

---

---

# ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

---

---

J. F. FRANÇAIS

**Philosophie mathématique. Sur la théorie des imaginaires. Extrait  
d'une lettre adressée au rédacteur des Annales**

*Annales de Mathématiques pures et appliquées*, tome 4 (1813-1814), p. 364-367

[http://www.numdam.org/item?id=AMPA\\_1813-1814\\_\\_4\\_\\_364\\_1](http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1813-1814__4__364_1)

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1813-1814, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

---

## PHILOSOPHIE MATHÉMATIQUE.

*Sur la théorie des imaginaires.*



*Extrait d'une lettre adressée au Rédacteur des Annales ;*

Par M. J. F. FRANÇAIS, professeur à l'école de l'artillerie  
et du génie.

**J**E vous remercie, Monsieur, de la réponse que vous avez faite  
à l'objection principale de M. Servois, contre la nouvelle théorie  
des

des imaginaires (\*). M. Servois n'a pas été le premier à m'opposer cette difficulté, et ma réponse a toujours été exactement conforme à la vôtre. Les objections de cette nature me paraissent toutes avoir leur source dans une méprise qui peut aisément échapper par l'effet de l'habitude, et qui consiste à confondre des droites données de grandeur et de position avec leur grandeur absolue.

Voici, Monsieur, quelques exemples de la manière de passer de mes notations aux notations ordinaires et aux résultats connus.

L'équation d'un triangle dont la base coïncide avec l'axe des abscisses est

$$a_{\alpha} + b_{-\beta} = c,$$

d'où on tire

$$a \cos. \alpha + b \cos. \beta = c,$$

$$a \sin. \alpha - b \sin. \beta = 0.$$

et par conséquent, en prenant la somme et la différence des carrés

$$a^2 + b^2 + 2ab \cos. (\alpha + \beta) = c^2,$$

$$a^2 \cos. 2\alpha + b^2 \cos. 2\beta + 2ab \cos. (\alpha - \beta) = c^2.$$

L'équation d'un cercle rapporté au centre est

$$a_{\varphi} = x + y\sqrt{-1},$$

d'où on tire

(\*) Voyez la page 228 de ce volume.

$$a \operatorname{Cos} . \varphi = x , \quad a \operatorname{Sin} . \varphi = y ;$$

$$x^2 + y^2 = a^2 .$$

L'équation d'un cercle rapporté au diamètre est

$$\rho_{\varphi} + \sigma_{\frac{1}{2}\pi - \varphi} = 2a ,$$

d'où on tire

$$\rho_{\varphi} \operatorname{Cos} . \varphi + \sigma \operatorname{Sin} . \varphi = 2a ,$$

$$\rho_{\varphi} \operatorname{Sin} . \varphi - \sigma \operatorname{Cos} . \varphi = 0 ,$$

$$\rho^2 = 2a\rho \operatorname{Cos} . \varphi , \quad x^2 + y^2 = 2ax .$$

L'équation d'une ellipse rapportée au foyer est

$$\rho_{\varphi} + (2a - \rho)_{\psi} = 2e ,$$

d'où on tire

$$\rho_{\varphi} \operatorname{Cos} . \varphi + (2a - \rho) \operatorname{Cos} . \psi = 2e ;$$

$$\rho_{\varphi} \operatorname{Sin} . \varphi + (2a - \rho) \operatorname{Sin} . \psi = 0 .$$

$$\rho = \frac{a^2 - e^2}{a - e \operatorname{Cos} . \varphi}$$

Vous voyez, Monsieur, avec quelle facilité on arrive aux résultats connus.

Metz, le 19 d'avril 1814.

*Note transmise par M. LACROIX à M. VECTEN, professeur de mathématiques spéciales au lycée de Nismes.*

Dans la première partie des *Transactions philosophiques* de 1806, page 23, je trouve un mémoire écrit en français par M. Buée, communiqué à la Société Royale de Londres, par M. William Morgan, et dont le sujet est le même que celui des mémoires de MM. Français et Argand (*Annales de mathématiques*, tom. IV). L'auteur prétend « que  $\sqrt{-1}$  n'est pas le signe d'une opération arithmétique ou d'une opération purement géométrique : c'est un signe » de perpendicularité. C'est un signe *purement descriptif*, un signe » qui indique la direction d'une ligne, abstraction faite de sa longueur » ( ce sont les expressions mêmes de l'auteur ) (\*).

---

(\*) En publiant cette note, il est bien loin de notre pensée à chercher à enlever à M. Argand la propriété de ses idées. Son idée principale, je veux dire celle qui consiste à considérer  $\sqrt{-1}$  comme un signe de perpendicularité, est d'ailleurs si simple et si naturelle que, loin d'être surpris qu'elle se soit présentée aussi à M. Buée, on a lieu de s'étonner, au contraire, qu'elle ait tant tardé à éclore, et qu'elle ne se soit pas offerte à la pensée d'un plus grand nombre de géomètres.

Ceux de nos lecteurs qui ont sous la main les *Recueils de la Société royale* s'empresseront sans doute de faire une comparaison plus étendue entre les idées de M. Buée et celles de MM. Argand et Français.

J. D. G.

---