existe un caractère χ de $F^\times$ tel que $\chi\pi$ ait un caractère central unitaire et des coefficients de carré intégrable modulo le centre de $GL(n,F)$). On note $\mathcal{A}$ la somme disjointe des $\mathcal{A}_n$, pour $n \geq 1$, $\mathcal{A}^o$ la somme des $\mathcal{A}_n^o$, $\mathcal{A}^2$ celle des $\mathcal{A}_n^2$.

D'autre part, on note $\mathcal{G}_n$ l'ensemble des classes d'équivalence de représentations de degré n de W'_F, $\mathcal{G}_n^o$ le sous-ensemble formé des classes de représentations irréductibles de W_F, $\mathcal{G}_n^2$ celui formé des classes de représentations indécomposables de W'_F. De même, on pose :

$$\mathcal{G} = \bigcup_{n\geq 1} \mathcal{G}_n, \quad \mathcal{G}^o = \bigcup_{n\geq 1} \mathcal{G}_n^o, \quad \mathcal{G}_n^2 = \bigcup_{n\geq 1} \mathcal{G}_n^2 .$$

CONJECTURE 1. - Il existe une unique application de $\mathcal{G}$ dans $\mathcal{A}$

$$\sigma \longmapsto \pi(\sigma)$$

qui applique $\mathcal{G}_n$ dans $\mathcal{A}_n$ et vérifie, pour tous σ_1, σ_2 dans $\mathcal{G}$

$$L(\sigma_1 \otimes \sigma_2, s) = L(\pi(\sigma_1) \times \pi(\sigma_2))$$

$$\varepsilon(\sigma_1 \otimes \sigma_2, s, \psi, dx) = \varepsilon(\pi(\sigma_1) \times \pi(\sigma_2), s, \psi, dx) .$$

CONJECTURE 2. - Cette application est une bijection et vérifie

$$\omega_{\pi(\sigma)} = \mathrm{Det}\, \sigma$$

$$\pi(\check{\sigma}) = \check{\pi}(\sigma) .$$

CONJECTURE 3. - Elle induit des bijections de $\mathcal{G}^o$ sur $\mathcal{A}^o$ et $\mathcal{G}^2$ sur $\mathcal{A}^2$.

Remarques

1) Supposons un instant que F soit un corps commutatif localement compact archimédien, i.e. $F = \mathbb{R}$ ou $F = \mathbb{C}$. Alors Langlands [La] définit une application $\sigma \longmapsto \pi(\sigma)$ de l'ensemble des classes d'équivalence de représentations complexes de dimension finie de W_F , continues et semi-simples, dans la somme disjointe pour $x \geq 1$ des ensembles de classes d'équivalence de représentations admissibles irréductibles de $GL(n, F)$ (au sens des $(\mathfrak{G}, K)$-modules). Cette application vérifie l'analogue de la conjecture précédente (voir [J P S 3] pour la définition des facteurs L et ε attachés à une partie de représentations admissibles irréductibles).

2) Soient $\mathfrak{F}$ un corps global, $W_{\mathfrak{F}}$ son groupe de Weil absolu, Σ une représentation complexe continue de dimension finie n de $W_{\mathfrak{F}}$. Pour chaque place v de $\mathfrak{F}$, Σ possède une composante Σ_v , et on peut considérer (conjecturalement) la représentation $\pi_v = \pi(\Sigma_v)$ de $GL(n, \mathfrak{F}_v)$. On espère que la représentation $\Pi = \otimes_v \pi_v$ de $GL(n, \mathbb{A}_{\mathfrak{F}})$ est automorphe, et on peut le démontrer dans certains cas, [J L, La , J P S 1] . De cette façon, on obtient peu de représentations automorphes de $GL(n, \mathbb{A}_{\mathfrak{F}})$. On espère en obtenir d'autres en les associant aux systèmes compatibles de représentations ℓ-adiques du groupe de Galois absolu de $\mathfrak{F}$, et aux motifs sur $\mathfrak{F}$ ([Ta] , [Dr]).

On peut espérer prouver cette conjecture en procédant par étapes de $n = 1$ vers n grand. Pour $n = 1$, on a la théorie du corps de classes. Ph. Kutzko pour $n = 2$ [Ku] et l'auteur pour $n = 3$ ont prouvé le résultat suivant (*)

THÉORÈME. - <u>Soit</u> $n = 2$ <u>ou</u> $n = 3$. <u>Il existe une unique application</u> $\sigma \longmapsto \pi(\sigma)$ <u>de</u> $\mathcal{G}(n)$ <u>dans</u> $\mathcal{A}(n)$ <u>qui vérifie</u>

$$L(\chi\,\pi(\sigma), s) = L(\chi\,\sigma, s)$$

$$\varepsilon(\chi\,\pi(\sigma), s, \psi, dx) = \varepsilon(\chi\,\sigma, s, \psi, dx)$$

<u>pour tout caractère</u> χ <u>de</u> $F^{\times}$. <u>C'est une bijection</u>.

<u>On a de plus</u>

$$\omega_{\pi(\sigma)} = \operatorname{Det} \sigma$$

$$\pi(\check{\sigma}) = \pi(\sigma)^{\vee}$$

$$\pi(\sigma) \in \mathcal{A}^{o}(n) \Leftrightarrow \sigma \in \mathcal{G}^{o}(n)$$

$$\pi(\sigma) \in \mathcal{A}^{2}(n) \Leftrightarrow \sigma \in \mathcal{G}^{2}(n)\ .$$

<u>Remarque</u>. - On peut prouver l'égalité

$$L(\pi(\sigma_1) \times \pi(\sigma_2), s) = L(\sigma_1 \otimes \sigma_2, s)$$

pour $\sigma_1 \in \mathcal{G}(n_1)$, $\sigma_2 \in \mathcal{G}(n_2)$, $n_1 \leq 3$ et $n_2 \leq 3$.

On peut aussi prouver

$$\varepsilon(\pi(\sigma_1) \times \pi(\sigma_2), s, \psi, dx) = \varepsilon(\sigma_1 \otimes \sigma_2, s, \psi, dx) \quad ,$$

sauf si l'une des représentations est une représentation irréductible primitive de degré 3 de W_F [i.e. non induite à partir d'un sous-groupe], et que l'autre est une représentation irréductible de degré 3 [He 2].

Dans le cas général, on ne sait pas grand chose. Tentons de résumer ces maigres connaissances.

Soit π une représentation admissible irréductible de $GL(n, F)$ sur un espace W. Nous dirons que π est générique s'il existe une forme linéaire λ non nulle sur W telle que l'on ait

---

(*) Avant la démonstration de ce résultat, on savait néanmoins construire $\pi(\sigma)$ pour de nombreux σ : voir [Tu 1] pour le cas $n = 2$ avant [Ku] et [J P S 1] pour le cas $n = 3$.

$$\lambda(\pi(n)v) = \theta(n)\,v$$

pour toute matrice n unipotente triangulaire supérieure de coefficients $n_{ij} \in F$, où on a posé $\theta(n) = \psi(\sum_{i=1}^{n-1} n_{i,i+1})$.

On a alors le résultat suivant [JPS 2], [Ja].

THÉORÈME. - <u>Soient</u> n <u>un entier</u>, $n \geq 2$, <u>et</u> π_1, π_2 <u>deux classes d'équivalence de représentations admissibles irréductibles génériques de</u> $GL(n,F)$. <u>Si pour tout entier</u> i, $1 \leq i \leq n/2$, <u>et tout</u> $\pi \in \mathcal{A}^o(i)$, <u>on a</u>

$$L(\pi \times \pi_1, s) = L(\pi \times \pi_2, s)$$

<u>et</u>

$$\varepsilon(\pi \times \pi_1, s, \psi, dx) = \varepsilon(\pi \times \pi_2, s, \psi, dx)$$

<u>alors</u> $\pi_1 = \pi_2$.

Si n vaut 2 ou 3, on peut supprimer l'hypothèse générique ([JL] et [JPS 1]). On espère pouvoir la supprimer en général.

Supposons qu'on sache construire une application $\pi^o : \mathcal{G}^o \longrightarrow \mathcal{A}^o$ qui vérifie

$$L(\pi^o(\sigma_1) \times \pi^o(\sigma_2), s) = L(\sigma_1 \otimes \sigma_2, s)$$

$$\varepsilon(\pi^o(\sigma_1) \times \pi^o(\sigma_2), s, \psi, dx) = \varepsilon(\sigma_1 \otimes \sigma_2, s, \psi, dx)$$

pour tous σ_1, σ_2 dans $\mathcal{G}^o$. Alors on sait prolonger π^o en une application π de $\mathcal{G}$ dans $\mathcal{A}$ qui vérifie

$$L(\pi(\sigma_1) \times \pi(\sigma_2), s) = L(\sigma_1 \otimes \sigma_2, s)$$

$$\varepsilon(\pi(\sigma_1) \times \pi(\sigma_2), s, \psi, dx) = \varepsilon(\sigma_1 \otimes \sigma_2, s, \psi, dx)$$

pour tous σ_1, σ_2 dans $\mathcal{G}$. Si on peut supprimer l'hypothèse générique dans le théorème précédent, ce prolongement de π^o à $\mathcal{G}$ est unique.

En tout cas, on a $\omega_{\pi(\sigma)} = \mathrm{Det}(\sigma)$ et $\pi(\sigma) = \pi(\sigma)$ pour tout σ dans $\mathcal{G}$, et, si π^o est une bijection, π en est une et induit une bijection de $\mathcal{G}^2$ sur $\mathcal{A}^2$.

Cette construction ramène la conjecture au problème de la construction de π^o. Remarquons que si $\sigma \in \mathcal{G}^o(n)$ est donnée, il existe au plus un élément π de $\mathcal{G}^o$ qui vérifie les conditions imposées à $\pi^o(\sigma)$ (en effet une représentation cuspidale est générique). Malheureusement, pour $n \geq 4$, on ne sait construire un bon candidat π_σ pour $\pi^o(\sigma)$ que si σ est monomiale, induite à partir d'un caractère du groupe de Weil de l'extension non ramifiée de degré n de F ([Ge], voir aussi [Lu]), et encore ne sait-on prouver pour ce candidat π_σ que les égalités

$$L(\chi\pi_\sigma , s) = L(\chi\sigma , s)$$
$$\varepsilon(\chi\pi_\sigma , s, \psi , dx) = \varepsilon(\chi\sigma , s, \psi , dx)$$

pour tout caractère χ de $F^\times$ ([Ge]).

§ 6. - Quelques problèmes

Les problèmes que nous voulons poser sont pour la plupart des problèmes de traduction, une fois admise la conjecture. Les exercices de traduction sont nécessaires, car les ensembles $\mathcal{G}$ et $\mathcal{A}$ que nous voulons mettre en bijection sont munis de structures riches et fort intéressantes. Par exemple, on peut faire la somme $\sigma_1 \oplus \sigma_2$ de deux éléments σ_1 et σ_2 de $\mathcal{G}$. Utilisant la construction de π à partir de π^o signalée au paragraphe précédent, on peut dire comment construire $\pi(\sigma_1 \oplus \sigma_2)$ à partir de $\pi(\sigma_1)$ et $\pi(\sigma_2)$, mais on n'en possède pas de construction directe. On n'a aucune idée non plus de la façon dont déterminer $\pi(\sigma_1 \otimes \sigma_2)$ directement à partir de $\pi(\sigma)$ et $\pi(\sigma_2)$, sauf si σ_1 ou σ_2 est de la forme $\chi\,\mathrm{Sp}(d)$ pour un caractère χ de $F^\times$, ou somme de représentations de cette forme.

Plus généralement, on peut se poser le problème suivant :

Soient $n_1, \dots, n_k$, n des entiers ≥ 1 et $r : \prod_{i=1}^{k} GL_{n_i}(\mathbb{C}) \longrightarrow GL_n(\mathbb{C})$ une représentation (algébrique). Si on se donne, pour $1 \leq i \leq k$, un élément σ_i de $\mathcal{G}(n_i)$, on peut parler de l'élément $r(\sigma_1, \dots, \sigma_k)$ de $\mathcal{G}(n)$. Comment construire $\pi(r(\sigma_1, \dots, \sigma_k))$ à partir de $\pi(\sigma_1), \dots, \pi(\sigma_k)$? Le seul cas non trivial connu de ce problème de "fonctorialité" (*) est celui de la représentation adjointe de $GL(2, \mathbb{C})$ dans $GL(3, \mathbb{C})$ ([Ge J]).

Considérons une extension finie K de F dans $\overline{F}$, et les ensembles $\mathcal{G}_K$ et $\mathcal{A}_K$ correspondants. On peut définir des applications $\mathrm{Ind}_K^F : \mathcal{G}_K \longrightarrow \mathcal{G}$ et $\mathrm{Res}_K^F : \mathcal{G} \longrightarrow \mathcal{G}_K$ grâce, respectivement à l'induction à W_F de représentations

(*) C'est un cas particulier du célèbre principe de fonctorialité de Langlands [Bo].

de W_K et à la restriction à W_K de représentations de W_F. De façon plus précise, soit $\sigma = (\rho, N)$ une représentation de W'_F. A la représentation ρ de W_F on associe sa restriction $\mathrm{Res}_K^F \rho$ à W_K, et on pose $\mathrm{Res}_K^F \sigma = (\mathrm{Res}_K^F \rho, N)$. En sens inverse, si ρ' est une représentation de W_K dans un espace W, on note $\mathrm{Ind}_K^F \rho'$ la représentation de W_F induite par ρ' : c'est la représentation, par translations à droite, de W_F dans l'espace des fonctions f de W_F dans W qui vérifient $f(h\,g) = \rho'(h)\, f(g)$ pour $h \in W_K$, $g \in W_F$. Si $\sigma' = (\rho', N')$ est une représentation de W'_K, on pose $\mathrm{Ind}_K^F \sigma' = (\mathrm{Ind}_K^F \rho', N')$, N' étant l'endomorphisme qui transforme la fonction $f : g \mapsto f(g)$ en la fonction $f : g \mapsto N(f(g))$. Le problème est alors de voir comment se traduisent ces opérations d'induction du côté des représentations admissibles irréductibles des groupes $GL(n, F)$.

Là encore, les résultats sont maigres.

En degré 1, la restriction $\mathrm{Res}_K^F \mathcal{G}(1) \longrightarrow \mathcal{G}_K(1)$ se traduit par la composition avec la norme de K à F d'un caractère de $F^\times$. En degré 2 et 3, et pour F de caractéristique 0, pour K une extension cyclique de F de degré premier, Langlands [La] (resp. Flicher [Fl]) ont défini un changement de base $\mathcal{A}(2) \longrightarrow \mathcal{A}(2)$ (resp. $\mathcal{A}(3) \longrightarrow \mathcal{A}(3)$) qui reflète la restriction de K à F.

Ce qui correspond à l'induction n'a été construit que si K est quadratique sur F, $\mathcal{A}_K(1) \longrightarrow \mathcal{A}_F(2)$ [JL] ou cubique sur F, $\mathcal{A}_K(1) \longrightarrow \mathcal{A}_F(3)$ [JPS 1]. On ne connaît rien sur les autres cas.

Le versant automorphe également fournit une structure très riche. Soit $\mathcal{R}$ le $\mathbb{Z}$-module libre de base $\mathcal{A} \cup \{1\}$ (où 1 désigne la représentation triviale du groupe trivial $GL_0(F)$). Alors on peut munir $\mathcal{R}$ d'une structure de bigèbre graduée commutative, à unité et co-unité, munie d'une inversion de bigèbre transformant $\pm\mathcal{A}$ en $\pm\mathcal{A}$ [Ze 1]. Comment traduire cette structure du côté galoisien ? (voir [Ze 2] pour un exemple de ce genre de problèmes).

En fait $\mathcal{R}$ apparaît comme la somme disjointe pour $n \geq 0$ de groupes $\mathcal{R}_n$, où $\mathcal{R}_n$ est le groupe de Grothendieck de la catégorie des représentations lisses de longueur finie de $GL(n, F)$ (*). Cette catégorie possède-telle une interprétation galoisienne ?

(*) Une représentation lisse de $GL(n, F)$ est un homomorphisme de $GL(n, F)$ dans le groupe des automorphismes d'un espace vectoriel W de dimension quelconque sur $\mathbb{C}$, chaque point de W ayant un stabilisateur ouvert dans $GL(n, F)$.

BIBLIOGRAPHIE

[Bo] A. BOREL, Automorphic L-functions, in [Co], part 2, 27-62.

[CF] J. TATE, Fourier analysis in number fields and Hecke's zeta functions, in Algebraic Number Theory, éd. J. W. S. Cassels et A. Fröhlich, Academic Press, London (1967).

[Co] A. BOREL et W. CASSELMAN, ed. Automorphic forms, representations, and L-functions, P. S. P. M. 33, A.M.S., Providence (1979).

[Ct] P. CARTIER, Représentations of $\mathfrak{p}$-adic groups : a survey, in [Co] part 1, 111-156.

[De] P. DELIGNE, Les constantes des équations fonctionnelles des fonctions L , in Modular functions of one variable II, L.N. n° 349, Springer (1973).

[Dr] V. DRINFELD, Langlands' conjecture for GL(2) over functional fields, in Proceedings of the I. C. M. Helsinki (1978), 565-574.

[Fl] Y. FLICHER, Base change for GL(3), prepublication Columbia University, New York (1980).

[Ge J] S. GELBART and H. JACQUET, A relation between automorphic representations of GL(2) and GL(3), Ann. Sci. E.N.S., t. 11, fasc. 4 (1978), 471-542.

[Ge] P. GÉRARDIN, Cuspidal unramified series for central simple algebras over local fields, in [Co] part 1, 157-170.

[Go J] R. GODEMENT and H. JACQUET, Zeta functions of simple algebras, L. N. 260, Springer (1972).

[He 1] G. HENNIART, La conjecture de Langlands locale pour GL(3), mai 1981, in Séminaire de Théorie des Nombres de Paris (Sém. D.P.P.) 1980-81, à paraître.

[He 2] G. HENNIART, La conjecture de Langlands locale pour GL(3), à paraître.

[Ja] H. JACQUET, Lettre à l'auteur, datée du 13 mars 1981.

[J L] H. JACQUET and R. P. LANGLANDS, Automorphic forms on GL(2), L. N. n° 114, Springer Verlag (1971).

[J P S 1] H. JACQUET, I. PIATETSKI-SHAPIRO, J. SHALIKA, Hecke theory for GL(3), Ann. of Math. 109 (1979), 169-259.

[J P S 2] H. JACQUET, I. PIATETSKI-SHAPIRO, J. SHALIKA, Facteurs L et ε du groupe linéaire, C.R.A.S. Paris, t. 289 (1980), 59-61.

[JPS3] H. JACQUET, I. PIATETSKI-SHAPIRO, J. SHALIKA, Facteurs L et ε du groupe linéaire : théorie archimédienne, C.R.A.S. Paris, t. 293 (1981), 13-17.

[JPS4] H. JACQUET, I. PIATETSKI-SHAPIRO, J. SHALIKA, Relèvement cubique non normal, C.R.A.S. Paris, t. 292 (1981), 567-571.

[Ku] Ph. KUTZKO, The Langlands conjecture for GL(2) of a local field, Ann. of Math. 112 (1980), 381-412.

[La] R. P. LANGLANDS, Base change for GL(2), A.M.S. Study n° 96, Princeton (1980).

[Lu] G. LUSZTIG, Some remarks on the supercuspidal representations of p-adic semisimple groups, in [Co] part 1, 171-178.

[Ta] J. TATE, Number Theoretic backgroung, in [Co] part 2, 3-22.

[Tu 1] J. B. TUNNELL, Report on the local Langlands conjecture for GL_2, in [Co] part 2, 135-139.

[Tu 2] J. B. TUNNELL, Artin's conjecture for representations of octahedral type, B.A.M.S. vol. 5, n° 2 (1981), 173-175.

[Ze 1] A. ZELEVINSKY, Induced reprensetations of reductive $\mathfrak{P}$-adic groups II : an irreducible representations of GL(n), Ann. Sci. E.N.S. t. 3 (1980), 165-210.

[Ze 2] A. ZELEVINSKY, A p-adic analogue of the Kazhdan-Lusztig conjecture, Funct. Anal. and its appli., t. 15, vol. 2 (1980), (traduction de Funkl. Anal. i. Eq. Pril., avril-juin 1981, 9-20).

-:-:-:-

Guy HENNIART
E.R.A. C.N.R.S. n° 653
Université de Paris-Sud
bât. Mathématiques 425
F 91405 ORSAY