ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

J. B. DURRANDE

Questions résolues. Solution des deux problèmes de géométrie proposés à la page 356 du V.e volume des Annales

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 6 (1815-1816), p. 278-279
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1815-1816__6__278_0>

QUESTIONS RÉSOLUES.

Solution des deux problèmes de géométrie proposés à la page 356 du V.e volume des Annales ; (*)

Par M. J. B. Durrande.

Problème I. Construire un triangle dans lequel on connaît seulement les distances des sommets au centre du cercle inscrit ?

Solution. Tout se réduit évidemment à trouver le rayon du cercle inscrit. Soit donc R ce rayon ; soient A , B , C les sommets du triangle et a, b , c leurs distances respectives au centre du cercle ; on aura

$$R=a\mathrm{Sin}.\tfrac{1}{2}A\ ,\quad R=b\mathrm{Sin}.\tfrac{1}{2}B\ ,\quad R=c\mathrm{Sin}.\tfrac{1}{2}C\ ; \qquad (1)$$

mais on sait que , A , B , C étant les trois angles d'un triangle, on a

$$2\mathrm{Sin}.\tfrac{1}{2}A\mathrm{Sin}.\tfrac{1}{2}B\mathrm{Sin}.\tfrac{1}{2}C+\mathrm{Sin}.^2\tfrac{1}{2}A+\mathrm{Sin}.^2\tfrac{1}{2}B+\mathrm{Sin}.^2\tfrac{1}{2}C-1=0\ ;$$

substituant dans cette dernière équation les valeurs données par les équations (1) , il viendra , toutes réductions faites ,

(*) Ces problèmes ont déjà été résolus à la page 129 de ce volume ; mais les solutions que l'on va lire nous ont paru différer assez des premières pour mériter d'être mentionnées.

J. D. G.

$$2abbR^3+(b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2)R^2-a^2b^2c^2=0 \ ;$$

En mettant cette équation sous la forme

$$a^2b^2c^2\left(\frac{1}{R}\right)^3-(b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2)\left(\frac{1}{R}\right)-2abc=0 \ .$$

et considérant $\frac{1}{R}$ comme l'inconnue, elle sera sans second terme.

PROBLÈME II. Construire un triangle dans lequel on connaît seulement les distances des côtés au centre du cercle circonscrit?

Solution. Tout se réduit encore évidemment ici à trouver le rayon du cercle circonscrit. Soit donc R ce rayon ; soient A, B, C les sommets du triangle et a, b, c les perpendiculaires abaissées respectivement du centre du cercle sur les côtés qui leur sont respectivement opposés ; on aura

$$R\text{Cos.A}=a \ , \ R\text{Cos.B}=b \ , \ R\text{Cos.C}=c \ ; \qquad (1)$$

on aura de plus

$$1-\text{Cos.}^2\text{A}-\text{Cos.}^2\text{B}-\text{Cos.}^2\text{B}-2\text{Cos.ACos.BCos.C}=0 \quad ;$$

substituant donc, dans cette dernière équation, les valeurs données par les équations (1), elle deviendra, toutes réductions faites,

$$R^3-(a^2+b^2+c^2)R-2abc=0 \ ;$$

équation du troisième degré sans second terme.