GERGONNE

# Astronomie. Formules pour la détermination de l'obliquité de l'écliptique, et du lieu de l'équinoxe

*Annales de Mathématiques pures et appliquées*, tome 2 (1811-1812), p. 237-239
<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1811-1812__2__237_1>

# ASTRONOMIE.

## *Formules pour la détermination de l'obliquité de l'écliptique, et du lieu de l'équinoxe;*

Par M. GERGONNE,

SOIENT $\alpha$, $\alpha'$ deux ascensions droites du centre du soleil rapportées à une même étoile quelconque, et soient $a$, $a'$ les ascensions droites du même astre comptées depuis l'équinoxe ; soient $\delta$ et $\delta'$ les déclinaisons correspondantes prises avec leurs signes, et soit enfin $\omega$ l'obliquité de l'écliptique. On aura, par la théorie des triangles sphériques rectangles,

$$\text{Sin.}a\,\text{Tang.}\omega=\text{Tang.}\delta\ , \quad \text{Sin.}a'\,\text{Tang.}\omega=\text{Tang.}\delta'\ ;$$

on aura de plus

$$a'-a=\alpha'-\alpha\ , \quad \text{d'où} \quad a'=a+(\alpha'-\alpha)\ ,$$

et conséquemment

$$\text{Sin.}a'=\text{Sin.}a\,\text{Cos.}(\alpha'-\alpha)+\text{Cos.}a\,\text{Sin.}(\alpha'-\alpha)\ ,$$

substituant, dans cette équation, pour $\text{Sin.}a$ et $\text{Sin.}a'$, les valeurs que donnent les deux premières, elle deviendra, en transposant,

$$\text{Tang.}\omega\,\text{Sin.}(\alpha'-\alpha)\text{Cos.}a=\text{Tang.}\delta'-\text{Tang.}\delta\,\text{Cos.}(\alpha'-\alpha)\ ;$$

mais la première des équations ci-dessus étant multipliée par $\text{Sin.}(\alpha'-\alpha)$ devient

$$\text{Tang.}\omega\,\text{Sin.}(\alpha'-\alpha)\text{Sin.}a=\text{Tang.}\delta\,\text{Sin.}(\alpha'-\alpha)\ ;$$

ajoutant donc les quarrés de ces deux équations, et ayant égard à ce que

$$\text{Sin.}^2a+\text{Cos.}^2a=1\ , \quad \text{Sin.}^2(\alpha'-\alpha)+\text{Cos.}^2(\alpha'-\alpha)=1\ ,$$

on en tirera

$$\text{Tang.}\omega=\frac{\sqrt{\text{Tang.}^2\delta-2\text{Tang.}\delta.\text{Tang.}\delta'\text{Cos.}(\alpha'-\alpha)+\text{Tang.}^2\delta'}}{\text{Sin.}(\alpha'-\alpha)}\ .$$

On calculera aisément le numérateur de cette valeur en considérant que c'est un côté d'un triangle rectiligne dont les deux autres sont $\text{Tang.}\delta$ et $\text{Tang.}\delta'$ et dont l'angle compris entre eux est $\alpha'-\alpha$.

Mais, quelque symétrique que soit cette formule, on préférera sans doute, pour le calcul par logarithmes, le procédé que voici : on posera d'abord

$$\frac{\text{Cos.}\frac{1}{2}(\delta'+\delta)}{\text{Sin.}\frac{1}{2}(\delta'-\delta)}\text{Tang.}\tfrac{1}{2}(\alpha'-\alpha)=\text{Tang.}\tfrac{1}{2}(\theta'+\theta)\ ;$$

$$\frac{\text{Sin.}\frac{1}{2}(\delta'+\delta)}{\text{Cos.}\frac{1}{2}(\delta'-\delta)}\text{Tang.}\tfrac{1}{2}(\alpha'-\alpha)=\text{Tang.}\tfrac{1}{2}(\theta'-\theta)\ ;$$

par ces formules on déterminera les angles auxiliaires $\theta'$, $\theta$, et l'on aura ensuite

$$\text{Cos.}\omega = \text{Cos.}\delta'\text{Sin.}\theta' = \text{Cos.}\delta\text{Sin.}\theta.$$

L'obliquité de l'écliptique se trouvant ainsi déterminée, on déterminera la position de l'équinoxe par l'une ou l'autre des deux équations

$$\text{Sin.}a = \text{Tang.}\delta\text{Cot.}\omega\ ,\quad \text{Sin.}a' = \text{Tang.}\delta'\text{Cot.}\omega.$$

Si l'on a le choix entre plusieurs observations, et qu'on ne veuille en employer que deux, il faudra les choisir de préférence, de manière qu'elles ne soient pas trop rapprochées soit entre elles, soit des solstices, et qu'elles ne comprennent pas un solstice entre elles. Le mieux sera peut-être de les prendre à environ six semaines avant et après l'équinoxe.

Mais, dans le cas où l'on aura plus de deux observations, il sera plus convenable de les combiner deux à deux de toutes les manières différentes; $n$ observations donneront ainsi $\frac{n}{1}\cdot\frac{n-1}{2}$ résultats desquels on pourra déduire un résultat moyen très-approché. On pourra aussi de cette manière suivre, pendant un long temps, toutes les variations que l'obliquité de l'écliptique pourra éprouver.

J'ai été toujours surpris que des méthodes si simples n'aient été consignées jusqu'ici dans aucun traité d'astronomie (*). Il peut bien se faire qu'elles présentent quelques inconvéniens dans l'application; mais, comme elles s'offrent, pour ainsi dire, d'elles-mêmes à la pensée, il serait du devoir des astronomes de nous expliquer les motifs qui les déterminent à les rejeter.

---

(*) M. Biot, dans la nouvelle édition de son *Traité élémentaire d'astronomie physique* (note de la page 15 du 2.e volume), indique bien cette méthode; mais seulement comme moyen de vérification du mouvement du soleil, suivant un grand cercle de la sphère céleste. Il ne donne d'ailleurs aucune formule applicable au calcul par logarithmes.