FERRIOT

Troisième démonstration

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 3 (1812-1813), p. 166-167
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1812-1813__3__166_1>

Troisième démonstration ;

Par M. Ferriot, docteur ès sciences, professeur de mathématiques au lycée de Besançon.

Soit un quadrilatère, inscrit arbitrairement à une section conique; et soit formé un quadrilatère circonscrit, dont les côtés touchent la courbe aux sommets du quadrilatère inscrit. Il s'agit de prouver que l'intersection des diagonales de l'un des quadrilatères doit coïncider avec l'intersection des diagonales de l'autre.

Il est connu que, pour une situation convenable de l'œil et du tableau, un quadrilatère quelconque peut toujours, et même d'une infinité de manières, avoir pour perspective un parallélogramme. Ainsi on peut toujours placer l'œil et le tableau de telle sorte que la perspective de la figure dont il s'agit ici, soit une section conique à laquelle un parallélogramme est circonscrit, et à laquelle, de plus, est inscrit un quadrilatère dont les sommets sont les points de contact de ce parallélogramme avec la courbe.

Or, lorsqu'un parallélogramme est circonscrit à une section conique, les droites qui joignent les points de contact opposés, sont des diamètres de la courbe, et se coupent conséquemment en deux parties égales, à son centre; et, puisque ces droites sont les diagonales du quadrilatère inscrit, il en résulte que ce quadrilatère est aussi un parallélogramme. Ainsi la perspective de la figure dont il s'agit, est une section conique à laquelle sont inscrits et circonscrits deux parallélogrammes qui sont en même temps inscrits l'un à l'autre; et il est évident que, si l'intersection des deux diagonales de l'un de ces parallélogrammes coïncide avec l'intersection des deux diagonales de l'autre, il devra en être de même pour les deux quadrilatères dont ces parallelogrammes sont les perspectives.

La question est donc ramenée à prouver que, lorsque deux parallélogrammes sont inscrits l'un à l'autre, l'intersection des diagonales de l'un coïncide avec l'intersection des diagonales de l'autre; et cette proposition est trop facile à établir, par les élémens, pour qu'il soit nécessaire d'en développer ici la démonstration.