ANNALES
DE MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES.

BRIANCHON

Démonstration géométrique

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 5 (1814-1815), p. 53-54
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1814-1815__5__53_1>

Démonstration géométrique ;

Par M. Brianchon, capitaine d'artillerie.

Soient (fig. 4, 5) C le centre de la courbe, AB un diamètre quelconque, DC son demi-conjugué, AM et BN des tangentes aux extrémités de ce premier diamètre, M, N les points où elles sont coupées par une troisième tangente variable quelconque MN. Il s'agit d'établir que $AM \times BN$ est une quantité constante.

Pour cela, soit menée PQ, tangente parallèle à AB (fig. 4) et asymptote (fig. 5), coupant en P et Q les prolongemens de MA, NB.

Par une propriété connue du quadrilatère circonscrit aux sections coniques (*), les directions des diagonales PN et QM du quadrilatère $MNQP$ doivent concourir en quelque point S de la direction du diamètre AB qui joint les deux points de contact opposés ; d'après quoi les parallèles MP et NQ donneront

$$SB : SA :: BQ : AM ,$$

$$SA : SB :: AP : BN ;$$

donc

$$AM \times BN = AP \times BQ ;$$

mais on a

$$AP = BQ = CD ;$$

donc

$$AM \times BN = \overline{CD}^2 .$$

(*) Voyez, entre autres, la page 167 du troisième volume de ce recueil.