ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

Questions résolues. Solution du dernier des deux problèmes de géométrie proposés à la page 132 du X.e volume de ce recueil

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 11 (1820-1821), p. 361-363

<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1820-1821__11__361_0>

QUESTIONS RESOLUES.

Solution du dernier des deux problèmes de géométrie proposés à la page 132 du X.e volume de ce recueil ;

Par un ABONNÉ.

PROBLÈME. *Construire graphiquement, pour l'un quelconque des points d'une courbe plane donnée, soumise ou non à la loi de continuité, le centre de courbure de cette courbe ?*

Solution. Quelque procédé qu'on veuille employer pour résoudre ce problème, ce procédé ne pourra jamais être qu'un à-peu-près dont le résultat sera d'autant plus douteux que l'arc de courbe donné aura moins d'amplitude.

La méthode qui s'offre le plus naturellement à l'esprit, pour parvenir au but, est la suivante : Par le procédé déjà indiqué (tom. X, pag. 89), ou par tout autre équivalent, soient menées des tangentes à différens points de l'arc de courbe donné; en menant des perpendiculaires à ces tangentes par leurs points de contact respectifs, ces perpendiculaires seront des normales à la même courbe; et conséquemment leur courbe enveloppe sera la développée de l'arc dont il s'agit. Traçant donc cette courbe enveloppe, et lui menant ensuite une tangente par le point donné, le point de contact de cette tangente sera le centre de courbure de l'arc de courbe en ce même point, c'est-à-dire, le point cherché.

Mais d'abord, le procédé que l'on est obligé d'employer pour mener une tangente à une courbe par l'un de ses points, n'est pas tellement simple qu'on puisse regarder comme chose facile de mener un certain nombre de pareilles tangentes. En second lieu, s'il est déjà quelquefois assez difficile de tracer, à la main, une courbe qui passe par des points donnés, il l'est bien plus encore de tracer, à la main, une courbe qui touche à la fois une suite de droites données. Enfin, s'il est assez facile de mener, à la simple vue, une tangente à une telle courbe par un point qui lui est extérieur, il ne l'est pas également de bien fixer le point de contact de cette tangente, qui se confond sensiblement avec la courbe même, dans une partie de sa longueur.

Nous pensons donc que, par toutes ces considérations, on préférera le procédé que voici, lequel, en même temps qu'il n'exige le tracé que d'une seule normale, détermine le centre cherché par l'intersection de cette normale avec une courbe assujettie à passer par des points donnés.

Soit M le point de l'arc de courbe pour lequel on veut déterminer son centre de courbure, et d'abord soit menée la normale de ce point, au moyen de sa tangente.

Soient pris sur la courbe, à la droite du point M, des points arbitraires M', M'', M''', ..., et à sa gauche d'autres points arbitraires $M_{\prime}$, $M_{\prime\prime}$, $M_{\prime\prime\prime}$, ... Sur les milieux de MM', MM'', MM''', ..., soient élevées respectivement à ces cordes des perpendiculaires indéfinies, coupant la normale en C', C'', C''', ... Soient aussi élevées sur les milieux de $MM_{\prime}$, $MM_{\prime\prime}$, $MM_{\prime\prime\prime}$, ... des perpendiculaires indéfinies à ces cordes, coupant la normale en $C_{\prime}$, $C_{\prime\prime}$, $C_{\prime\prime\prime}$, ... respectivement.

Par les points C', C'', C''', ... soient élevées à la normale, du côté droit, des perpendiculaires $C'N'$, $C''N''$, $C'''N'''$, ..., respectivement égales aux longueurs MM', MM'', MM''', ..., ou n fois plus grandes que ces longueurs (n étant un nombre arbitraire). Par les points $C_{\prime}$, $C_{\prime\prime}$, $C_{\prime\prime\prime}$, ... soient élevées à la normale, du côté gauche, des perpendiculaires $C_{\prime}N_{\prime}$, $C_{\prime\prime}N_{\prime\prime}$, $C_{\prime\prime\prime}N_{\prime\prime\prime}$, ..., respectivement égales aux longueurs $MM_{\prime}$, $MM_{\prime\prime}$, $MM_{\prime\prime\prime}$, ... ; ou n fois plus grandes que ces longueurs. En joignant les points ......N''', N'', N', $N_{\prime}$, $N_{\prime\prime}$, $N_{\prime\prime\prime}$, ... par une courbe continue, le point C où cette courbe coupera la normale sera le centre de courbure cherché.

Si, en effet, des points ......C''', C'', C', C, $C_{\prime}$, $C_{\prime\prime}$, $C_{\prime\prime\prime}$, ... comme centres, et avec leurs distances au point M prises pour rayons respectifs, on décrit une suite de cercles, tous ces cercles toucheront la courbe en ce point M, et en outre ils la couperont aux points ......M''', M'', M', M, $M_{\prime}$, $M_{\prime\prime}$, $M_{\prime\prime\prime}$, ... ; le cercle dont le centre est C touchera donc et coupera en même temps la courbe au point M ; et par conséquent ce cercle sera le cercle osculateur et son centre C le centre de courbure pour le point M.

Il sera même facile de juger, par la situation de la courbe .....N''', N'', N', C, $N_{\prime}$, $N_{\prime\prime}$, $N_{\prime\prime\prime}$, ... par rapport à la normale, si le contact du cercle osculateur avec la courbe est d'un ordre supérieur au second, et si la courbure en M est *maximum* ou *minimum*.